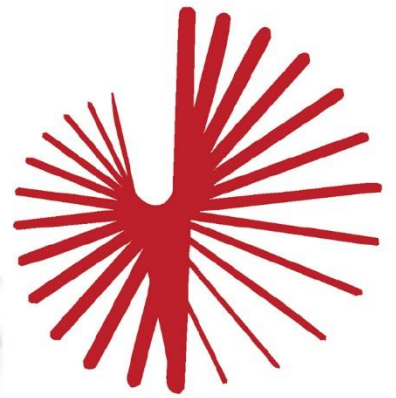


CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Del 10 al 14 de Julio



VIII

C
I
B
E
M

Madrid 2017



LIBRO DE ACTAS

“Miramos con ilusión

hacia el futuro

de la educación matemática “

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LIBRO DE ACTAS

Editado por:

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
C/ H. Carvajal, 5. 23740 Andújar (Jaén) España

www.fespm.es

ISBN: 978-84-945722-3-4

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas no se hace responsable de los trabajos publicados en estas actas.

Los autores son responsables de que las citas en sus trabajos están adecuadamente indicadas con referencias apropiadas en el texto, así como de no haber utilizado fuentes distintas de las indicadas en la bibliografía, asumiendo las consecuencias de un posible plagio.



CONGRESO
IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

POSTERS

CONSTRUINDO O CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO COM CRIANÇAS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Renata Camacho Bezerra – Juliana Andressa Gerhardt
renatacamachobezerra@gmail.com – julipipe1007@outlook.com
Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Câmpus de Foz do Iguaçu - Escola Municipal
Cecília Meireles - Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: P

Nivel educativo: Primario (6 a 11 años)

Palabras clave: Anos Iniciais, Multiplicação, Educação Matemática, Construção de Conceitos.

Resumen

Este pôster apresenta os resultados do trabalho desenvolvido em sala de aula com crianças do ensino fundamental de uma escola municipal de Foz do Iguaçu/PR. A proposta curricular do município prevê o ensino, no terceiro ano, até a tabuada do seis. Para a construção do conceito de multiplicação, tem sido utilizado como estratégia desenhos, adições sucessivas e o algoritmo da multiplicação. Foi realizada uma atividade diagnóstico para verificar como os alunos estão assimilando o conceito de multiplicação através do trabalho com diferentes estratégias. A atividade era composta de quatro situações problemas que envolviam os conceitos de proporcionalidade, adições sucessivas, combinatória e organização espacial. Os dados mostram que trabalhar a multiplicação de diferentes maneiras fez com que os alunos compreendessem melhor o conceito, no entanto, ainda, é necessário avançar no sentido de que sejam capazes de perceber a multiplicação como primeira opção e extrapolem a fase de desenhos passando a formalizar através dos algoritmos. Embora os resultados tenham sido bastante animador, na próxima fase, pretende-se investir no incentivo a formalização dos conceitos e a utilização do algoritmo da multiplicação por parte dos alunos, já que os resultados mostram que a construção dos conceitos parece estar bem encaminhada.

Introdução

A segunda autora participou de um processo formativo ofertado pela primeira autora que utilizava a Lesson Study no ano letivo de 2016, no qual, diversas ideias surgiram e uma delas foi trabalhar os conceitos da multiplicação com os alunos de diferentes formas.

A Lesson Study é um contexto de formação, que leva os professores a refletirem sobre a sua prática na perspectiva do desenvolvimento profissional, por meio de um trabalho eminentemente colaborativo, tendo como foco a aprendizagem do aluno, no qual, as características principais são a reflexão e a colaboração. Este processo formativo que é centrado na própria prática

profissional do professor e que visa o desenvolvimento profissional é uma atividade contínua, na qual se espera que o professor não só compartilhe seus conhecimentos, mas que possa aprender com os outros professores e com os alunos, e ainda, contribuir com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem (Isoda; Arcavi; Lorca, 2012; Baptista, et al. 2014; Ponte, et al, 2016). Neste artigo vamos apresentar um caso em que a formação trouxe resultados positivos para o professor e para os alunos que tiveram a oportunidade de conviver com um professor motivado e com novas estratégias de ensino discutidas no coletivo.

Os Conceitos da Multiplicação

Os problemas do campo multiplicativo foram divididos em categorias pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud que em resumo nos apresenta que é possível trabalhar conceitos de proporcionalidade, organização espacial, combinatória e adições sucessivas através de problemas de multiplicação.

Por isso é importante trabalharmos a diversidade dos problemas para que os alunos tenham o domínio das diversas relações matemáticas e compreendam realmente os cálculos que estão fazendo.

No processo formativo os professores tiveram a oportunidade de aprender sobre esses conceitos, discuti-los em grupo e analisar os problemas de forma a entender o que cada um trabalha.

Embora o algoritmo não possa ser desprezado foi enfatizado a importância de se valorizar a compreensão dos alunos do que se está fazendo.

A seguir apresentamos o questionário diagnóstico realizado com a turma de terceiro ano da segunda autora e na próxima sessão, avaliamos os objetivos de cada atividade, bem como, os resultados atingidos pelos alunos.

Questionário Diagnóstico

- 1- Sabendo que uma galinha bota um ovo por dia, quantos ovos 20 galinhas botarão em 3 dias?
- 2- Numa casa há 5 vasos com 8 flores em cada um. Quantas flores são no total?
- 3- Ana tem as seguintes peças de roupa que são de cores diferentes.



Quantas combinações de roupa ela pode fazer para passear?

- 4- Um prédio de 12 andares. Em cada andar há apenas três apartamentos. Quantos apartamentos há no prédio todo?

Discussão das Atividades

Na atividade 1 – Sabendo que uma galinha bota um ovo por dia, quantos ovos 20 galinhas botarão em 3 dias?

Nosso objetivo era trabalhar a proporcionalidade. Tivemos vinte alunos resolvendo pela operação da multiplicação, três alunos fizeram a operação da multiplicação e através de desenhos, um aluno resolveu pela operação da adição, um aluno não conseguiu resolver mas tentou, um aluno somou os números do problema sem noção do que estava fazendo, mostrando que apresenta muita dificuldade ainda não tendo a compreensão do que pedia o problema e possivelmente do conceito de multiplicação.

Em resumo a maioria dos alunos atingiu nossos objetivos, apenas um ainda mostra dificuldades na resolução.

Na atividade 2 – Numa casa há 5 vasos com 8 flores em cada um. Quantas flores são no total?

Nosso objetivo era que o aluno resolvesse através de adições sucessivas. Tivemos onze alunos resolvendo através da operação da multiplicação, dez alunos resolveram por desenho e quatro alunos resolveram pela operação da multiplicação e por desenho, apenas um aluno não conseguiu resolver, mas tentou. Embora um aluno ainda não tenha conseguido resolver ele tentou, o conceito ainda não está construído, mas o aluno está no caminho para que tal construção ocorra. Pensamos a atividade que envolve a multiplicação para que o aluno a resolvesse através de adições sucessivas, mas nenhum aluno o fez. De qualquer forma a maioria dos alunos conseguiram resolver o problema atingindo o resultado correto do mesmo. Isto mostra a importância de trabalharmos diferentes problemas envolvendo diferentes conceitos para que os alunos tenham a oportunidade de vislumbrar várias possibilidades de resolução.

Na atividade 3 – Ana tem as seguintes peças de roupa que são de cores diferentes.



Quantas combinações de roupa ela pode fazer para passear?

Nosso objetivo foi trabalhar o conceito de combinatória. Foi a atividade que tivemos maior diversidade nas respostas. Tivemos três alunos que responderam por desenho, dois alunos fizeram pela operação da adição, um aluno só colocou o resultado e não temos como precisar se ele conseguiu fazer ou se copiou de alguém, um aluno simplesmente não fez, nem ao menos tentou, quatro alunos resolveram pela operação da multiplicação e por desenho, dez alunos fizeram pela operação da adição e por desenhos, e por fim, cinco alunos fizeram pela operação da multiplicação, desenho e confirmaram o resultado pela operação da adição.

Os vários tipos de resposta mostram como é importante o diálogo nas aulas de Matemática, apesar de usar caminhos distintos os alunos chegaram ao mesmo resultado e trabalharam o conceito de combinatória. A grande maioria dos alunos mostrou ter os conceitos bem definidos e conseguiram resolver o problema apesar do mesmo demandar um pouco mais de tempo.

Na atividade 4- Um prédio de 12 andares. Em cada andar há apenas três apartamentos. Quantos apartamentos há no prédio todo?

Nosso objetivo foi trabalhar conceitos de organização espacial. Tivemos onze alunos que resolveram pela operação da multiplicação, um aluno não conseguiu resolver, mas tentou, onze alunos fizeram por desenho, um aluno não fez e ainda, dois alunos fizeram pela operação da multiplicação e por desenho.

Também nesta atividade a maioria dos alunos conseguiram resolver não apresentando grandes dificuldades.

Algumas Considerações

Após o término de todas as atividades, os alunos entregaram as folhas respondidas com as atividades para a professora e os problemas foram resolvidos com toda a sala.

Os alunos puderam perceber que embora o resultado fosse o mesmo haviam diferentes caminhos para se chegar a ele e as discussões foram muito enriquecedoras para os alunos e para a própria professora da turma.

Para os alunos porque eles não só começam a consolidar o conceito da multiplicação através de diferentes estratégias de aprendizagem, mas também percebem que existem diferentes caminhos

para chegar a um mesmo resultado e com isso desmistificam a Matemática como algo complicado e com um único caminho a ser percorrido enfatizando a importância de se interpretar o problema e compreender o que é pedido. E para a professora da turma que pode através da formação continuada aprender novas estratégias de ensino na troca com os demais colegas e sentir o apoio necessário do grupo colaborativo para inovar em suas aulas.

A professora relatou a atividade depois na formação continuada que participava utilizando a Lesson Study aos demais colegas professores e as atividades realizadas pelos alunos foram analisadas pelo grupo de professores e discutidas por eles.

Conclusões

A experiência do trabalho em grupo com a Lesson Study foi fundamental para incentivar e apoiar a professora (segunda autora) a trabalhar de diferentes formas com seus alunos.

Quando da realização do questionário diagnóstico com os mesmos, os problemas foram colocados, mas a resolução era uma escolha deles e em muitos casos foi possível vislumbrar os alunos resolvendo por mais de uma forma.

Quando havia dificuldades com o trabalho o apoio do grupo foi fundamental para que o professor reformulasse sua metodologia na busca de melhores alternativas, em todas as questões houve um aluno que não conseguiu resolver por apresentar muitas dificuldades na formalização dos conceitos, esse aluno veio transferido de outra escola há pouco tempo e na outra escola estava numa série inferior o que faz com o que o mesmo apresente sérias dificuldades para acompanhar a turma.

Os dados mostram que trabalhar a multiplicação de diferentes maneiras fez com que os alunos compreendessem melhor o conceito, no entanto, ainda, é necessário avançar no sentido de que sejam capazes de perceber a multiplicação como primeira opção e extrapolem a fase de desenhos passando a formalizar através dos algoritmos. Embora os resultados tenham sido animadores, na próxima fase, pretende-se investir no incentivo à formalização dos conceitos e a utilização do algoritmo da multiplicação por parte dos alunos, já que os resultados mostram que a construção dos conceitos parece estar bem encaminhada.

Referencias bibliográficas

Baptista, M.; Ponte, J. P. da; Velez, I.; Costa, E. (2014) Aprendizagens Profissionais de Professores dos Primeiros Anos Participantes num Estudo de Aula. In: *Educação em Revista*. Volume 30, outubro-novembro. p. 61-70. UFMG: Belo Horizonte.

Isoda, M.; Aracavi, A.; Lorca, A. M. (2012) *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. 3ª. Edição. Chile: Salesianos S. A.

Ponte, J. P.; Quaresma, M.; Pereira, M. J.; Baptista, M. (2016) O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. *BOLEMA*. V. 30. No. 56. p. 868 - 891, dez. 2016. Rio Claro/SP.

Vergnaud, G. (2009) *A criança, a matemática e a realidade*. Curitiba: UFPR.

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA LEM/FOZ: UMA INTEGRAÇÃO POSSÍVEL

Renata Camacho Bezerra – José Ricardo Souza – Luciana Del Castanhel Peron da Silva –
Vanessa Lucena Camargo de Almeida Klaus
renatacamachobezerra@gmail.com – joser Ricardo1012@gmail.com -
lucianaperon@hotmail.com - vanessa_matematica@yahoo.com.br
Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Câmpus de Foz do Iguaçu
Brasil

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.

Modalidad: P

Nivel educativo: Formación y actualización docente.

Palabras clave: Laboratório, Educação Matemática, Formação de Professores, Integração.

Resumen

Este pôster apresenta os resultados do trabalho desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática – LEM/Foz. Este espaço de aula e de promoção da indissociabilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão, foi criado no ano de 2000 com o objetivo de dar suporte às disciplinas pedagógicas do curso de Licenciatura em Matemática, auxiliar a formação do futuro professor de Matemática e ser um espaço de troca de conhecimento entre a formação inicial e a formação continuada. Ao longo dos últimos dezesseis anos além de atender os objetivos iniciais foi também um espaço integrador onde se vislumbrou a parceria entre a universidade e a educação básica através de diversos projetos financiados pelo governo estadual e federal. O LEM/Foz extrapola a função de ser um Laboratório de Ensino e é também um laboratório de extensão e de pesquisa, neste espaço o aluno e futuro professor de Matemática, pode vivenciar experiências importantes para sua futura prática docente, inclusive com docentes da educação básica. É neste movimento de formação inicial e continuada, de educação básica e ensino superior que o LEM/Foz se constitui hoje um referencial não apenas no curso, mas também da universidade pública que busca a interlocução com a sociedade.

Introdução

O Laboratório de Ensino de Matemática LEM/Foz foi criado no ano 2000, na Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE Câmpus de Foz do Iguaçu com o objetivo inicial de dar suporte as disciplinas pedagógicas do Curso de Licenciatura em Matemática, auxiliar a formação do futuro professor de Matemática e ser um espaço de troca de conhecimento entre a formação inicial e a formação continuada do professor que ensina Matemática.

Mas ao longo dos anos os objetivos iniciais foram ampliados e o Laboratório não só atendeu a demanda inicial como também se tornou um espaço importante e articulador entre os diferentes níveis de ensino e entre o ensino, a pesquisa e a extensão.

O LEM/Foz, dispõem de um ambiente apropriado para a elaboração de materiais didáticos, uso de tecnologias, mídias, reuniões e formação de professores, favorece o processo de construção de saberes e conhecimentos matemáticos, proporcionando aos professores e alunos da universidade e da educação básica parcerias de estudos, capacitações e investigações por meio de ações pedagógicas e pesquisas que procuram fazer com que sejam capazes de compreender e melhorar as situações da realidade escolar. Assim como afirma Lorenzato (2006, p. 6) acreditamos que o laboratório de ensino é uma alternativa metodológica importante pois, “[...] mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais, e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades” e no nosso caso o LEM/Foz atende também as necessidades da universidade na relação entre o professor e o futuro professor de Matemática.

Neste artigo vamos apresentar duas ações de articulação entre o ensino, a pesquisa e a extensão e entre a formação inicial e continuada realizadas com o apoio do LEM/Foz ao longo dos últimos anos.

A Experiência PDE

O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) foi instituído no Estado do Paraná a partir da Lei Complementar nº. 130/2010, de 20 de julho de 2010, para professores do quadro próprio do magistério, oportunizando a continuidade da progressão que anteriormente se findava com a Especialização.

De acordo com a Lei aprovada, o programa constitui-se em caráter permanente, prevê o ingresso anual de 3% dos professores da rede através de processo seletivo, realizado pela Secretaria da Educação do Paraná (SEED) e desenvolve-se ao longo de dois anos com afastamento do professor de 100% das atividades de sala de aula no primeiro ano e de 25% no segundo, embora nos últimos anos não tem sido cumprido à risca o que determina a Lei, por exemplo, não tem sido aberta turmas todos os anos.

O programa acontece numa parceria entre a educação básica e as universidades públicas do Estado do Paraná. No primeiro ano os professores da educação básica orientados pelos professores das universidades desenvolvem projetos que visam a melhoria do processo de ensino e aprendizagem em suas salas de aula, frequentam cursos específicos e de formação geral, no segundo ano há a implementação desse projeto e pôr fim a elaboração de um artigo referente ao trabalho desenvolvido.

As autoras Nesi e Zanela (2016) apontam a “necessidade de continuidade no aperfeiçoamento do professor após o término das atividades do PDE. Dentre as possibilidades que podem ser apontadas sugerem-se atividades de extensão universitária vinculada à formação continuada” (p. 986).

As atividades de orientação, bem como, a elaboração de materiais, as pesquisas, os cursos específicos acontecem na maioria das vezes no LEM/Foz.

Os professores através do contato que tem com o laboratório têm uma oportunidade não apenas de desenvolverem as atividades vinculadas ao PDE, mas também de buscar inspirações para desenvolver laboratórios de ensino semelhantes em suas escolas, ou mesmo, de desenvolverem atividades semelhantes em suas salas de aula.

A Experiência PIBID

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), conforme Souza e Lübeck (2013), tem desenvolvido constantes debates sobre formação de professores, procurando por meio de ações voltadas para o ensino ser mediador entre a teoria e a prática e, nesse entremeio investigar o reflexo destas na formação dos acadêmicos participantes do mesmo, ou seja o PIBID é um “programa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) que tem por finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior e para a melhoria da qualidade da educação básica pública brasileira” (Brasil, 2013, p.2).

E ao encontro do referido programa, a UNIOESTE, em particular câmpus da cidade de Foz do Iguaçu, vem desenvolvendo o subprojeto PIBID/MATEMÁTICA/FOZ desde o ano de 2011, com atuação no colégio Barão do Rio Branco (2011 a 2013) e, atualmente, se fazendo presente nos colégios Ipê Roxo (desde 2011) e Flavio Warken (desde 2013). Através do subprojeto as escolas têm tido contato com diversos materiais didáticos, como jogos matemáticos elaborados pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, cursos de capacitação para professores, sendo estes desenvolvidos pelos nossos alunos por meio de apostilas contendo planejamento de atividades a serem aplicadas no ensino fundamental I, apresentações teatrais que procuram trazer todo o envolvimento não só da matemática como também uma interação social com os alunos dos colégios e demais profissionais, entre outros. Os nossos acadêmicos, em encontros semanais no LEM/Foz sob a orientação de docentes da universidade, são provocados a levar, para as salas de apoio dessas escolas, problemas, situações que instiguem os alunos da educação básica a pensar matemática, como exemplo, o problema dos vinte e um vasos de Malba

Tahan do livro “O Homem que Calculava”, que pode ser trabalhado mediante a manipulação de vasos confeccionados com papel cartão, em que os alunos do ensino básico puderam criar estratégias de solução para dividi-los corretamente registrando no caderno sempre que possível os resultados e, também na forma de apresentação teatral, onde os mesmos de modo interativo participavam das cenas auxiliando o “calculista” (personagem da obra) a resolver o problema. Os nossos acadêmicos buscam realizar ações, nos colégios parceiros, de forma a minimizar a “[...] visão costumeira que o aluno tem sobre a Matemática, bem como tentar sanar as dificuldades decorrentes dessa aprendizagem por meio de atividades lúdicas, jogos e resolução de problemas” (Souza, et al, 2016, p. 12).

Para a preparação das ações do PIBID/MATEMÁTICA/FOZ, utilizamos dos espaços do LEM/Foz, o qual dispõe de computadores, *internet*, *softwares* matemáticos, livros e outros recursos didáticos e a lousa digital interativa. Esta, por sua vez, é uma ferramenta didática de diversas funcionalidades que com um toque na tela, o professor por meio de um dispositivo com conexão à *internet* pode trabalhar conteúdos e ideias matemáticas de uma maneira mais dinâmica propiciando aulas diferenciadas daquelas frequentemente ministradas em sala. Para tanto, o acesso a esse recurso requer do professor saber lidar com ele e aplica-lo no contexto escolar e, por isso por meio de eventos acadêmicos e projetos de extensão, o subprojeto tem oferecido no laboratório de ensino cursos, aos professores da Educação Básica e outros interessados, de como utiliza-la haja vista que em algumas escolas a tela interativa se encontra disponível. Diante disso, o LEM/foz tem sido um elo entre a universidade e a educação básica trazendo essas informações de modo que se utilize “[...] a educação para ensinar sobre as tecnologias que estão na base da identidade e da ação do grupo e que se faça uso delas para ensinar as bases dessa Educação [...]” (Borba, Penteado, 1999, p.43). Ainda, o laboratório de ensino, a participação de professores da rede estadual, possibilitam para o PIBID/MAT/FOZ “[...] a troca de experiências, auxiliando os acadêmicos a compreenderem a realidade escolar, as principais dificuldades dos alunos, as dificuldades em determinados conteúdos, e juntos procuramos construir metodologias que possam auxiliar no processo ensino-aprendizagem da matemática” (Souza; Lubeck, 2013, p. 25).

Conclusões

Como dissemos no início deste artigo o Laboratório de Ensino de Matemática LEM/Foz foi criado com o objetivo inicial de dar suporte as disciplinas pedagógicas do Curso de Licenciatura em Matemática, auxiliar a formação do futuro professor de Matemática e ser um espaço de troca

de conhecimento entre a formação inicial e a formação continuada do professor que ensina Matemática, mas ao longo dos anos tem não só cumprido estes objetivos, mas ido muito além. Neste artigo nos detemos em apresentar apenas duas ações: a primeira ação, o PDE que visa a formação continuada dos professores da educação básica, mas que é uma parceria com a universidade, promove a troca de conhecimento entre os diferentes níveis de ensino e por ser o laboratório um espaço comum também permite a troca de conhecimento entre a formação inicial e continuada e ainda, dispõe de financiamento do governo do Estado do Paraná. A segunda ação o PIBID que na sua origem já visa promover a articulação entre formação inicial e continuada, permite também favorecer em suas ações a indissociabilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão. Esta ação conta com o financiamento do governo federal.

O Laboratório de Ensino de Matemática LEM/Foz é mais que um espaço, é um catalizador e um articulador de ações que propiciam a indissociabilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão em suas várias ações e ainda, permite que a educação se articule nos seus mais diferentes níveis permitindo assim uma articulação entre a formação inicial e a formação continuada.

É fato, que ainda há muito por fazer, por exemplo, faltam investimentos, que vise a permanência dos alunos, futuros professores de Matemática nos laboratórios, refletindo e discutindo a Matemática, principalmente os oriundos das licenciaturas, mas também temos que reconhecer que muito se fez nos últimos anos, o que promoveu um avanço considerável na educação de nosso país.

Referencias bibliográficas

Borba, M. de C.; Penteado, M. G. (1999). *Informática e educação matemática*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Brasil (2013). *Portaria no 096, de 18 de julho de 2013*. Regulamento do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Brasília.

Lorenzato, S. (Org.) (2006). *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. 1. ed. Campinas: Autores Associados. Coleção Formação de Professores.

Nesi, E. R.; Zanella, J. L. (2016) PDE/PR: os limites e as possibilidades de uma formação teórico-metodológica do professor de matemática em um programa de formação continuada. *Educação Matemática Pesquisa*. V. 18. No. 2. Pp. 975-987. São Paulo.

Souza, J. R. (2016) PIBID/MAT/FOZ: relatos de experiências. In: Souza, J. R. et al (Org.) *O PIBID e a formação de professores de matemática, pedagogia e letras: ações e concepções*. Pp. 09-22. Porto Alegre: Evangraf/Unioeste.

Souza, J. R.; Lubeck, K. R. M. (2013) O Pibid e sua influência na formação de professores. In: Souza, J. R.; Lubeck, K. R. M. (Org.) *PIBID/MATEMÁTICA/FOZ: refletindo sobre a construção de ambientes de aprendizagem*. Pp 21-27. Curitiba: CRV.

FORMAÇÃO CONTINUADA VISANDO O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PROFESSORES: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA

Renata Camacho Bezerra – Adriana Bahiense Scansetti Bächtold - Carlos Alberto Bächtold - Claudia Regina de O. Almeida - Elisabeth Aparecida. K. Schwartz - Juliana Andressa Gerhardt - Junia Mara Pimentel Vieira - Liziane Luiz Pimentel - Marizete Schulz - Moana Fagundes de Lima - Noeli Paz Camargo - Roseli Schulz Costa - Roseli Zuffo - Stael de Melo Aguiar
renatacamachobezerra@gmail.com – adrianabsbfoz@gmail.com - carlosbachtold@gmail.com - kaudanny@gmail.com - ekessyn@hotmail.com - julipipe1007@outlook.com - mara.junia@gmail.com - lizianeLuizPimentel@gmail.com - maridvs@msn.com - moana_86@hotmail.com - noeli.foz@gmail.com - roseli_schulz@hotmail.com - rosezuffo@gmail.com - staeldemelo@hotmail.com
Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Câmpus de Foz do Iguaçu - Escola Municipal Cecília Meireles - Brasil

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemáticas

Modalidad: P

Nível educativo: Formação e Atualização de Ensino

Palabras clave: Anos Iniciais, Lesson Study, Desenvolvimento Profissional, Formação Continuada.

Resumen

Este pôster apresenta os resultados do trabalho desenvolvido com professores dos anos iniciais do ensino fundamental da escola municipal Cecília Meireles em Foz do Iguaçu/PR na visão dos próprios professores. A Lesson Study corresponde a um processo formativo que leva os professores a refletirem, por meio de um trabalho eminentemente colaborativo entre os pares, sobre a sua prática; tem como foco a aprendizagem do aluno e, suas características principais são a reflexão e a colaboração. Esta modalidade de formação de professores centrada na própria prática profissional e que visa o desenvolvimento profissional é uma atividade contínua de muitos atores, na qual o professor pode não só compartilhar seus conhecimentos, mas também aprender uns com os outros, aprender com os alunos, e ainda, contribuir com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem (Isoda; Arcavi; Lorca, 2012 e Baptista, et al., 2014). Até o momento de forma empírica através das falas dos professores e dos registros das sessões realizadas, pudemos constatar que o contexto da Lesson Study aliada ao ensino exploratório da matemática se constitui numa possibilidade importante de formação continuada, contribuindo para a reflexão da prática pedagógica e conseqüentemente para o desenvolvimento profissional do professor.

Introdução

Este texto relata a percepção dos professores a respeito do processo formativo que utiliza a Lesson Study, realizado com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino

Fundamental, na escola Municipal Cecília Meireles, localizada na cidade de Foz do Iguaçu, no Estado do Paraná, no ano de 2016.

A Lesson Study corresponde a um contexto de formação, que leva os professores a refletirem sobre a sua prática na perspectiva do desenvolvimento profissional, por meio de um trabalho eminentemente colaborativo, tendo como foco a aprendizagem do aluno, no qual, as características principais são a reflexão e a colaboração.

Este processo formativo centrado na própria prática profissional e que visa o desenvolvimento profissional é uma atividade contínua, na qual se espera que o professor não só compartilhe seus conhecimentos, mas que possa aprender com os outros professores e com os alunos, e ainda, contribuir com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem (Isoda; Arcavi; Lorca, 2012; Baptista, et al. 2014; Ponte, et al, 2016).

Com esses objetivos teve início o processo formativo Lesson Study no ano de 2016. O grupo é constituído por quinze professores e um professor e no decorrer da investigação todos escolheram nomes fictícios para serem identificados. Dentre os professores, participam a diretora e duas coordenadoras pedagógicas da escola.

O Grupo

A seguir apresentamos o perfil dos professores participantes do processo formativo que utilizou a Lesson Study.

Tabela 1

Caracterização do Grupo de Professores

Nome	Idade (Anos)	Formação	Tempo de Magistério (Anos)	Séries que já atuou	Séries que está atuando em 2016
Ana	27	Graduação: Pedagogia	5	3º, 4º e 5º.	3º e 4º.
Anita	47	Graduação: Letras Especialização: Supervisão Escolar; Educação Infantil e Séries Iniciais.	27	Todas	Biblioteca
Bia	50	Graduação: Pedagogia Especialização: Alfabetização e Séries iniciais.	27	1º, 2º, 3º, 4º e 5º	1º e 4º
Brigitte	51	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação Infantil e Séries Iniciais; Educação Especial.	24	Todas	Direção

Estrela	53	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação Infantil.	24	Pré, 1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	Reforço
Flor	42	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação Especial; Educação de Jovens e Adultos; Filosofia e Sociologia.	20	Todas e Classe Especial	Coordenação Pedagógica
Guadalupe	37	Graduação: Pedagogia Especialização: Psicopedagogia; Educação Inclusiva; Neuropedagogia.	16	1º, 2º e 3º.	3º.
Helena	40	Graduação: Pedagogia Especialização: Métodos e Técnicas de Ensino; Alfabetização	20	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	Reforço
Ileon	48	Graduação: Normal Superior com Mídias Interativas. Especialização: Gestão Escolar.	21	Todas	Coordenação Pedagógica
Isadora	40	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação Especial.	27	Pré, 1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	Sala de recurso
Karl	52	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação de Jovens e Adultos; Mídias Voltadas à Educação.	10	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	3º, 4º e Sala de Informática
Maria	46	Graduação: Pedagogia Especialização: Alfabetização em Séries Iniciais.	26	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	Readequação Funcional
Maria Rita	40	Graduação: Pedagogia Especialização: Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental.	20	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	1º.
Mazdha	42	Graduação: Matemática Especialização: Alfabetização e Séries iniciais; Mídias Voltadas à Educação.	22	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	1º e 2º.

Rosy	59	Graduação: Normal Superior com Mídias Interativas. Especialização: Educação Especial.	19	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	2º.
Vera	45	Graduação: Normal Superior com Mídias Interativas. Especialização: Séries Iniciais; Educação Especial.	22	1º, 2º, 3º, 4º e 5º.	5º.

Nota. Fonte: Organizado pelas autoras.

De acordo com Huberman (1995) a vida profissional dos professores se divide em fases, sendo que a entrada na carreira é considerada do primeiro ao terceiro ano de profissão, a estabilização do quarto ao sexto ano, a diversificação e a experimentação do sétimo ao vigésimo quinto ano, a serenidade e o distanciamento afetivo do vigésimo quinto ano ao trigésimo quinto ano e a preparação para a aposentadoria do trigésimo quinto ano ao quadragésimo ano de carreira.

Considerando as fases descritas por Huberman (1995), e adaptando ao contexto brasileiro, no nosso grupo não temos nenhum professor que possa ser considerado professor iniciante. Apenas um professor está na fase de estabilização, onze professores estão na fase da diversificação e experimentação e quatro professores estão na fase do distanciamento afetivo e da preparação para a aposentadoria.

Percepções dos Professores no Processo Formativo

À medida em que o trabalho foi sendo desenvolvido na coletividade, foi possível perceber o avanço da sensibilidade, por parte dos participantes, quanto à forma como os alunos não apenas percebem, mas também como tentam responder aos estímulos cognitivos apresentados, através das atividades propostas em sala de aula pelas atividades elaboradas, a partir da contribuição de cada um dos professores.

Além disso, cada um pode contribuir a partir de sua própria experiência em sala de aula, no contato com os alunos, e também de sua própria observação quanto ao modo pelo qual estes alunos empreendam a resolução dos problemas apresentados.

Os professores destacaram diversas contribuições do processo formativo para sua prática em sala de aula e para sua formação.

A seguir elencamos algumas falas dos professores e o que os mesmos consideraram mais relevantes na sua percepção ao longo do processo.

Tabela 2

Percepções dos Professores

Professor (a)	Percepção
Karl	“[...] a oportunidade de me colocar “do outro lado”, vislumbrando a perspectiva do aluno quanto aos problemas que são trabalhados em sala de aula”
Mazdha	“[...] aprendendo com as experiências não só vivenciadas em minha sala de aula, mas também na sala de aula das colegas. Ao ouvir os relatos diferenciados sempre é possível ver a matemática com novos olhares, não apenas dos docentes, como também dos discentes, aprendendo com estes últimos.”
Flor	“[...] ver que com as atividades mais concretas e em grupo fica mais fácil de ser trabalhada [...]. O trabalho coletivo para planejar e colocar em prática as atividades torna tudo mais fácil [...]”
Maria Rita	“Aprendi a lidar com o novo, com o diferente e com as diferenças [...], sendo flexível com as novas possibilidades e experiências de outros colegas e até de outros países e fazendo realmente serem aplicados conteúdos preparados com uma equipe atuante em sala, conhecedores da realidade acadêmica do corpo discente.”
Ileon	“[...] o que me chamou a atenção dessa vez foi eu poder falar sobre minhas dúvidas ao trabalhar matemática e como eu trabalhava. Aprendi com os encontros coletivos que sempre precisamos sim um do outro, ouvir e saber o que cada um está a trabalhar e que todos como eu também tiveram dúvidas e até pulavam conteúdos que não tinham segurança em trabalhar. Que é preciso sondar saber o que as crianças sabem e o que eu quero que elas aprendam em primeiro lugar. Preciso ter um foco para não me perder, pois isso afeta o aprendizado das crianças.”
Helena	“[...] percebi a importância de refletirmos sobre a aprendizagem de nossos alunos e também sobre nossas práticas pedagógicas [...]. A metodologia de investigação, a partir da observação e reflexão sobre os resultados da aprendizagem dos meus alunos foi algo inovados e tem me possibilitado maior clareza e segurança no processo de ensino.”
Rosy	“ [...] uma visão ampla de como encaminhar e introduzir novos conteúdos e levar o aluno a ter uma sequência proporcionando uma melhora na qualidade do aprendizado.”
Maria	“É muito legal, de repente perceber que pode ser diferente [...] e que não existe nada pronto e acabado.”
Bia	“Tudo melhorou, pois pudemos expor nossos problemas, angústias e anseios referentes à disciplina de Matemática.”
Amanda	“[...] prevendo as possíveis dificuldades dos alunos eu passei a pensar mais no aluno, tentar pensar como ele pensa e encontrar no processo de aprendizagem onde está sua dificuldade.”
Brigitte	“Aprendi que trabalhando em grupo as crianças trocam conhecimento entre si.”
Anita	“Hoje procuro me reunir mais com os colegas para discutir metas de aprendizagem para planejar as aulas e colaboramos mais uns com os outros na busca da melhor maneira de ensinar e na busca de melhores resultados.”
Ana	“Aprendi a planejar colaborando uns com os outros e vi como isso faz a diferença.”

Nota. Fonte: Organizado pelas autoras.

Considerações Finais

Os professores destacam com suas falas a percepção que tiveram de diversos pontos que consideraram importantes, dentre eles, destacamos:

- Ensino Exploratório da Matemática;
- Colaboração entre os professores;

- Troca de Experiência entre os professores;
- Reflexão Coletiva no grupo.

As percepções de mudança foram evidenciadas pelos próprios professores tendo como referência suas salas de aula e sua formação. Estas mudanças percebidas pelos próprios professores são importantes pois são fatores desencadeadores do desenvolvimento profissional dos professores. Por fim, esperamos que estas mudanças elencadas pelos próprios professores possam de fato ter contribuído não só com a formação continuada dos mesmos visando o seu desenvolvimento profissional, mas consequentemente a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática junto aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Referencias bibliográficas

Baptista, M.; Ponte, J. P. da; Velez, I.; Costa, E. (2014) Aprendizagens Profissionais de Professores dos Primeiros Anos Participantes num Estudo de Aula. In: *Educação em Revista*. Volume 30, outubro-novembro. p. 61-70. UFMG: Belo Horizonte.

Huberman, M. (1995) O ciclo de vida profissional dos professores. In: NÓVOA, A. (org.). *Vidas de professores*. Porto/PT: Porto Editora.

Isoda, M.; Aracavi, A.; Lorca, A. M. (2012) *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. 3ª. Edição. Chile: Salesianos S. A.

Ponte, J. P.; Quaresma, M.; Pereira, M. J.; Baptista, M. (2016) O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. *BOLEMA*. V. 30. No. 56. p. 868 - 891, dez. 2016. Rio Claro/SP.

**EXPERIENCIA EDUCATIVA CON ALUMNOS DE BACHILLERATO EN
PROGRAMAS DE EXCELENCIA:
APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS (ABP)**

Sergio Peco – Miguel Adán – Rafael Ruiz y Elena Arroyo
sergio.peco89@gmail.com - madanoliver@gmail.com - rafaelruizpastor@gmail.com y
elenaarroyoalug@gmail.com

Máster Prof. Secundaria, UCLM – Catedrático IES Sta M^a Alarcos (C. Real) – Alumnos IES
Sta M^a Alarcos (C. Real), España

Núcleo temático: I Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: P

Nivel educativo: Terciario o Bachillerato (16 a 18 años)

Palabras clave: ABP, Bachillerato de Excelencia, Educación Matemática

RESUMEN

El bachillerato de excelencia constituye una opción educativa dirigida a aquellos alumnos con mejor rendimiento académico e interesados en profundizar en áreas como las Matemáticas. Los alumnos cuentan con una hora semanal más de Matemáticas en la cual desarrollan actividades de profundización. Al mismo tiempo se comprometen a realizar un trabajo individual de cierta entidad. No se especifican contenidos, siendo habitual la extensión o profundización de los contenidos curriculares. En esta actividad, orientada según la metodología del aprendizaje basado en proyectos (ABP), se proponía al alumnado la elaboración de trabajos monográficos o de investigación en el que se muestren las conexiones de las matemáticas con diversos tópicos de la vida real de interés para los alumnos (arte, ciencia, deporte, internet, imagen, ciudad, manualidades...). Se puso especial interés en la participación del grupo en la selección, asignación, documentación y elaboración de los trabajos individuales siguiendo las claves de: interés para el alumno, riqueza formativa, significatividad, autonomía, cooperación, integración de competencias clave, investigación/innovación escolar, retroalimentación, evaluación y publicidad. Se explican las fases de la experiencia y algunos ejemplos realizados durante los cursos 2014/2016 en el IES Sta M^a Alarcos (C. Real) que reflejan los interesantes resultados que ofrecen este tipo de actividades.

INTRODUCCIÓN

El **bachillerato de excelencia** constituye una opción educativa dirigida a aquellos alumnos con mejor rendimiento académico e interesados en profundizar en algunas áreas, y entre ellas, la de Matemáticas.

Los alumnos matriculados en este programa cuentan con una hora semanal más de Matemáticas en la cual desarrollan actividades, cursos y seminarios de profundización en la materia. Al mismo

tiempo, los alumnos se comprometen a realizar un trabajo individual de cierta entidad sobre algún aspecto de las Matemáticas. En esta modalidad de bachillerato no se especifican contenidos concretos y la actividad queda abierta a la propuesta del profesor siendo lo más habitual la extensión o profundización de los contenidos curriculares del curso.

En el presente trabajo se recoge una actividad realizada por los alumnos del bachillerato de excelencia del IES Santa María de Alarcos (Ciudad Real) durante los cursos académicos 2014/2015 – 2015/2016 que refleja la riqueza y eficacia educativa que ofrecen este tipo de actividades para grupos de excelencia.

METODOLOGÍA: APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS (ABP)

Como se ha mencionado, el acceso al bachillerato de excelencia supone el compromiso por parte del alumno de la elaboración de un trabajo individual en relación con las Matemáticas. Dicho trabajo lo desarrolla el alumno durante los dos cursos de bachillerato siguiendo la metodología del **Aprendizaje Basado en Proyectos**.

El aprendizaje basado en proyectos (ABP o PBL, Project-Based Learning) es una metodología que permite a los alumnos adquirir los conocimientos y competencias clave mediante la elaboración de proyectos en los que se dan respuestas a problemas de la vida real o se analiza un tema desde su propio punto de vista.

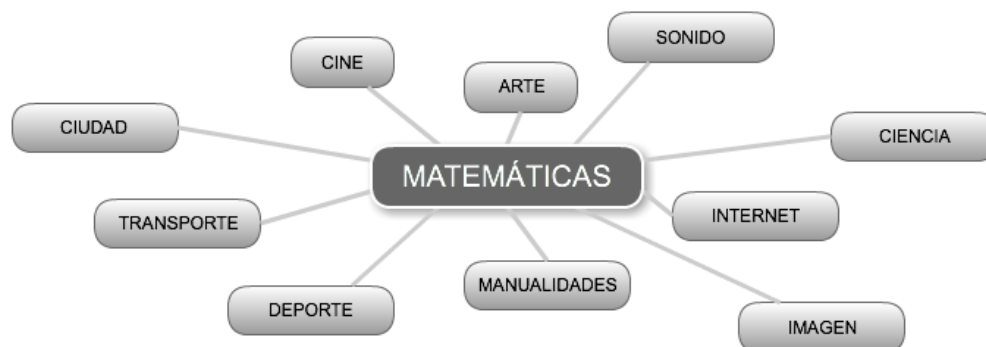
Se trata de un tipo de “aprendizaje activo” por el cual los **alumnos**, partiendo de una serie de cuestiones planteadas inicialmente, investigan, experimentan, buscan respuestas y llegan a conclusiones e ideas propias que les llevan a adquirir nuevos conocimientos.

El **docente** actúa como mediador o guía y se encarga de resolver dificultades, controlar el ritmo de trabajo, facilitar el éxito del proyecto y evaluar el resultado. Mediante esta metodología, el aprendizaje de conocimientos tiene tanta importancia como la adquisición de habilidades y actitudes.

Como veremos en este trabajo, este tipo de enseñanza resulta más eficaz que la tradicional enseñanza directa caracterizada por un aprendizaje memorístico, de corta duración, reiterativo y acrítico.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Basándonos en la metodología del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) se propone al alumnado la elaboración de trabajos monográficos o de investigación en los que se muestren las **conexiones de las matemáticas** con diversos tópicos de la vida real propuestos por el profesor.



Se puso especial interés en la participación del grupo en la selección, asignación, documentación y elaboración de los trabajos individuales atendiendo a los criterios de:

- **Interés para el alumno.** Es importante que el tema a desarrollar capte la atención del alumno, es decir, debe ser de su interés o acorde a sus aficiones.
- **Riqueza formativa.** Los trabajos deben ser ricos en contenidos curriculares.
- **Significatividad.** Debe tratarse de temas abarcadores, motivadores, que provoquen conexiones con anteriores aprendizajes y sobre todo cercano al entorno e intereses del alumno.
- **Autonomía.** Tienen que permitir algún grado de decisión a los alumnos y que les permita trabajar independientemente. Los alumnos son los que deben organizar su tiempo y reclamar la ayuda del profesor cuando la necesiten.
- **Cooperación.** Es importante fomentar el trabajo cooperativo en el grupo mediante debates, lluvias de ideas, intercambio de información...
- **Integración de competencias clave.** Los proyectos deben dar a los alumnos la posibilidad de practicar y aprender las competencias clave: expresión del pensamiento crítico, comunicación efectiva, uso de tecnologías...
- **Retroalimentación.** Deben ser trabajos que faciliten un continuo feedback o intercambio de información entre el docente y el alumno, lo cual requiere un cierto conocimiento del tema a tratar por parte del docente. Gracias a esta retroalimentación el profesor conoce en todo momento el avance del alumno, el cual es consciente de los aspectos destacables de su trabajo y aquellos en los que debe mejorar.

- **Investigación / Innovación escolar.** Los trabajos no deben limitarse exclusivamente a una recopilación de información, sino que deben partir de una investigación inicial y terminar aportando bien algo original o bien revisarlas desde su propio punto de vista.
- **Evaluación.** El proyecto incluirá un proceso de evaluación y reflexión sobre lo aprendido a lo largo del mismo, no solo al final. Esta evaluación continua permite detectar las posibles dificultades que pueden encontrar los estudiantes durante el desarrollo del proyecto y llevar a cabo planes de mejora para resolverlas.
- **Publicidad.** Es importante que el producto final del proyecto se comparta con una audiencia (profesores, compañeros y resto de la comunidad educativa). El hecho de proporcionar una audiencia al alumno para presentar su trabajo genera motivación y permite desarrollar sus habilidades orales en la argumentación del trabajo.

FASES

A continuación se enumeran las fases llevadas a cabo durante la experiencia, desde la propuesta inicial de tópicos hasta la entrega final de cada uno de los trabajos.

- **Fase 1: Lluvia de ideas/cuestiones de interés a investigar en cada uno de los tópicos propuestos.**

El grupo, coordinado por el profesor, genera ideas libremente sobre cada uno de los tópicos propuestos con el fin de recopilar todas aquellas cuestiones y sugerencias más relevantes que permitan enfocar los trabajos.

En esta fase el profesor debe promover la aparición de cuestiones que creen interés y curiosidad en los alumnos.

- **Fase 2: Asignación de un tópico a cada uno de los alumnos.**

De entre los tópicos propuestos inicialmente por el profesor, se asigna uno diferente a cada alumno.

- **Fase 3: Selección por parte de cada alumno de unas pocas cuestiones de entre las anteriores propuestas que serán objeto de estudio.**

- **Fase 4: Búsqueda de información sobre las cuestiones a estudiar.**

Individualmente, cada alumno realizará una primera búsqueda de información sobre las cuestiones seleccionadas de entre las planteadas inicialmente por el grupo en relación con su tópico de estudio. Esta primera búsqueda permitirá a los alumnos conocer lo que otros han hecho sobre sus posibles temas de estudio e identificar nuevas cuestiones e ideas a

desarrollar. En definitiva, permitirá al alumno definir con claridad las cuestiones que quiere desarrollar y la manera cómo realizará su estudio.

- **Fase 5: Propuesta definitiva de tema de estudio para cada alumno.**

- **Fase 6: Desarrollo de trabajo individual.**

De manera individual, cada estudiante desarrolla su trabajo durante los dos cursos de bachillerato. Dicho trabajo se va realizando bajo la guía y asesoramiento del profesor-tutor que se encarga de ir supervisando borradores, planes, comprobando fuentes utilizadas por los alumnos...

- **Fase 7: Propuestas intermedias y realimentación (feedback).**

Los estudiantes van proporcionando propuestas intermedias al profesor, el cual informa al alumno de aquellos aspectos que deben ser revisados o susceptibles de mejorar y le proporciona sugerencias enfocadas a enriquecer el trabajo.

- **Fase 8: Defensa oral y puesta en común de los trabajos finales.**

Finalmente, además de presentar por escrito sus trabajos, los alumnos exponen los resultados del proyecto al resto de compañeros en clase y se hace una posterior difusión de algunos trabajos entre la comunidad educativa (exposición de carteles en el centro).

Como podemos observar partimos de cuestiones muy generales y se sigue un proceso de refinamiento para determinar el trabajo concreto de cada alumno. Una vez asignados los trabajos, se profundiza hasta el nivel de detalle que el alumno desea.

3. EJEMPLOS

A continuación se recoge un resumen de dos proyectos elaborados por alumnos del bachillerato de excelencia del IES Santa María de Alarcos (C.Real) durante los cursos académicos 2014/2015 – 2015/2016.

3.1. CURVAS CONCOIDES EN LA FLORA DE CIUDAD REAL

En este trabajo realizado por **Rafael Ruiz Pastor** se estudia la ecuación polar de la curva que se ajusta a la geometría de diversas flores existentes en la provincia de Ciudad Real (Castilla La Mancha). Dicha curva recibe el nombre de **concoide**.

Las concoides de rosetón o rosáceas tienen como fórmula polar general:

$$r(t) = r_0 \left[1 + a \cdot \cos \left(\frac{k \cdot t}{q} + t_0 \right) \right], \quad 0 \leq t_0 \leq 2\pi$$

En este estudio se presentan conjuntos de valores de los parámetros $\{r_0, a, k, q, t_0\}$ que permiten modelar geoméricamente las flores. Para ello se ha empleado el software GeoGebra.

Además, el trabajo recoge fotografías de las flores, localización y descripción de las características de la planta.

En el Anexo I del presente documento se recoge el ajuste de algunas de las flores.

3.2. EL INFINITO EN MATEMÁTICAS

En este trabajo realizado por **Elena Arroyo Álvarez-Ugena** se recoge una reflexión acerca del infinito en matemáticas.

El trabajo, además de incluir una descripción del origen y significado del infinito, incorpora una serie de situaciones, paradojas y un estudio inicial de la aritmética transfinita. Además, el estudio se complementa con una serie de construcciones elaboradas con el software GeoGebra que simulan algunas características estudiadas.

En el Anexo II del presente documento se describen algunas de estas situaciones y paradojas.

CONCLUSIONES

Con el desarrollo de esta actividad hemos sido testigos de las ventajas que supone la realización de este tipo de actividades con alumnos de excelencia. Algunas de las conclusiones extraídas de la misma son:

- Los alumnos adquieren **nuevos conocimientos**, tanto de los trabajos realizados por cada alumno como de los realizados por el resto de compañeros. En concreto en este caso sobre aplicaciones de las matemáticas en la vida real.
- Estas actividades **contribuyen al desarrollo de las competencias básicas**. Los estudiantes tienen la oportunidad de tomar decisiones (autonomía e iniciativa personal), usar las TIC de manera autónoma, crítica y creativa (competencia digital y tratamiento de la información) y debatir y poner en común sus trabajos (competencia social y ciudadana).
- Al no imponer restricciones, estos trabajos permiten a estos alumnos más avanzados **desarrollar plenamente sus capacidades**.
- El alumnado no se limita exclusivamente a buscar información, sino que la analiza, la critica y **pone en práctica los conocimientos adquiridos**.
- Nos permite iniciar a los alumnos participantes en el proceso **de elaboración de trabajos monográficos y de investigación**, muy habituales en el ámbito universitario.

EXPERIENCIA EDUCATIVA CON ALUMNOS DE BACHILLERATO EN PROGRAMAS DE EXCELENCIA: APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS (ABP)

Sergio Peco - Miguel Adán- Rafael Ruiz y Elena Arroyo
 sergio.peco89@gmail.com - madanoliver@gmail.com - rafaelruizpastor@gmail.com y elenaarroyoalug@gmail.com
 Máster Prof. Secundaria, UCLM - Catedrático IES Sta M^a Alarcos (C.Real) - Alumnos IES Sta M^a Alarcos (C.Real), España

Introducción

El **Bachillerato de excelencia** constituye una opción educativa dirigida a aquellos alumnos con mejor rendimiento académico e interesados en profundizar en algunas áreas, y entre ellas, la de Matemáticas. Los alumnos matriculados en este programa cuentan con una hora semanal más de Matemáticas en la cual desarrollan actividades, cursos y seminarios de profundización en la materia. Al mismo tiempo, los alumnos se comprometen a realizar un trabajo individual de cierta entidad sobre algún aspecto de las Matemáticas. No se especifican contenidos concretos y la actividad queda abierta a la propuesta del profesor siendo lo más habitual la extensión o profundización de los contenidos curriculares del curso.

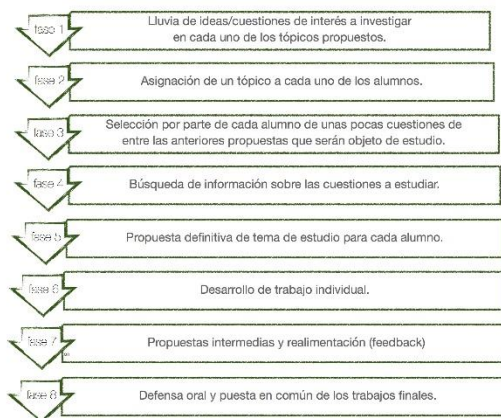
En esta actividad, realizada por los alumnos del IES Santa María de Alarcos (Ciudad Real) durante los cursos 2014/15-2015/16 y orientada según la metodología del **aprendizaje basado en proyectos (ABP)**, se proponía al alumnado la elaboración individual de trabajos monográficos o de investigación en el que se muestren las conexiones de las matemáticas con diversos tópicos de la vida real que puedan resultar de interés para los alumnos (arte, ciencia, deporte, internet, imagen, ciudad, manualidades...).

Se puso especial interés en la participación del grupo en la selección, asignación, documentación y elaboración de los trabajos individuales siguiendo las claves de:

- Interés para el alumno
- Riqueza formativa
- Significatividad
- Autonomía
- Cooperación
- Integración de competencias clave
- Retroalimentación
- Investigación/innovación escolar
- Evaluación
- Publicidad

De esta forma, con este trabajo se pretende reflejar la riqueza que ofrecen este tipo de actividades para grupos de excelencia.

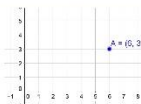
Fases



curvas concoides en la flora de Ciudad Real

En este trabajo realizado por **Rafael Ruiz Pastor** se estudia la ecuación polar de la curva que se ajusta a la geometría de diversas flores existentes en la provincia de Ciudad Real. Cada punto de la curva (denominada **concoide**) queda determinado por un valor de t (ángulo entre el semieje positivo de abscisas y el vector de posición del punto) y un valor de r (distancia entre el punto y el origen de coordenadas).

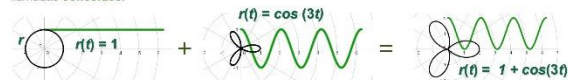
COORDENADAS CARTESIANAS



COORDENADAS POLARES



De la suma de las dos curvas siguientes, expresadas mediante su ecuación polar, obtenemos curvas llamadas **concoides**.



Las **concoides** de rosetón o rosáceas tienen como fórmula polar general:

$$r(t) = r_0 \left[1 + a \cdot \cos\left(\frac{k \cdot t}{q} + t_0\right) \right], \quad 0 \leq t_0 \leq 2\pi$$

En este estudio se presentan conjuntos de valores de los parámetros $\{r_0, a, k, q, t_0\}$ que permiten modelar geoméricamente las flores. Para ello se ha empleado el software GeoGebra. Además, el trabajo recoge fotografías de las flores, localización y descripción de las características de la planta.

- Esparaguera de monte (Asparagus acutifolius)**
 $r(t) = 0.22 \left[1 + 0.54 \cdot \cos\left(\frac{6}{1} \cdot t + 6\right) \right]$
- Almendra (Prunus dulcis)**
 $r(t) = 1.91 \left[1 + 1 \cdot \cos\left(\frac{5}{2} \cdot t + 1.7\right) \right]$
- Granado (Punica granatum)**
 $r(t) = 1.62 \left[1 + 0.4 \cdot \cos\left(\frac{36}{5} \cdot t + 1.4\right) \right]$
- Labiérnago o lentisco (Phillyrea angustifolia)**
 $r(t) = 0.8 \left[1 + 1.04 \cdot \cos\left(\frac{4}{3} \cdot t + 2.8\right) \right]$

el infinito en matemáticas

En este trabajo realizado por **Elena Arroyo Álvarez-Ugena** se recoge una reflexión acerca del **infinito** en matemáticas.

El trabajo, además de incluir una descripción del origen y significado del infinito, incorpora una serie de situaciones, paradojas y un estudio inicial de la aritmética transfinita. Además, el estudio se complementa con una serie de construcciones elaboradas con el software GeoGebra que simulan algunas características.

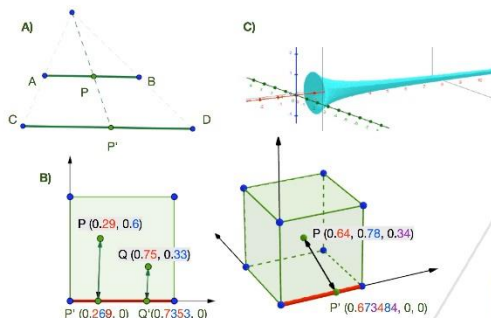
A continuación se describen algunas de estas situaciones y paradojas:

A) CARDINAL DE DOS SEGMENTOS: Dos segmentos cualesquiera tienen el mismo cardinal. Para comprobarlo, basta con establecer una homotecia entre los segmentos AB y CD, como se indica en la figura A.

Como se puede observar en dicha figura, a cada punto del segmento AB le corresponde un punto del segmento CD y viceversa.

B) CARDINAL DE UN CUADRADO / CUBO Y UNO DE SUS LADOS: Podemos establecer una biyección entre los puntos de un cuadrado de lado 1 y uno de sus lados como se indica a continuación. Para ello, se elige un punto P cualquiera del cuadrado y le hacemos corresponder el punto P' del lado rojo del siguiente modo: su primera coordenada tendría 0 por parte entera y la parte decimal resultaría de tomar alternativamente los decimales de la primera y la segunda coordenada de P, siendo su segunda coordenada 0. Por tanto, se deduce que **cualquier cuadrado tiene el mismo cardinal que un segmento cualquiera.**

La misma biyección se puede establecer entre los puntos de un cubo de lado 1 y uno de sus lados.



bibliografía

VALORACIÓN FINAL

El presente trabajo ha sido desarrollado por **Sergio Peco Parente**, profesor en prácticas en el IES Santa María de Alarcos (Ciudad Real) durante el curso 2015/2016 dentro del Máster Universitario en Profesor de ESO y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (UCLM) y **Miguel Adán Oliver**, catedrático de Matemáticas en Educación Secundaria del IES Santa María de Alarcos. Además se ha contado con la colaboración de los alumnos del bachillerato de excelencia **Rafael Ruiz Pastor** y **Elena Arroyo Álvarez-Ugena**.

Para finalizar, se recoge una **valoración final** del presente trabajo realizada por uno de los alumnos mencionados anteriormente y participante en la experiencia educativa descrita en el presente documento:

“Este trabajo me ha gustado mucho, porque me parece que refleja lo que hicimos en las clases de excelencia y cómo se aprovecharon en Matemáticas. Además, creo que la descripción y las fases que se exponen se corresponden con la manera de trabajar que teníamos, y me parece que es una buena manera de presentar el programa de excelencia y de mostrar sus posibilidades”

(Rafael Ruiz Pastor)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

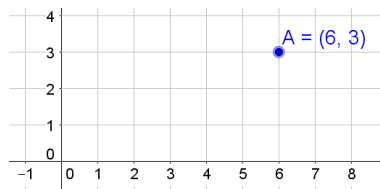
- Larmer, J. & Mergendoller, J.R. (2010). The main course, not dessert, how are students reaching 21st century goals?. Novato, CA: Buck Institute for Education (BIE). Recuperado de http://www.bie.org/images/uploads/useful_stuff/Main_Course.pdf
- Trujillo, F. (2016). Aprendizaje Basado en Proyectos. Infantil, Primaria y Secundaria. Madrid: Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación

ANEXO I: CURVAS CONCOIDES EN LA FLORA DE CIUDAD REAL

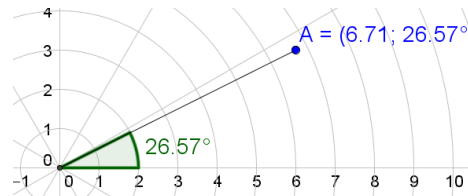
Alumno: Rafael Ruiz Pastor

FÓRMULA POLAR GENERAL DE LA CONCOIDE

Cada punto de la curva queda determinado por un valor de t (ángulo entre el semieje positivo de abscisas y el vector de posición del punto) y un valor de r (distancia entre el punto y el origen de coordenadas).

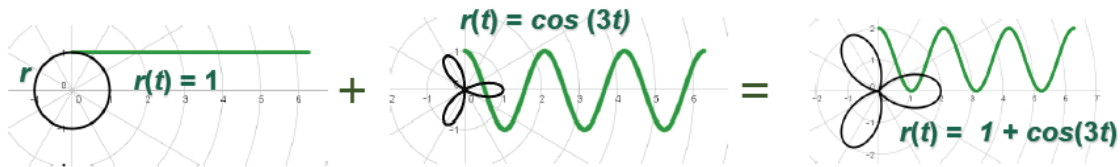


Coordenadas Cartesianas



Coordenadas Polares

De la suma de las dos curvas siguientes, expresadas mediante su ecuación polar, obtenemos curvas llamadas **concoides**.



Las concoides de rosetón o rosáceas tienen como fórmula polar general:

$$r(t) = r_0 \left[1 + a \cdot \cos \left(\frac{k \cdot t}{q} + t_0 \right) \right], \quad 0 \leq t_0 \leq 2\pi$$

Parámetros para ajustar las flores:

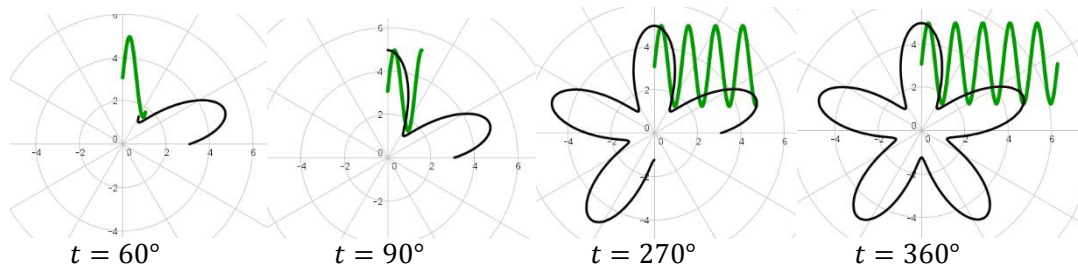
- r_0 y a : Los valores de estas variables se relacionan con la forma que adquiere la curva en cuanto a lo abierto o cerrado de los bucles, al tamaño en general de la gráfica y en cuanto a la presencia o no de una fila de pétalos internos y a la existencia o no de un punto de corte en la misma posición del centro de la curva.

- k y q : La relación entre estas dos variables se refiere a la forma y distribución de los pétalos. El valor que toma k determina el número de pétalos mayores que describe la curva; mientras que el de q determina la mitad del número de puntos de corte que tiene un pétalo grande con otros pétalos mayores mas uno, sin entrar en este número de intersecciones con pétalos menores e incluyéndose intersecciones con el mismo pétalo que tomamos como referencia.
- t_0 : Esta variable se corresponde con el ángulo que se rota la gráfica desde una posición inicial.

EJEMPLO AJUSTE DE LA FLOR DEL HINOJO

$$r(t) = 3.14 \left[1 + 0.63 \cdot \cos\left(\frac{5}{1} \cdot t + 4.71\right) \right]$$

En negro se muestra la representación polar (r, t) y en verde la representación cartesiana con los ejes $X = t, Y = r$.

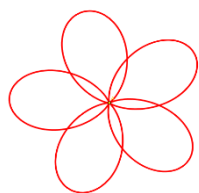


ESPARRAGUERA DE MONTE (ASPARAGUS ACUTIFOLIUS)



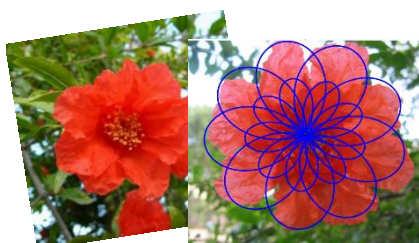
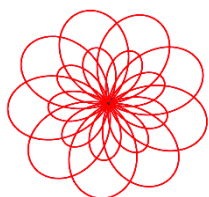
$$r(t) = 0.22 \left[1 + 0.54 \cdot \cos\left(\frac{6}{1} \cdot t + 6\right) \right]$$

ALMENDRO (PRUNUS DULCIS)



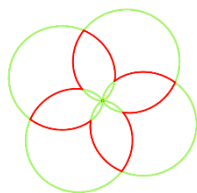
$$r(t) = 1.91 \left[1 + 1 \cdot \cos \left(\frac{5}{2} \cdot t + 1.7 \right) \right]$$

GRANADO (PUNICA GRANATUM)



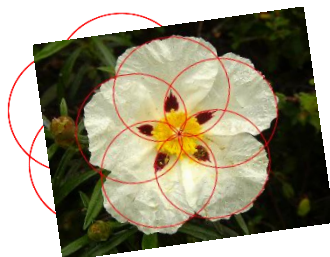
$$r(t) = 1.92 \left[1 + 4 \cdot \cos \left(\frac{9}{5} \cdot t + 3 \right) \right]$$

LABIÉRNAGO O LENTISCO (PHILLYREA ANGUSTIFOLIA)



$$r(t) = 0.8 \left[1 + 1.04 \cdot \cos \left(\frac{4}{3} \cdot t + 2.8 \right) \right]$$

JARA (CISTUS LADANIFER)



$$r(t) = 1 \left[1 + 1.12 \cdot \cos \left(\frac{5}{4} \cdot t + 2.7 \right) \right]$$

TOMILLO (ERICA AUSTRALIS)



$$r(t) = 0.79 \left[1 + 0.36 \cdot \cos \left(\frac{4}{1} \cdot t + 4.24 \right) \right]$$

JAZMÍN SILVESTRE (JASMINUM FRUTICANS)



$$r(t) = 1.36 \left[1 + 0.96 \cdot \cos \left(\frac{13}{4} \cdot t + 0.63 \right) \right]$$

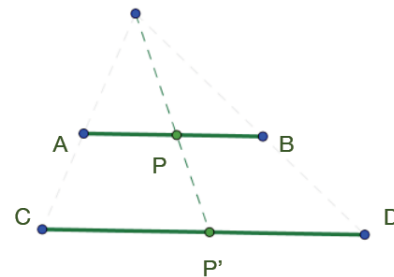
ANEXO II: EL INFINITO EN MATEMÁTICAS

Alumna: Elena Arroyo Álvarez-Ugena

CARDINAL DE DOS SEGMENTOS

Dos segmentos cualesquiera tienen el mismo cardinal. Para comprobarlo, basta con establecer una homotecia entre los segmentos AB y CD .

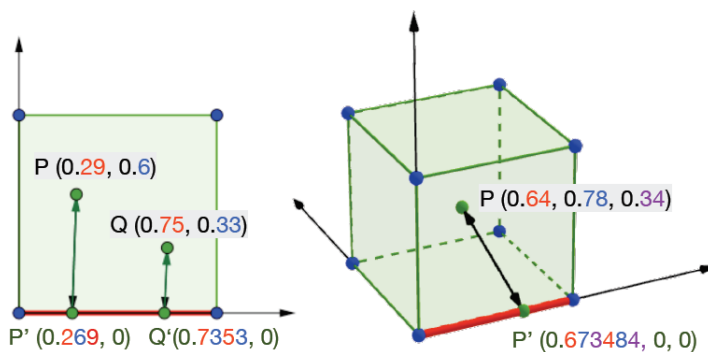
Como se puede observar, a cada punto del segmento AB le corresponde un punto del segmento CD y viceversa.



CARDINAL DE UN CUADRADO / CUBO Y UNO DE SUS LADOS

Podemos establecer una biyección entre los puntos de un cuadrado de lado 1 y uno de sus lados como se indica a continuación. Para ello, se elige un punto P cualesquiera del cuadrado y le hacemos corresponder el punto P' del lado rojo del siguiente modo: su primera coordenada tendría 0 por parte entera y la parte decimal resultaría de tomar alternativamente los decimales de la primera y la segunda coordenada de P , siendo su segunda coordenada 0. Por tanto, se deduce que cualquier cuadrado tiene el mismo cardinal que un segmento cualquiera.

La misma biyección se puede establecer entre los puntos de un cubo de lado 1 y uno de sus lados.

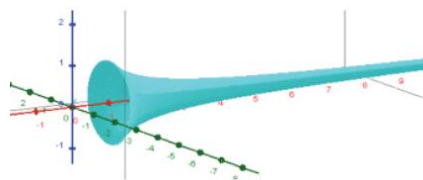


PARADOJA

DE LA TROMPETA DE GABRIEL

La trompeta del ángel Gabriel o la trompeta de Torricelli es una superficie en forma de embudo (o de trompeta).

Empieza ancha y se estrecha rápidamente, pero nunca se cierra; es decir, tiene una altura de longitud infinita. La



superficie de la trompeta es infinita, pero el volumen que envuelve no (de ahí surge la paradoja).

PRÁTICAS AVALIATIVAS EM PROCESSOS FORMATIVOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA MODALIDADE A DISTÂNCIA

Zenilda Botti Fernandes
zenildabotti@ufpa.br
Universidade Federal do Pará - Brasil

Modalidade: Póster (P)

Nível educativo: Formação e atualização de ensino (5)

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemáticas

Palavras-chave: Avaliação, EaD, Formação, Matemática.

Resumo

Tenho por objetivo analisar e refletir sobre as práticas avaliativas do curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade a Distância/UFPA. Para tanto, adotei os parâmetros da abordagem histórico-dialética por considerá-la mais adequada ao estudo do processo formativo de professores, uma vez que preconiza a práxis baseada em fundamentos ontológicos e epistemológicos. As aproximações possibilitadas pela análise dos procedimentos e dos instrumentos utilizados para a avaliação da aprendizagem realizadas no curso, deixam entrever um viés reiterativo, tradicional, centrado na nota, advinda unicamente da aplicação de provas e listas de exercícios, que coexistem com práticas avaliativas mais diversificadas e colaborativas, que têm contribuído para a constituição da identidade, da autonomia e da criticidade dos alunos, em coerência com os princípios da educação a distância. As possibilidades metodológicas da avaliação na EaD, permitem reconhecê-la como meio para instigar a capacidade autoral e criativa dos alunos, e para o professor, a reflexão crítica sobre a prática e o acompanhamento dos avanços e das dificuldades do ato de aprender. Neste sentido, concluo que uma formação que objetive a práxis emancipatória, perpassa pela ressignificação dos procedimentos habituais de avaliação que obstaculizam as mudanças rumo à transformação.

Introdução

Este artigo faz parte da investigação realizada no doutorado, cujo objetivo é analisar e refletir sobre as práticas avaliativas na ação dos professores formadores de professores de Matemática e dos tutores presenciais no curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade a Distância, no âmbito da Universidade Federal do Pará, em consórcio com a Universidade Aberta do Brasil, que articula as instituições de ensino superior e os governos estaduais e municipais com vistas a atender às demandas locais por educação superior por meio da modalidade da educação a distância.

Fundamentos teóricos

O ponto de partida para analisar as práticas avaliativas do curso tem como pressuposto o enfoque teórico previsto no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) do modelo construtivista, proposto por Vygotsky (1987), que concebe o processo de aprender como uma prática social na qual cada

sujeito constrói significados e representações da realidade de acordo com suas experiências em diferentes contextos, e que o trabalho do professor é constituído por atividades orientadas pela relação teoria e prática e pela reflexão. A atividade, segundo Vázquez (2011), representa “um conjunto de atos em virtude dos quais um sujeito ativo (agente) modifica uma matéria-prima dada” (p. 221).

Aplicadas no contexto da formação de professores de Matemática em EaD, a premissa da práxis, pode estar num nível e outro, denominadas por Vázquez (2011) de: “criadora; reiterativa ou imitativa; espontânea e reflexiva” (p.222), se revezando, se alternando e se modificando durante a experiência docente. Nesse sentido, a mediação didático-pedagógica no contexto da educação a distância, adquire novas configurações e estabelece o modo como os níveis das práxis se desenvolvem pelas ações definidoras dos professores formadores e dos tutores.

Dentre as condições necessárias à realização dos processos formativos figuram as questões didáticas da organização e da sistematização das situações pedagógicas (Altet, 1998) que se traduzem pelo planejamento dos conteúdos, dos recursos didáticos, dos procedimentos e instrumentos de avaliação, para que a mediação ocorra num clima de definições antecipadas, mas ao mesmo tempo flexíveis. No que diz respeito ao modo de condução dos processos formativos, Gomes (2009) nos adverte sobre o paradigma de cursos a distância serem pautados em requisitos tais como a “flexibilidade de gestão espacial e temporal” [...], modelos pedagógicos diversificados”, “situações de aprendizagem colaborativa e cooperativa” [...] “desenvolvimento de “competências e “adoção de comportamentos de aprendizagem ao longo da vida” (p. 84).

Os processos de ensino e aprendizagem a distância, segundo a autora, pressupõem uma diversidade de contextos, recursos e pessoas, mas sobretudo que, as realidades de cada polo ou salas de aula onde se realizaram as tutorias, necessitaram de olhares diversificados, em que pese o mesmo planejamento ter sido pensado para todos os polos e nem sempre reflitam as demandas daquela comunidade de estudantes.

Coerente com o referencial adotado nessa investigação, que considera os processos de ensinar e aprender como práticas sociais e a mediação didático-pedagógica na perspectiva da lógica dialética, a avaliação, segundo Vasconcellos (1994), é parte integrante da “mobilização, construção e a elaboração da síntese do conhecimento” (pp. 46,47). a partir do movimento do pensamento abstrato ao concreto em relação com o contexto social mais abrangente. A partir dessa perspectiva, Vasconcelos (1994) afirma que: “a avaliação cumpre um papel substancial de conceber uma postura reflexiva e crítica, emancipatória, em presença de um ensino passivo,

repetitivo e alienante”(p.55). Complementarmente às pretensões de ensinar, os mediadores devem se preocupar com a aprendizagem que seja guiada pelo diálogo, para instaurar a comunicação e a objetivação daquilo que se pretende na prática pedagógica.

Por “processo de ensino”, compreendo a prática educativa do professor permeada por um referencial que orienta a tomada de decisões sobre a organização e a condução das atividades e as experiências de aprendizagem dos alunos, incluindo os procedimentos avaliativos que viabilizam e colocam em operação os referenciais do método de ensino adotado. Posto que aprender é um processo inalienável, em que participam conjuntamente alunos e professores, Na perspectiva das interfaces dos sujeitos com as tecnologias, os conceitos e os objetivos da mediação acontecem na maneira de agir do professor, na forma de abordar os conteúdos da formação, na colocação do papel da avaliação como um processo de feedback ou de retroalimentação contínuos (Moran, 2000), que põe em evidência não apenas as informações e os conhecimentos adquiridos ou não, mas também os desempenhos qualitativos de ambos, alunos e professores; no modo de estabelecer relacionamento entre os alunos, e deste com o contexto maior.

Fundamentos metodológicos da pesquisa

Para o desenvolvimento da pesquisa adotei os fundamentos teórico-metodológicos da abordagem histórico-dialética (Fiorentini e Lorenzato, 2006), cujos pressupostos auxiliam na compreensão da realidade e na interpretação dos significados dos fenômenos formativos. Segundo Cheptulin (2004) “a realidade é o que existe realmente e a possibilidade é o que pode produzir-se quando as condições são propícias” (p. 338). Para isso, a busca por compreender as práticas avaliativas do curso perpassa pelo par dialético realidade/possibilidade de transformá-las rumo a emancipação. Para tanto, busquei na modalidade qualitativa (Bogdan e Biklen, 1994) os referenciais para realizar a investigação. Utilizei a entrevista semiestruturada e a análise documental para o processo de coleta de dados por considerá-los importantes parâmetros para a compreensão da prática avaliativa a partir das falas dos professores e dos tutores presenciais e das fontes documentais que compõem o arcabouço legal e pedagógico do curso.

O procedimento utilizado para a categorização e interpretação dos dados foi a técnica de análise de conteúdo, a partir do que propôs Bardin (2011) a partir de três polos cronológicos: a pré-análise, a exploração do material para definição das categorias e o tratamento dos resultados. Os sujeitos da pesquisa formaram dois grupos: cinco professores formadores (PF) vinculados ao quadro de servidores efetivos da UFPA, e cinco tutores presenciais (TP) que atuaram nos

municípios polos, nas áreas específica e pedagógica do curso, e foram selecionados intencionalmente por constituírem casos ricos em informações pelo fato de estarem inseridos no maior número de disciplinas e polos onde o curso foi ofertado. Em todo o percurso da investigação tomei os cuidados éticos de acordo com os procedimentos utilizados com pesquisas que envolvem seres humanos.

Resultados da pesquisa

Nos termos deste artigo, apresento os resultados da pesquisa que enfatizaram as principais características das práticas avaliativas no contexto da EAD, ao considerá-las como componentes do trabalho pedagógico de grande relevância para o acompanhamento acadêmico-pedagógico dos processos de aprendizagem dos alunos e a aferição da qualidade do curso.

A dinâmica da avaliação, conforme está previsto no PPC (2005) são de várias ordens: “ser contínua, dinâmica e coletiva”; deve ocorrer em “cada disciplina”; “ser flexível” e “contextualizada” (pp. 21, 22). Estes requisitos inferem que a avaliação pode ser configurada como recurso metodológico de reorientação do processo de ensino e aprendizagem (Vasconcellos, 1994). Entretanto, o PPC (2005) estabelece o número mínimo e a forma de avaliação composta de “exercícios avaliativos, duas avaliações a distância e uma presencial” (pp. 21, 22).

Uma das categorias explicativas surgidas durante as entrevistas com os professores formadores (PF) e os tutores presenciais (TP), foi a concepção de avaliação, quando assumiram modos de ver o que realizaram no curso. A primeira delas foi vista como “processo de acompanhamento dos alunos” anunciada pelos sujeitos PF1, PF2, PF3, PF4 PF5; TP1; TP3 e TP5; a segunda foi definida como “realização de atividades para comprovação do conhecimento adquirido” pelos sujeitos PF1; PF2; PF3; PF4; PF5; TP1; TP2; TP3 e TP5; a terceira maneira de ver a avaliação foi referida como “mecanismo para identificar se o aluno aprendeu ou não”, pelos sujeitos PF1; PF2; PF4; TP1; TP3; TP5; e por fim, a avaliação foi vista como “momento de reflexão sobre sua prática”, pelos sujeitos PF2; PF4 TP3 e TP5.

A categoria explicativa sobre “procedimentos e instrumentos avaliativos para atribuição de notas” se dividiu em avaliação presencial e a distância. Na presencial, a prova figurou como a mais frequente em todos os polos e disciplinas, pelos sujeitos PF1, PF2, PF3, PF4 PF5; TP3, TP5; TP1; TP2; TP3; TP4 e TP5, seguida pelo seminário, na compreensão dos sujeitos PF2; TP1; TP3 e TP5; e em terceiro, foram mencionados os debates, painéis, júri simulado e pôster

pelos sujeitos PF2; TP3 e TP5, estes últimos com maior predominância nas disciplinas pedagógicas.

A avaliação a distância teve na “lista de exercícios” o mais proeminente instrumento avaliativo apontado pelos sujeitos PF1, PF3, PF4 PF5; TP1; TP2 e TP4, seguido pela “pesquisa bibliográfica, roteiros de estudo, resenhas; pesquisa de campo, entrevistas, visitas; relatórios e elaboração de projetos” (sujeitos PF2; TP3; TP5). Os professores formadores e os tutores presenciais foram unânimes em confirmar os valores atribuídos de 30% da nota para a realização de atividades a distância, e de 70% para as presenciais, confirmando o que consta no PPC (2004). Aparentemente, o fato de terem sido fixadas no mínimo duas avaliações, que vou denominar de “intervalares” - pelo fato de ocorrerem entre as provas - faz crer que a avaliação é contínua e sistemática, não fossem sua ênfase recair na repetição, na memorização e no automatismo. O PF2 enumerou as práticas avaliativas que considera tradicionais, tais como “a prova, o teste e os exercícios”. Destacou ainda que “coexistem outras práticas com as tradicionais que estão um pouco mais à frente, como por exemplo o uso de trabalho colaborativo utilizando a plataforma Moodle”.

A perspectiva apontada pelo PF2 está coerente com o PPC (2004 p.21), de que as avaliações a distância, “sempre que possível, devem conter trabalhos ou questões a serem resolvidas por grupos de alunos, estimulando o processo autoral cooperativo”, mas a precariedade de conexão de internet; as distâncias geográficas entre os alunos, e destes com o professor formador e o tutor presencial, somadas à cultura instalada no curso, de “avaliar” para fins de memorização e atribuição de nota, contradiz com a característica da avaliação a distância de ser “essencialmente de caráter formativo” como apregoa o PPC. Em relação aos outros 70% da nota, constatei que foram obtidos predominantemente pela realização de provas escritas presenciais, cuja elaboração foi de responsabilidade do professor formador, tomando como base os conteúdos distribuídos no cronograma da disciplina.

Nesse processo, o tutor presencial ficou relegado a assistir o movimento de idas e vindas das provas sem que ao menos soubesse a ênfase e o grau de dificuldades colocadas nas questões pelo professor formador, em total desvinculação com o que foi trabalhado por ele durante as tutorias. A constatação desse modus operandi em relação à prova, faz crer que pode ter havido certa hierarquização na práxis que separa de um lado os que pensam e de outro, os que executam a atividade docente. Ao professor formador coube “pensar” o planejamento, a metodologia, os recursos, a avaliação, e ao tutor presencial, coube o papel de executar, mediar, facilitar, orientar

e acompanhar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. O tutor foi diretamente afetado pela divisão das funções didático-pedagógicas do curso, uma vez que a execução do trabalho pensado por outrem, pode não haver coincidência de enfoque como gostaria o professor formador e por ser culpabilizado pelo baixo rendimento do aluno.

Essa fragmentação do trabalho docente na EaD, remete ao taylorismo e ao fordismo, inserido no sistema de produção capitalista e, aplicado à educação, ocorre quando um professor-autor pensa a disciplina, e os demais da “linha de produção” executam a tarefa até chegar ao aluno. Essa dinâmica, do meu ponto de vista, secundariza o papel do tutor presencial em relação à decisão do que (conteúdos) e como (abordagem) avaliar. Ao final da disciplina o aluno deverá acumular três notas oriundas da realização de atividades a distância e presenciais, que vai resultar numa média aritmética que corresponderá a um conceito (Excelente, Bom, Regular ou Insuficiente) segundo a métrica da UFPA para a avaliação, previsto pelo Regimento (Art. 178) para os cursos presenciais e na modalidade a Distância. Vasconcellos (1994) chama a atenção para a necessidade de distinguir ‘avaliação e nota’:

Avaliação é um processo abrangente da existência humana, que implica uma reflexão crítica sobre a prática, no sentido de captar seus avanços, suas resistências, suas dificuldades e possibilitar uma tomada de decisões sobre o que fazer para superar os obstáculos. A nota, seja na forma de número, conceito, ou menção, é uma exigência formal do sistema educacional (p.43).

A esse respeito, Melo (2006) também contribui denominando esse modelo de “Frankstein” de avaliação por abrigar posturas da pedagogia tradicional, concomitantemente com novas abordagens, mas que valorizam a nota em detrimento da aprendizagem. Segundo o autor, esse modelo persiste “em decorrência do modelo tradicional que permeou a formação do professor” (p.60). Considero que a avaliação mal orientada, figura entre as causas da evasão e da reprovação em massa no curso de Matemática na Modalidade a Distância da UFPA, razão pela qual concluem o curso, em torno de 20% dos alunos em relação aos ingressantes.

Conclusões Aproximativas

Identifiquei nos conteúdos das entrevistas transcritas e na análise documental algumas características nas práticas avaliativas no curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade a Distância da UFPA que possibilitaram aproximações conceituais com dois níveis de práxis (Vázquez, 2011) no processo avaliativo do curso: a práxis reflexiva e a reiterativa ou imitativa.

A avaliação reiterativa ou tradicional, tende a ser somativa, com ênfase na valorização da nota e na classificação do aluno, em detrimento da aprendizagem. Esses processos incidiram nas mediações didático-pedagógicas desenvolvidas em diferentes momentos do curso e adquiriram características nem sempre condizentes com os pressupostos do construtivismo (Vygotsky, 1987), conforme anuncia o PPC (2005). A perspectiva da avaliação formativa tende a ser reflexiva uma vez que as informações servem de base para a tomada de decisão para rever os processos e considerar o erro na perspectiva construtivista.

Ao analisar os instrumentos de avaliação, observei que ocorreram práticas avaliativas com características predominantemente prescritivas e mecânicas a partir de orientações técnicas, reduzidas a rituais esvaziados de significados sociais tendo em conta a neutralidade e a fragmentação dos conteúdos. A aparente contradição entre a práxis vivida por professores formadores e tutores presenciais, e as concepções anunciadas no PPC (2005), revelam a existência de complexas relações de sentido que possibilitam o processo de (re)construção de suas próprias experiências e de uma leitura de mundo que tenha a teoria e a prática como pontos de partida e de chegada da formação do educador matemático.

As possibilidades metodológicas da avaliação na EaD, permitem reconhecê-la como meio para instigar a capacidade autoral e criativa dos alunos, e para o professor, a reflexão crítica sobre a prática e o acompanhamento dos avanços e das dificuldades do ato de aprender. Assim, concluímos que uma formação que objetive a práxis emancipatória, perpassa pela ressignificação dos procedimentos habituais de avaliação que obstaculizam as mudanças rumo à libertação.

Referências bibliográficas

- Altet, M. (2000). Análise das práticas dos professores e das situações pedagógicas. Porto: Porto Editora.
- Bardin, L. (2011). Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 7.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.
- Cheptulin, A. (2004). A dialética materialista: categorias e leis da dialética. São Paulo: Alfa-Ômega.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). Investigações em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos. São Paulo: Autores Associados.
- Gomes, M. J. (2009). Os desafios às oportunidades: adoção institucional do e-learning. Porto: Areal Editores, S.A.

Melo, E. S. do N. (2006). Representação Social do professor sobre avaliação: notas para uma discussão. Natal, RN: EDUFRRN.

Moran, J. M (Org.) (2000). Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus.

Universidade Federal do Pará (2005). Resolução do Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão nº 3.369 que define o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância. Belém, Pará.

Vasconcellos, C. (1994). Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. São Paulo: Libertad.

Vázquez, A. S. (2011). Filosofia da Práxis. (2ª. ed.) São Paulo: Expressão Popular.

Vygotsky, L.S. (1987). Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes.

CONEXÃO ENTRE MATEMÁTICA E CIÊNCIAS: O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO NO NÍVEL INICIAL DE ESCOLARIDADE

Graziela Macuglia Oyarzabal – Nádia Teresinha Schroder
grazioy@gmail.com – nadia.schroder@gmail.com
Universidade Luterana do Brasil/ULBRA – Brasil

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas

Modalidad: Poster

Nível educativo: Inicial (3 a 5 años)

Palabras clave: nivel inicial – enseñanza de Matemática – enseñanza de Ciencias – lúdico

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta de ação pedagógica na formação de professores para atuar no nível inicial a partir de uma experiência em um curso de graduação em Pedagogia de uma universidade privada, no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. No nível inicial da educação brasileira, uma referência no desenvolvimento do currículo são as áreas, conforme o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil proposto pelo Ministério da Educação em 1998. Entretanto, com a experiência que temos como professoras universitárias, constatamos que há uma grande fragilidade no ensino da matemática para as crianças pequenas. Sendo o pensamento lógico-matemático essencial para o desenvolvimento das crianças, defendemos que o ensino de ciências pode oportunizar ricos momentos de aprendizagens significativas de conceitos matemáticos. Utilizamos a Revista Ciência Hoje das crianças, de divulgação científica com publicação mensal pelo Instituto Ciência Hoje, e selecionamos temas da natureza (peixes, moscas, mosquitos, sapos e plantas) para desenvolver ações pedagógicas sobre conceitos de classificação, seriação e quantificação. Ao conectarmos o ensino de matemática ao ensino de ciências, estamos também considerando o concreto, o cotidiano e o lúdico como importante ferramenta para garantir novas aprendizagens às crianças pequenas.

Introdução

Sabemos que na infância a formação do pensamento está conectada à ação sobre os objetos concretos. A compreensão dos conceitos matemáticos torna-se mais acessível partindo da aprendizagem centrada na ação que a ciência proporciona com base na realidade, tomando-se as plantas e os animais como “objetos” de ação e reflexão. A partir das relações desses “objetos”, podemos explicar as classificações, comparações, medições, escalas e também manter o caráter qualitativo e lógico da abordagem. Devemos sempre lembrar que as crianças aprendem fazendo e, ao criar o conceito matemático, estão pensando sobre o que estão fazendo (Fialho, 2009; Mendonça, 2010).

Matemática e ciências e o pensamento lógico-matemático no nível inicial de escolarização

A criança é uma pessoa repleta de sensações e conhecimentos. Seu aprendizado é a marca do seu estar no mundo. A criança é um ser com grande potencial. Basta pararmos alguns minutos a observar as crianças, desde a mais tenra idade, para nos surpreendermos com suas possibilidades de exploração e conhecimento. Muitas vezes, nós as subestimamos, ao acreditarmos que, por seu pequeno tamanho ou pouco tempo de vida, nada sabem ou nada podem nos ensinar. Mas, ao contrário, estudos mostram a importância dos primeiros anos de vida para a aprendizagem e o desenvolvimento das crianças. Sobre o primeiro ano de vida da criança, podemos afirmar que:

[...] Passa-se de alguns movimentos iniciais involuntários a um controle de movimentos; modifica-se a posição do corpo e começa a ser possível movimentar-se caminhando; inicia-se a preensão com os dedos da mão, bem como as primeiras aquisições perceptivo-motoras.

Quando nasce, o bebê está provido de uma série de reflexos arcaicos, movimentos não controlados conscientemente, porque se trata de respostas a estímulos externos que não passam pela zona do córtex cerebral. O seu sistema nervoso central está preparado para iniciar uma maturação muito importante, que será a base de todo o desenvolvimento posterior. (Bassedas, Huguet & Solé, 1999, p. 31-32)

Posteriormente, os reflexos vão sendo substituídos por movimentos conscientes e voluntários, culminando em aquisições psicomotoras, cognitivas e afetivas relevantes para seu crescimento e seu processo de diferenciação eu-mundo. Recentemente, pesquisas sobre o cérebro corroboraram essa ideia, contribuindo com o repensar da escola de educação infantil, que até há bem pouco tempo teve muito de suas práticas voltadas apenas ao acolhimento da criança pequena e seus cuidados. De acordo com Gonzalez-Mena, bebês e crianças pequenas precisam de conexões e experiências que as conduzam a “um desenvolvimento saudável e holístico” (2015, p. 27).

Dessa forma, queremos trazer à tona a reflexão sobre o trabalho na educação infantil, considerando que a criança é, por sua natureza, curiosa e questionadora. E nós, adultos, devemos levar a sério as perguntas feitas pelas crianças, as quais, seguramente, remetem a grandes temas filosóficos em busca de desvendar o mundo no qual vivemos.

Um exemplo é a Universidade das Crianças, projeto realizado na Universidade de Tübingen, na Alemanha, em 2002, reunindo centenas de crianças e renomados professores pesquisadores, que respondiam às perguntas formuladas por elas. Entre as perguntas, destacamos: “[...] Por que as pessoas precisam morrer? Quem sabe dizer direito por que existem ricos e pobres, por que os vulcões são tão quentes ou por que os dinossauros foram extintos?” (Jansben & Steuernagel, 2005, p. 9).

Influenciadas por essas contribuições, observamos que muitas vezes as práticas nas escolas de educação infantil negligenciam o potencial infantil, quer seja deixando de “ouvir” as perguntas e as curiosidades das crianças, quer seja não oportunizando experiências ricas e variadas que venham a ampliar o seu repertório intelectual. E as consequências negativas são vistas na escola de ensino fundamental, por exemplo, quando se trabalha com as quatro operações e constata-se que a criança nem sequer construiu o conceito de número.

Piaget (1975) aponta que a criança constitui o número em função de sucessão natural do mesmo, ou seja, a criança só constrói o quatro depois de ter construído o um, o dois, o três; e depois do quatro, constrói o cinco, depois o seis...

Esta construção ocorre em solidariedade estrita com as operações da lógica de classificação e de seriação [...]. (Rangel, 1992, p. 114)

Entretanto, não basta trabalhar com a matemática de maneira mecânica e abstrata. Ao contrário, o pensamento lógico-matemático faz parte de nosso cotidiano e é preciso organizar a ação pedagógica a fim de possibilitarmos que as crianças se sintam instigadas a resolverem desafios. Como afirma Vickery: “os professores podem ser ativos na criação e na construção de contextos que sejam significativos para os alunos, além de apoiá-los adequadamente para enfrentar novos desafios” (2016, p. 26).

O Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (Brasil, 1998), derivado da política presente na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.396/1996), traz à sociedade brasileira uma nova concepção de infância e de educação infantil, agora centrada no direito da criança e na prática indissociável entre o cuidar e o educar. O Referencial propõe o currículo da educação infantil organizado em dois grandes campos: (1) Formação Pessoal e Social e (2) Conhecimento de Mundo. No âmbito de experiência de Formação Pessoal e Social, desenvolve

os processos de construção da Identidade e Autonomia das crianças. Já no âmbito de experiência de Conhecimento de Mundo, os eixos de trabalho são orientados para a construção das diferentes linguagens pelas crianças e para as relações que estabelecem com os objetos de conhecimento nas áreas de: Movimento, Música, Artes Visuais, Linguagem Oral e Escrita, Natureza e Sociedade e Matemática.

Partindo dessa realidade e da nossa experiência docente na educação superior, nos desafiamos a refletir e propor algumas ações pedagógicas na formação de professores com atuação na educação infantil que buscassem a conexão entre a matemática e as ciências, ou seja, ações de ensino que possibilitem a aprendizagem das crianças em situações envolvendo o conhecimento da natureza e o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Em relação à natureza, a criança, que é observadora e questionadora, manifesta, em diferentes momentos e locais, sua curiosidade em relação aos fenômenos naturais, aos animais, às plantas, etc. Aproveitando a curiosidade infantil, neste artigo propomos o trabalho com a revista *Ciência Hoje das crianças* (Figura 1), de publicação mensal e voltada ao conhecimento científico acessível ao entendimento das crianças, como subsídio aos professores na organização de suas sequências didáticas.



Figura 1. Capas de edições da Revista Ciência Hoje das crianças

A seguir, a partir da seleção de quatro reportagens de diferentes edições, apresentamos propostas com temas da natureza que, trabalhadas com crianças de 3 a 6 anos de idade, dão sentido à aprendizagem de conceitos matemáticos.

1. Usando as rãs



Ao estudar adaptações dos animais para a vida aquática, observa-se, por exemplo, que a rã sofre uma metamorfose que vai do nascimento até a fase adulta. Essas fases dependem do crescimento do animal, que poderá ser mais lento ou mais rápido conforme a temperatura do ambiente e da época do ano em que ocorreu a reprodução, ou seja, se inverno ou verão. As fases são classificadas em: girino, imago e adulto. O girino é a primeira fase, conhecida como os embriões das rãs. Quando nascem, apresentam somente

cabeca e cauda e

metamorfose das rãs

depois aparecem as patas traseiras. Quando surgem as patas da frente, os girinos atingem a segunda fase e passam a se chamar imago. Para passar para a última fase e se tornarem adultos há necessidade de perderem a cauda. Ao acontecer isso, a rã é considerada adulta. Ao apresentar a história da metamorfose das rãs (Figura 2), são trabalhados os seguintes conceitos matemáticos: classificação e seriação, medição e noção temporal. A classificação e a seriação são conceitos possíveis de se entender, a partir da relação dos diferentes tamanhos que o animal apresenta de acordo com a fase de vida em que se encontra. A noção temporal, no estudo da metamorfose das rãs é possível, pois os girinos que nascem no inverno apresentam um desenvolvimento mais lento, durando cerca de sete meses e os que nascem no verão se desenvolvem por volta de três meses. A partir dessa observação da natureza, é possível compreender quantas e quais são as estações do ano e, assim, expandir o conceito para quantos dias e meses compõe cada estação; quantos dias formam um mês e quantos meses formam um ano.

2. Usando os peixes

Existem 28 mil espécies de peixes conhecidas. Nos rios da América do Sul, há em torno de 5 mil espécies, podendo chegar a 8 mil espécies. No Brasil, apesar de muitas dessas espécies estarem

ameaçadas de extinção, há o registro de 3 mil espécies de peixes sendo a maioria habitantes de pequenos riachos. Cerca de 350 espécies de peixes vivem em riachos, apenas na Mata Atlântica, sendo mais de 50 ameaçadas de extinção, pois a destruição da floresta afeta diretamente a vida dos peixes. Os riachos que são a morada desses peixes são rios pequenos, com poucos quilômetros de comprimento e apenas alguns metros de largura. Em geral, os peixes que vivem em riachos têm menos de 20 centímetros de comprimento para poder se adaptar às condições de vida.

A partir desse tema, trabalham-se os seguintes conceitos: quantificação, valores numéricos e unidades de medida. Para além da matemática, também é importante fazer a correlação da destruição das matas e florestas com a ameaça de extinção dos animais ali presentes e como isso afeta o bioma, seu hábitat natural.

3. Usando as plantas: crescimento dos anéis do tronco

É possível um ser vivo viver centenas de anos? Para certas espécies de árvores sim. No Brasil, alguns exemplos de árvores com essa característica são: araucária, cedro-rosa, jacarandá-da-baía, jatobá e jequitibá-rosa vivem cerca de 500 anos ou mais. Mas como elas conseguem viver tanto tempo? A característica que lhes proporciona isso é ter um crescimento lento. Isso é necessário para produzir uma madeira de melhor qualidade, mais dura, mais compacta e assim levar mais tempo para ser formada. Mas como se define a idade dessas árvores? Basta retirar um cilindro

com cerca de um centímetro de diâmetro do tronco e contar o número de anéis (Figura 3) que o tronco apresenta, pois, geralmente, cada anel representa um ano de vida daquela espécie de árvore. Outra informação importante que pode ser retirada dos anéis tem a ver com as mudanças de clima. Quando o clima está mais quente e chuvoso, os anéis formados no tronco das árvores são mais largos, enquanto climas mais frios e menos chuvosos resultam em anéis mais finos.



Figura 3. Crescimento das

Interessante, não? Pode-se, a partir desse tema, trabalhar os seguintes conceitos: tempo (ano, quantos dias, meses e estações são formadas e divididas em um ano); formas e unidades de medida (com a definição de cilindro, centímetro e diâmetro); quantificação (relação termo a termo, considerando que cada anel corresponde a um ano de vida da árvore).

4. Usando as moscas e os mosquitos

O texto questiona: “Você já ouviu falar em relógio biológico?”. É um relógio sem ponteiros, que não precisa de corda e nem de bateria para estar sempre funcionando. Ele se chama ritmo circadiano, ou seja, o ritmo diário de um organismo para executar suas funções e que dura cerca de um dia. A mosca-das-frutas tem um ritmo circadiano diurno, bem como o mosquito da dengue, cujas atividades principais são ao final da manhã e da tarde, sendo, portanto, um inseto de hábitos diurnos. Já o mosquito que transmite a malária apresenta hábitos noturnos. Esses hábitos são importantes para podermos nos prevenir das picadas. No texto da revista, a noção de tempo é trabalhada a partir do conceito de horas, quantas horas têm um dia e como ele está dividido (dia e noite); quantas horas compõem o período diurno (dia) e quantas horas o período da noite (noturno). E interdisciplinarmente propõem-se a análise do ritmo circadiano dos mosquitos e o período predominante para picar as pessoas e transmitir as doenças.

Para que a criança possa adquirir uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos, ela deverá observar fatos concretos que ocorrem no meio ambiente. Assim ela estará vivenciando esses fatos, interiorizando-os e desenvolvendo o raciocínio lógico em uma perspectiva contextualizada e interdisciplinar. As crianças, ao construírem os diferentes significados a partir do seu cotidiano, estarão construindo os seus conhecimentos e, a cada momento, novos desafios são apresentados por necessidades de outras áreas (Fialho, 2009). Nesse contexto, torna-se relevante que o educador organize situações diversificadas, lúdicas e adequadas à faixa etária do grupo.

Conclusão

Na educação infantil, observa-se que conceitos matemáticos como classificação, seriação, medição e quantificação são facilmente compreendidos quando as crianças passam a observá-los concretamente no seu mundo real, a partir de situações concretas da natureza. Assim, a ação pedagógica se engrandece e atinge seu objetivo quando contextualiza os conhecimentos da

criança construídos a partir da sua curiosidade de compreender como ocorrem os fenômenos na natureza e o que os influenciam.

Referências bibliográficas

Bassedas, E., Huguet, T. y Solé, I. (1999). *Aprender e ensinar na educação infantil*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Brasil. (1998). *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil*. Brasília: MEC/SEF.

Fialho, I. (2009). *Ensinar ciência no pré-escolar: contributos para aprendizagens de outras áreas/domínios curriculares. Relato de experiências realizadas em jardins de infância*. Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VIII. Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona, pp. 5-8
<http://ensciencias.uab.es/congreso09/numeroextra/art-5-8.pdf> Consultado 15/03/2017

Gonzalez-Mena, J. (2015). *Fundamentos da educação infantil: ensinando crianças em uma sociedade diversificada*. 6ª ed. Porto Alegre: AMGH.

Jansben, U. e Steuernagel, U. (2005). *A universidade das crianças: cientistas explicam os enigmas do mundo*. São Paulo: Editora Planeta do Brasil.

Mendonça, S. R. P de (2010). *A matemática nas turmas de PROEJA: o lúdico como facilitador da aprendizagem*. HOLOS, 3, 26, p. 00-00.

Rangel, A. C. S. (1992). *Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Revista Ciência Hoje das Crianças, (Vol. 19, 22, 24, 29). Instituto Ciência Hoje.

Vickery, A. (2016). *Aprendizagem ativa nos anos iniciais do ensino fundamental*. Porto Alegre: Penso.

**O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA
NA EDUCAÇÃO INFANTIL:
ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO DO CURSO DE PEDAGOGIA**

Graziela Macuglia Oyarzabal – Nádia Teresinha Schroder
graziy@gmail.com – nadia.schroder@gmail.com
Universidade Luterana do Brasil/ULBRA - Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: Poster

Nível educativo: Inicial (3 a 5 años)

Palabras clave: nível inicial, enseñanza de matemática, lúdico, Pedagogia de Projetos

Resumo

A atuação como docente do estágio no nível inicial da escolarização básica (Educação Infantil, conforme nomenclatura do sistema educacional brasileiro), componente curricular obrigatório do curso de Pedagogia de uma Universidade privada, no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, tem demonstrado que o ensino dos conceitos matemáticos não é uma prioridade na prática pedagógica de grande parte dos professores que atuam neste nível. Através do acompanhamento das estagiárias em diferentes escolas infantis, tanto da rede privada quanto pública, e da análise dos relatórios produzidos ao final do semestre letivo, é possível identificar dois fatos: a) a aprendizagem da linguagem matemática está mais presente em brincadeiras lúdicas espontâneas das crianças ou em ações propostas pelos educadores de contagem oral ou na presença física dos números na decoração das salas de aula; b) os estagiários revertem a situação anterior ao trabalharem com a Pedagogia de Projetos, pesquisarem quais os conceitos matemáticos necessários ao grupo e proporem jogos matemáticos e outras atividades lúdicas dirigidas. A partir da experiência do estágio no curso de Pedagogia, analisamos a formação do futuro professor para o nível inicial e a importância do trabalho com os conceitos matemáticos para o desenvolvimento integral das crianças.

A educação infantil no contexto brasileiro

No Brasil, a educação escolar é composta por dois níveis: (1) educação básica e (2) educação superior. A educação básica desenvolve-se em três etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio (Brasil, 1996, art. 21). Em 1996, com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei nº 9.394/96, que organizou, pela primeira vez, um sistema nacional de educação, pode-se dizer que houve um avanço em relação à educação infantil.

Na época, quando a educação infantil passou a ser a primeira etapa da educação básica, integrando formalmente o sistema educativo, rompeu-se com a concepção assistencialista e

compensatória predominante anteriormente. Assim, passou a ser dever do Estado oferecer a educação infantil e uma opção da família. A oferta passou a ser com atendimento em creches e pré-escolas, independente da classe social a que pertencesse a criança ou as condições laborais e necessidades familiares.

É importante destacar: essa virada conceitual e política incidiu no entendimento de que a educação infantil corresponde a um espaço institucional, coletivo, não doméstico, público ou privado, desenvolvendo práticas indissociáveis entre educar e cuidar por professores habilitados, conforme um projeto pedagógico pensado em função desse público. Entretanto, na prática, as redes de ensino mostraram-se deficitárias em termos de vagas suficientes para atender a toda a população da faixa etária compreendida pela educação infantil conforme a legislação (dos 4 meses aos 6 anos e 11 meses), bem como em relação às condições físicas e professores habilitados. Houve uma transformação na legislação sem haver condições prévias e tempo hábil para adaptações na realidade das instituições.

Em 2005, o ensino fundamental (segunda etapa da educação básica) passa a ter nove anos de duração, pois foi acrescido um ano no princípio dessa etapa, incluindo as crianças de seis anos (que antes estavam na educação infantil) no primeiro ano. Já em 2013, a educação infantil passa a ser obrigatória e gratuita a partir dos quatro anos de idade. Hoje, a educação infantil abrange a criança até cinco anos de idade, tendo como finalidade o seu desenvolvimento integral nos aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade (Brasil, 1996, art. 29).

Se, por um lado, a legislação trouxe centralidade para a educação infantil, em termos de direito para a família e a criança, por outro lado houve um profundo processo de “escolarização” da infância, considerando: carga horária mínima atual, número mínimo de dias letivos, controle de frequência, entre outros aspectos.

Concomitante ao processo de reordenamento da educação infantil no contexto brasileiro, o Ministério da Educação também influenciou a organização curricular para essa primeira etapa da educação básica por meio da aprovação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil e do Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI), ambos em 1998. O RCNEI, publicação composta por três volumes, teve por objetivo servir como um guia de reflexão para os profissionais que atuam diretamente com crianças de 0 a 6 anos. Não é obrigatório ou mandatório, deixando, assim, espaço para autoria nas propostas pedagógicas de cada instituição. Nesse sentido, seu objetivo é cumprido se o documento for lido como um

material de apoio, assegurando protagonismo à instituição, enquanto espaço coletivo de educação e cuidado públicos, em relação ao trabalho realizado com a criança (Cerisara, 2002). O RCNEI é composto por dois âmbitos de experiência: (1) Formação Pessoal e Social e (2) Conhecimento de Mundo. O âmbito de experiência Conhecimento de Mundo é constituído por: Movimento, Música, Artes Visuais, Linguagem Oral e Escrita, Natureza e Sociedade e Matemática.

A matemática no RCNEI

Os dois âmbitos de experiência no RCNEI são organizados em duas faixas etárias: (1) zero a três anos e (2) quatro a seis anos. Para a primeira faixa etária, a abordagem da matemática deve ter por “finalidade proporcionar oportunidades para que as crianças desenvolvam a capacidade de: estabelecer aproximações a algumas noções matemáticas presentes no seu cotidiano, como contagem, relações espaciais, etc.” (Brasil, 1998, v. 3, p. 215). Em relação à segunda faixa, objetiva-se ampliar o trabalho realizado anteriormente, garantindo oportunidades para que as crianças possam:

- reconhecer e valorizar os números, as operações numéricas, as contagens orais e as noções espaciais como ferramentas necessárias no seu cotidiano;
- comunicar ideias matemáticas, hipóteses, processos utilizados e resultados encontrados em situações-problema relativas a quantidades, espaço físico e medida, utilizando a linguagem oral e a linguagem matemática;
- ter confiança em suas próprias estratégias e na sua capacidade para lidar com situações matemáticas novas, utilizando seus conhecimentos prévios. (Brasil, 1998, v. 3, p. 215)

Apesar de haver ao menos uma referência em relação ao ensino da matemática na educação infantil, se considerarmos a existência do RCNEI como política orientadora na realidade por nós vivenciada na rede de ensino da região metropolitana de Porto Alegre, identificamos, ainda, presença de práticas espontaneístas e tradicionais, na contramão do que vários estudos apontam.

O ensino e a aprendizagem da matemática na educação infantil

Apresentamos, a seguir, duas situações recorrentes vivenciadas por acadêmicos do curso de Pedagogia na atividade docente e registradas no Relatório Final do estágio realizado na Educação Infantil. O estágio nessa área é o primeiro na sequência de estágios da matriz curricular de Pedagogia. Ou seja, é a primeira experiência de docência dos acadêmicos em formação.

Relato 1: Acadêmica A, semestre 2016/1, p. 20 do Relatório final

“Em relação ao trabalho da professora realizado com a turma, pude observar pouca interação, tanto entre professora e alunos, quanto entre as crianças, a não ser nos momentos de brincadeira livre, no pátio ou na sala múltipla, onde houve uma maior interação entre as crianças.

Não consegui observar uma metodologia específica, porém, percebi que as atividades pedagógicas realizadas no período de observação foram em torno de datas comemorativas, exceto uma delas, onde a educadora realizou uma brincadeira trabalhando o nome próprio. Os recursos que foram utilizados durante as observações foram folhas de ofício, giz de cera, lápis de escrever, tinta, pincel, cascas de ovos para confecção de cartaz para a Páscoa, cola colorida e demais brinquedos e jogos da sala de aula.”

Este registro concreto da realidade em uma turma de educação infantil, com crianças de cinco anos, denota o desperdício de tempo do adulto em relação às crianças e suas potencialidades, pois se perde a oportunidade de criar situações ricas e variadas que levem ao desenvolvimento de novas competências. Esse desperdício de tempo e energia pode ser visto, por exemplo, no excesso de brincadeira livre, na falta de metodologia adequada e inclusive no trabalho com datas comemorativas descontextualizadas e repetitivas, ano após ano.

Assim, concordamos com Smole, Diniz & Cândido (2000) ao afirmarem que:

A proposta de trabalho em matemática se baseia na ideia de que há um ambiente a ser criado na sala de aula que se caracterize pela proposição, investigação e exploração de diferentes situações-problema por parte dos alunos. Também acreditamos que a interação entre os alunos, a socialização de procedimentos encontrados para solucionar uma questão e a troca de informações são elementos indispensáveis nas aulas de matemática em todas as fases da escolaridade (p. 14).

Portanto, a responsabilidade do educador na educação infantil é a de oportunizar um ambiente acolhedor e propício à pesquisa e à exploração, tratando seriamente as indagações e as curiosidades das crianças pequenas sobre as questões vivenciadas no dia a dia.

Relato 2: Acadêmico B, semestre 2016/2, p. 19 do Relatório final

“Durante as observações presenciei poucas atividades e muito estresse por parte da turma e gestores, ambiente apertado, profissionais fatigados, cansados e enfermos. O fato é que não pude perceber algo claro para dar continuidade, pois em grande parte do tempo, a turma ficou no pátio da escola.

Quanto a mudanças, ainda que não permaneçam após meu estágio, procurarei evitar algumas falas, ironias, nomeações ou apelidos que considero nocivos ao ambiente escolar no que diz respeito à resposta ao comportamento de alguns alunos. Acredito [...] que o educador deve ter respeito ao processo de desenvolvimento infantil e é importante entender os seus tempos.”

Novamente, nos deparamos com momentos centrados no protagonismo docente e não nas necessidades e potencialidades das crianças, pois se torna mais fácil “deixar” as crianças brincarem livremente ou persuadi-las a um bom comportamento, desvirtuando do significado dos conceitos de interação e construção a partir de uma perspectiva emancipadora, do que envolver-se com o planejamento e a preparação de materiais para as sequências didáticas desejadas. No que tange à matemática, por exemplo, partir do concreto e de situações cotidianas pode favorecer significativamente nos processos de aprendizagem e de desenvolvimento das crianças.

A partir do relato desses excertos de acadêmicos em estágio com crianças de 5 anos, apresentaremos a seguir situações derivadas de Projetos de Trabalho realizados a fim de reverter as práticas espontaneístas ou tradicionais observadas. Utilizar o Projeto de Trabalho, em nosso ponto de vista, favorece tanto o trabalho do professor quanto as aprendizagens significativas das crianças, pois “[...] significa enfrentar o planejamento e a solução de problemas reais e oferece a possibilidade de investigar um tema partindo de um enfoque relacional que vincula ideias-chave e metodologias de diferentes disciplinas” (Hernández, 1998, p. 89).

Propostas de Sequências Didáticas

O Acadêmico B, no semestre 2016/2, propôs o projeto “Os animais: como e onde vivem?” com a turma de Jardim 1 (crianças entre 4 e 5 anos) de uma escola pública municipal. Teve por objetivo geral “proporcionar o desenvolvimento do educando através do conhecimento sobre diferentes animais e seus variados aspectos, por meio de brincadeiras, músicas, histórias e atividades que oportunizem aprendizagens, possibilitando a compreensão e identificação da

natureza, do mundo animal e seu ambiente natural, criando o interesse dos alunos e, assim, apoiando a formação e construção de sujeitos críticos, reflexivos, sociáveis e autônomos”.

Entre as atividades propostas no período de três semanas de desenvolvimento do projeto, destacamos uma relacionada à matemática. Assim consta no relatório do acadêmico:

“Nos dois dias seguintes, seguindo o desejo de concluir algumas aprendizagens, contei a história dos Três Porquinhos trabalhando a matemática. Aproveitando as quantidades da história, por exemplo, a quantidade de animais que aparecem na história, as casas que caíram pelo sopro do lobo e os materiais com que as casas foram construídas. Na linguagem oral, pedi que recontassem a história com suas próprias palavras demonstrando o que estava errado com o lobo. (...) Aproveitando o assunto de construção de casas, procurei trabalhar tamanhos, formas, altura e distância, um e outro lado, sendo assim, confeccionamos uma cidade de caixas grandes e pequenas, em cima de duas mesas e outra no chão com blocos lógicos, mostrando uma cidade pequena e outra grande, uma em cima, na mesa, outra embaixo, no chão. Também prédios confeccionados com caixas de cereais para simbolizar os grandes prédios, caixas de leite para as médias e caixinhas de remédios para exemplificar as pequenas casas.” (p. 57-58) (Figura 1).



Figura 1. Construção de uma cidade com material de sucata

Esta atividade, por mais simples que pareça, demonstra uma intenção pedagógica derivada da leitura da realidade das crianças:

Na condição de professores, muitas vezes precisamos assumir o papel do aprendiz. Ao abraçar a necessidade de preparar as aulas de matemática, pesquisando primeiro os conceitos matemáticos, a evolução e os potenciais equívocos relacionados com temas diferentes, os professores podem estabelecer uma confiança que os equipa para proporcionar uma experiência positiva e capacitadora da matéria (Vickery, 2016, p. 149).

Outro exemplo significativo é o da Acadêmica C, cujo estágio também foi realizado em 2016/2, com uma turma de Maternal I (crianças entre 2 e 3 anos de idade) em uma escola pública

municipal. Ela desenvolveu o Projeto “Era uma vez...”, com o objetivo de “proporcionar situações de desenvolvimento da capacidade linguística, gosto pela leitura e estímulo à curiosidade, através de histórias, músicas, atividades e confecção de alguns personagens”, integrando, também, a matemática.

Conforme relata a acadêmica:

“Desenvolvi atividades de matemática que envolveram classificação quanto à cor, ao tamanho e à forma. Dentro dessas atividades trabalhei a contagem dos objetos. [...] Na segunda semana relacionei os temas de matemática com as borboletas (Figura 2), envolvendo a temática da história daquela semana. [...] No caso, a temática que usei foi referente à história trabalhada.” (p. 39).



Figura 2. Jogo das borboletas

Este jogo foi proposto a fim de oportunizar às crianças a vivência lúdica envolvendo o conceito de classificação dos atributos: cor, tamanho e forma. De forma contextualizada, lúdica e concreta, as crianças pequenas brincam com conceitos necessários à conservação do número e das operações numéricas.

Palavras finais

A experiência relatada a partir do trabalho com Projetos no Estágio em Educação Infantil no curso de Pedagogia demonstra, por um lado, a importância da formação docente voltada ao olhar atento sobre a infância e ao trabalho intencional, transdisciplinar e lúdico, e, por outro lado, na potencialidade das crianças desde a mais tenra idade, bem como nas possibilidades do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático concreto, desafiador e divertido.

Referências bibliográficas

Brasil (1996). Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.html. Consultado em 15/11/2017.

Brasil (1998). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Referencial curricular nacional para a educação infantil. Brasília: MEC/SEF. 3 v.

Cerisara, A. B. (2002). O Referencial Curricular Nacional para a educação infantil no contexto das reformas. Educ. Soc., Campinas, v. 23, n. 80, p. 326-345, set.

Hernández, F. (1998). *Transgressão e mudança na educação: os projetos de trabalho*. Porto Alegre: Artmed.

Kamii, C. (2008). *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos*. 36ª ed. Campinas, SP: Papirus.

Smole, K. S.; Diniz, M. I. de S. V. & Cândido, P. T. (2000). *Coleção Matemática de 0 a 6: Brincadeiras infantis nas aulas de matemática*. Porto Alegre: Artmed.

Vickery, A. et al (2016). *Aprendizagem ativa nos anos iniciais do ensino fundamental*. Porto Alegre: Penso.

REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA DA LUDICIDADE NAS ATIVIDADES DO PIBID EM MATEMÁTICA

Vera Cristina de Quadros¹ – Daniely Cristhina Sandri² – Izabel Cristina da Silva³ – Maysa Barbosa de Freitas⁴ – Raquieli Ben⁵
vera.quadros@cnp.ifmt.edu.br – daniely.sandri@gmail.com – cristinaikv@gmail.com –
maysa_cnp@hotmail.com – raquieli.b@hotmail.com
IFMT/CNP - BRASIL

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: Médio ou Secundário

Palabras clave: ensino de matemática, ludicidade, PIBID

Resumo

Este trabalho visa socializar a experiência metodológica desenvolvida por acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática em Mato Grosso / Brasil, bolsistas do Programa de Iniciação à Docência (PIBID/CAPES), nos anos de 2015 e 2016. A metodologia adotada foi a da ludicidade, tendo a teoria da atividade de Vygotsky por aporte teórico. Semanalmente, alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública foram atendidos pelos acadêmicos, para superarem suas dificuldades na aprendizagem da matemática. Considerando que um ambiente lúdico estimula as relações cognitivas, afetivas e sociais e propicia atitudes de crítica e criação nos alunos, para atender as necessidades de aprendizagem dos alunos sobre as operações fundamentais com números naturais foram criados alguns jogos, como: Jogo das Argolas (com cálculos de adição e subtração), Maca-counta (com cálculos de multiplicação e divisão), Bingo-Pet (com expressões numéricas), Bloco Móvel (com cálculos de divisão) e Trilha Gigante (com cálculos mentais das quatro operações básicas). Os resultados observados demonstraram que os alunos superaram suas dificuldades, conseguindo melhorar seu aproveitamento em sala de aula e despertar o gosto pela matemática. Por isso, é possível inferir que a adoção da ludicidade como metodologia de ensino foi adequada à aprendizagem matemática daqueles alunos.

Introdução

Nos anos de 2015 e 2016, dez acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso *Campus* Campo Novo do Parecis (IFMT/CNP), desenvolveram práticas pedagógicas na escola pública denominada Escola Estadual Padre Arlindo Ignácio de Oliveira, localizada na periferia do município de Campo Novo do Parecis/Brasil, por meio do subprojeto Matemática, vinculado ao Programa Institucional de

Bolsa de Iniciação à Docência, mantido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (PIBID / CAPES).

Semanalmente, ocorriam encontros com os alunos do III Ciclo do Ensino Fundamental da escola pública que apresentavam alguma dificuldade na aprendizagem da Matemática. Os encontros ocorriam no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da escola e os alunos participantes eram selecionados por seus professores de Matemática.

Nestes encontros eram desenvolvidas atividades que propiciassem a superação das dificuldades na aprendizagem da Matemática, para que os alunos pudessem ter condições de aprender os conteúdos abordados na sala de aula.

Cada encontro era cuidadosamente planejado pelos pibidianos (nome dados aos acadêmicos participantes do PIBID), sob a orientação da professora supervisora e da coordenadora de área do subprojeto. E considerando seu processo de formação inicial, não atuavam sozinhos, mas em duplas ou trios, do planejamento à execução e avaliação dos encontros. Embora as atividades fossem diversificadas e adequadas a cada grupo de alunos atendido, a metodologia adotada foi a mesma: a da ludicidade.

A ludicidade como metodologia

Entende-se que o brincar é um comportamento inerente aos seres humanos. Ao brincarem, os sujeitos se divertem, socializam, comunicam, trocam experiências, interagem, aprendem.

Nesta ótica, o lúdico tem posição privilegiada no processo de desenvolvimento das pessoas - a brincadeira e o jogo de faz de conta são considerados espaços de construção de conhecimento pelas novas gerações.

E como toda brincadeira tem regras, as pessoas precisam interagir, negociar, acordar. Consoante com Vygotsky, considera-se que é nessa situação que as crianças e adolescentes aprendem, transformam-se, humanizam-se.

Segundo Oliveira:

Vygotsky tem como um de seus pressupostos básicos a ideia de que o ser humano constitui-se enquanto tal na sua relação com o outro social. A cultura torna-se parte da natureza num processo histórico que, ao longo do desenvolvimento da espécie e do indivíduo, molda o funcionamento psicológico do homem. (Oliveira, 1992, p.24)

Também a aprendizagem matemática é uma construção socialmente mediada. E a compreensão de que o processo de construção do conhecimento matemático é socialmente mediado tem consequências didáticas. Implica, por exemplo, na aprendizagem cooperativa, onde a interação, a negociação e a colaboração são vias para que os alunos possam construir seu conhecimento matemático.

Um dos caminhos metodológicos para despertar o gosto e a aprendizagem da matemática é o da ludicidade. Um ambiente lúdico estimula as relações cognitivas, afetivas e sociais e propicia atitudes de crítica e criação nos alunos.

A ludicidade está na forma de desenvolver a criatividade, os conhecimentos, o raciocínio do aluno, seja através de jogos, música, dança, mímica, brincadeiras, etc. Importa educar, ensinar se divertindo e interagindo com os outros.

As atividades lúdicas, no caso do ensino de Matemática, envolvem o uso de materiais e jogos que favoreçam a experiência da aprendizagem de forma prazerosa. E, por serem prazerosas, despertam o interesse do aluno, fazendo com que ele fique mobilizado e torne suas ações intencionais, fato essencial para a aprendizagem.

O jogo, em específico, desempenha um papel importantíssimo na Educação Matemática. Mais do que um simples material instrucional, em sala de aula, o trabalho com jogos desenvolve aspectos cognitivos e afetivos dos alunos. A construção de um espaço lúdico, de interação e de criatividade propicia o aprender com seu objetivo máximo, com sentido e significado, no qual o gostar e o querer estão presentes. Desta forma, é possível resgatar o desejo pela busca de conhecimento e tornar a aprendizagem mais prazerosa, por meio da qual a criança passe a gostar, cada vez mais, de aprender, consoante com Borin, ao defender que:

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (Borin, 1996, p.09).

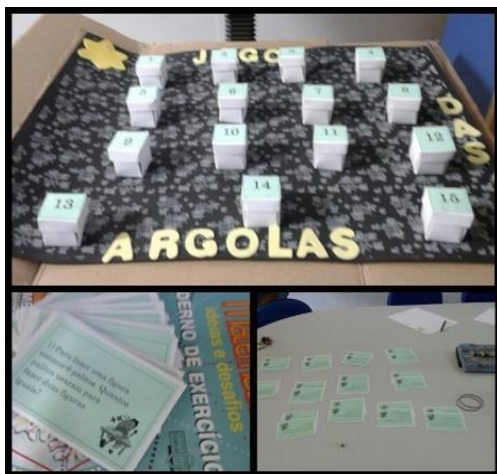
Material didático produzido

Considerando que um ambiente lúdico estimula as relações cognitivas, afetivas e sociais e propicia atitudes de crítica e criação nos alunos, para atender as necessidades de aprendizagem dos alunos sobre as operações fundamentais com números naturais foram criados vários materiais e jogos didáticos.

Dentre eles, experimentamos e validamos alguns jogos. A validação do material ou jogo didático, de natureza qualitativa, é realizada mediante a análise interpretativa dos registros dos pibidianos nos cadernos de campo e relatórios bem como dos relatórios dos professores de Matemática da escola estadual. Consideramos validado aquele material ou jogo didático que alcance os objetivos de ensino e aprendizagem propostos quando da sua elaboração.

Desta forma, neste trabalho apresentamos apenas os jogos didáticos validados, a elencar: Jogo das Argolas (com cálculos de adição e subtração), Maca-Conta (com cálculos de multiplicação e divisão), Bingo-Pet (com expressões numéricas), Bloco Móvel (com cálculos de divisão) e Trilha Gigante (com cálculos mentais das quatro operações básicas).

Figura 1 – Jogo das Argolas



Fonte: acervo pessoal, 2015.

Figura 2 – Maca-Conta



Fonte: acervo pessoal, 2015.

Figura 3 – Bingo-Pet



Fonte: acervo pessoal, 2016.

Figura 4 – Bloco Móvel



Fonte: acervo pessoal, 2016.

Figura 5 – Trilha Gigante



Fonte: acervo pessoal, 2016.

Quanto à classificação destes jogos, adotou-se a categorização feita por Lara (2003), que classifica os jogos em quatro categorias: a) de construção: que propiciam ao aluno à construção de novos conhecimentos; b) de treinamento: que visam fixar um determinado conteúdo, auxiliando no desenvolvimento do pensamento lógico e na dedução; c) de aprofundamento: que exigem do aluno aplicação e aprofundamento dos conhecimentos construídos para a resolução das situações apresentadas; e) estratégicos: que exigem do aluno a criação de estratégias para solucionar os desafios propostos. Deste modo, o Jogo das Argolas, o Maca-Conta e o Bingo-Pet são jogos de treinamento, o Bloco Móvel é jogo de construção e a Trilha Gigante é jogo de aprofundamento.

Resultados

Tem-se apresentado uma matemática atrativa, interessante, desafiadora e divertida. E, por conseguinte, há participação e interesse dos alunos da escola na realização das atividades.

Nas socializações, em reunião de avaliação, os pibidianos testemunham o envolvimento e o prazer com que os alunos participaram das atividades.

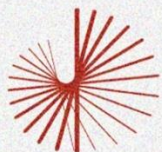
Conforme feedback dos professores de matemática das turmas, os alunos participantes do Apoio Escolar têm progredido em seus processos de aprendizagens, melhorando inclusive seus resultados nas avaliações. Conforme avaliação dos professores da escola, pelas atividades lúdicas, os alunos atendidos têm aprendido os conhecimentos matemáticos, a tolerância e solidariedade aos colegas e, ainda, despertado o interesse por aprender matemática.

Todavia, atender o maior número possível de alunos da escola e conseguir acompanhar seus progressos na sala de aula regular ainda são desafios a serem enfrentados neste subprojeto do PIBID.

Considerações finais

Considerando que o PIBID objetiva a inserção dos futuros professores no cotidiano escolar e a prática docente reflexiva, mas também a melhoria da qualidade de ensino das escolas públicas no Brasil, parece que o subprojeto Matemática do IFMT/CNP tem atingido estes objetivos, pois:

- os pibidianos estão inseridos na escola estadual e vem atuando em situações de ensino e de pesquisa;
 - os pibidianos têm experienciado uma metodologia diferenciada para o ensino de Matemática aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (pré-adolescentes e adolescentes);
 - os pibidianos vêm aprendendo a refletir sobre sua prática, desenvolvendo e mobilizando saberes;
 - a prática educativa diferenciada assumida no subprojeto tem ratificada a teoria de que o espaço educativo da sala de aula pode ser um ambiente lúdico onde ocorre ensino e aprendizagem da Matemática;
 - ainda, os resultados observados demonstraram que os alunos superaram suas dificuldades, conseguindo melhorar seu aproveitamento em sala de aula e despertar o gosto pela matemática.
- Por isso, é possível inferir que a adoção da ludicidade como metodologia de ensino foi adequada à aprendizagem matemática dos alunos da escola estadual, além de ter contribuído na formação dos futuros professores, mediante a experiência da prática docente reflexiva.



REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA METODOLÓGICA DA LUDICIDADE NAS ATIVIDADES DO PIBID EM MATEMÁTICA

Daniely Cristhina Sandri; Izabel Cristina da Silva; Maysa Barbosa de Freitas; Raqueli Ben; Vera Cristina de Quadros
IFMT/CNP - Brasil

Objetivo

Este trabalho visa socializar a experiência metodológica desenvolvida por acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática em Mato Grosso / Brasil, bolsistas do Programa de Iniciação à Docência (PIBID/CAPES), nos anos de 2015 e 2016.

Metodologia

A metodologia adotada no projeto foi a da ludicidade, tendo a teoria da atividade de Vygotsky por aporte teórico. Para a elaboração deste trabalho, qualitativamente, foram analisados os registros em caderno de campo e os relatórios dos professores da escola estadual e dos bolsistas.

A ludicidade como metodologia de ensino

Nos anos de 2015 e 2016, acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - Campus Campo Novo do Parecis (IFMT/CNP) participaram do Programa de Iniciação à Docência (PIBID/CAPES), como bolsistas (chamados de pibidianos), realizando suas práticas pedagógicas na Escola Estadual Padre Arlindo.

Aos alunos da escola estadual, do III Ciclo do Ensino Fundamental, foram ofertados encontros semanais, no contraturno, no Laboratório de Ensino de Matemática da escola. Nestes encontros foram desenvolvidas atividades que visavam propiciar-lhes a superação das dificuldades na aprendizagem da matemática, para que tivessem condições de aprender os conteúdos abordados na sala de aula.

Cada encontro era cuidadosamente planejado pelos pibidianos, sob a orientação da professora coordenadora do projeto.

Neste processo de formação profissional atuaram em duplas ou trios, do planejamento à execução e avaliação. As atividades propostas foram diversificadas e adequadas a cada grupo de alunos atendido, mas a metodologia adotada foi a mesma: a ludicidade.

Considerando que um ambiente lúdico estimula as relações cognitivas, afetivas e sociais e propicia atitudes de crítica e criação nos alunos, para atender as necessidades de aprendizagem dos alunos sobre as operações fundamentais com números naturais foram criados alguns jogos, como: Jogo das Argolas (com cálculos de adição e subtração), Macaconta (com cálculos de multiplicação e divisão), Bingo-Pet (com expressões numéricas), Bloco Móvel (com cálculos de divisão) e Trilha Gigante (com cálculos mentais das quatro operações básicas).



Fonte: acervo pessoal, 2015.



Fonte: acervo pessoal, 2015.



Fonte: acervo pessoal, 2016.



Fonte: acervo pessoal, 2016.



Fonte: acervo pessoal, 2016.

Resultados

Os pibidianos têm vivenciado uma prática educativa diferenciada que ratifica a teoria de que o espaço educativo da sala de aula pode ser um ambiente lúdico onde ocorre ensino e aprendizagem da matemática.

Tem-se apresentado uma matemática atrativa, interessante, desafiadora e divertida. E, por conseguinte, há participação e interesse dos alunos da escola na realização das atividades. Nas socializações, em reunião de avaliação, os pibidianos testemunham o envolvimento e o prazer com que os alunos participaram das atividades.

Segundo os professores de matemática das turmas, os alunos participantes do Apoio Escolar têm progredido em seus processos de aprendizagens, melhorando inclusive seus resultados nas avaliações.

Todavia, atender o maior número possível de alunos da escola e conseguir acompanhar seus progressos na sala de aula regular ainda são desafios a serem enfrentados neste subprojeto do PIBID.

Considerações

Os resultados observados demonstraram que os alunos superaram suas dificuldades, conseguindo melhorar seu aproveitamento em sala de aula e despertar o gosto pela matemática. Por isso, é possível inferir que a adoção da ludicidade como metodologia de ensino foi adequada à aprendizagem matemática daqueles alunos.

Referências

Borin, J. (1996). *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP.

Lara, I. C. M. (2003) *Jogando com a Matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais*. São Paulo: Rêspel.

Oliveira, M. K. (1992). *Algumas contribuições da psicologia cognitiva*. São Paulo: FDE, 1992.



Referências bibliográficas

Borin, J. (1996); *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP.

Lara, I. C. M. (2003) *Jogando com a Matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais*. São Paulo: Rêspel.

Oliveira, M. K. (1992). *Algumas contribuições da psicologia cognitiva*. São Paulo: FDE.

INTERACCIÓN Y DIFUSIÓN DE LOS PRODUCTOS KIKS

J.M. Diego-Matecón¹ – Ignacio González-Ruiz¹ – Teresa F. Blanco² – Maitane P. Istúriz¹ –
Alejandro Gorgal Romarís² – José Benito Búa³ – Tomás Recio¹
josemanuel.diego@unican.es – ignacio.gonzalezruiz@unican.es – teref.balnc@usc.es –
maitane.perez@unican.es – alejandrogorgalromaris@gmail.com – jbenitobua@gmail.com –
tomas.recio@unican.es

¹Universidad de Cantabria (España) – ²Universidad de Santiago de Compostela (España) –

³I.E.S. Sánchez Cantón (España)

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas

Modalidad: P

Nivel educativo: Secundaria

Palabras clave: educación secundaria, motivación, proyecto KIKS, STEAM

Resumen

KIKS, acrónimo de Kids Inspire Kids for STEAM, es un proyecto de la Unión Europea, dentro del marco del programa Erasmus +, que cuenta con la participación de organismos educativos de España, Finlandia, Hungría y Reino Unido. Su objetivo es la promoción de las disciplinas STEAM (Science, Technology, Engineering, Art y Mathematics) en Secundaria; y su filosofía, fomentar el interés, la motivación y creatividad de estos estudiantes por el aprendizaje de las STEAM. Para ello KIKS trata de constituir e impulsar una comunidad educativa, integrando diversos equipos de estudiantes de los países participantes. Ellos son los encargados de elaborar, bajo la supervisión de sus profesores, tareas STEAM; y de contribuir a su difusión entre sus homólogos internacionales. Todo para conseguir atraer a nuevos estudiantes, logrando así una mayor implicación de los mismos en el aprendizaje de las STEAM. La naturaleza de estas materias hace que estas tareas requieran la puesta en juego, por los estudiantes, de un conocimiento multidisciplinar, requiriendo, además, por la idiosincrasia del proyecto, diversas habilidades personales. Los resultados más reseñables del proyecto, así como información sobre los talleres, cursos de formación y actividades STEAM realizadas en el mismo pueden consultarse en www.kiks.unican.es. Este póster pretende informar sobre las líneas generales de KIKS y ejemplificar la pluralidad de tareas realizadas.

STEAM

Las siglas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) hace referencia al enfoque educativo basado en la interdisciplinaridad y aplicabilidad del conocimiento científico-matemático al ámbito de la tecnología y la ingeniería. Adicionalmente, junto a las disciplinas STEM se integran las disciplinas de índole artística. Esta circunstancia, da origen a la denominación STEAM (Fenyvesi, Téglási y Szilágyi, 2014). En los últimos tiempos el número de graduados universitarios en disciplinas STEAM es insuficiente en muchos países europeos. Ante esta situación, la Unión Europea ha volcado sus esfuerzos en la promoción de las STEAM,

financiando diversos proyectos dirigidos a su promoción entre los alumnos de Educación Secundaria (Rocard, Csermely, Walberg-Henriksson y Hemmo, 2007).

Proyecto KIKS

La idea que impulsa el proyecto que presentamos, KIKS - Kids Inspire Kids for STEAM, es la promoción de estas disciplinas en Secundaria. El hilo conductor para la consecución de tal logro es la generación de interés, motivación y creatividad de los estudiantes de secundaria en relación con el aprendizaje de las STEAM. Para ello KIKS organiza y coordina una comunidad educativa formada por estudiantes y profesores de los cuatro países europeos participantes: España, Finlandia, Hungría y Reino Unido, conforman equipos de trabajo locales mediados por profesores. En ellos los estudiantes elaboran tareas STEAM y se encargan de difundir su experiencia a sus homólogos internacionales. El propósito no es otro que interesar a sus compañeros y lograr una mayor implicación en el aprendizaje de las STEAM.

Así, cada profesor implicado en KIKS actúa proponiendo, como reto al equipo que tiene a su cargo, responder a la cuestión: ‘¿cómo podemos conseguir que vuestros compañeros se interesen por las STEAM?’. La respuesta a este interrogante ha de conllevar el elaborar tareas que conecten entre sí las disciplinas STEAM, al mismo tiempo que susciten interés entre los miembros de los distintos equipos. De esta forma, los equipos orientan su propuesta de tareas STEAM atendiendo a las experiencias previas, a las sugerencias del profesor, las sugerencias de cualquiera de los integrantes del equipo o bien las propuestas de los coordinadores del proyecto KIKS. Tras la elaboración y desarrollo de la tarea, cada equipo comparte su experiencia con sus homólogos de otros países. De este modo se constituye una comunidad educativa que involucra a más de 25 instituciones educativas europeas.

Productos KIKS

Cada equipo redacta un documento, elabora una grabación de video y aporta una presentación sobre sus propuestas. En el documento se plasma una presentación de cada uno de los participantes y la descripción de la tarea STEAM elegida. En él se recogen los principales aspectos teóricos y metodológicos implicados, los resultados obtenidos y el material empleado. La edición del video incluye una demostración práctica de la actividad, complementando la explicación dada en el documento escrito.

En este póster (Imagen 1) se ilustran algunas de los productos resultantes del proyecto, incluyendo las siguientes actividades: (1) *el número de oro*, (2) *la cámara oscura*, (3) *el telégrafo inalámbrico*, (4) *memoria*, (5) *arcos de medio punto* y (6) *rampas y accesibilidad*. También se muestran ilustraciones representativas de los eventos que se llevan a cabo para exponer estas actividades y para promover la interacción entre los diferentes grupos de trabajo. Toda esta información se puede consultar en www.kiks.unican.es/en/actividades/.

KIKS provee distintos medios para la difusión de las tareas STEAM elaboradas por cada equipo. Por ejemplo, vía Google Drive y Facebook, para que los profesores responsables y coordinadores intercambien ideas. O mediante YouTube, a través del canal Proyecto KIKS, para compartir los videos producidos por los distintos equipos. Finalmente, a través de la web KIKS (www.kiks.unican.es), para compartir información de interés sobre el desarrollo del proyecto, así como para clarificar cualquier cuestión técnica que se requiera para el buen desarrollo de las tareas STEAM.

Imagen 1: Interacción y Difusión de los Productos KIKS



INTERACCIÓN Y DIFUSIÓN DE LOS PRODUCTOS KIKS

J. M. Diego-Mantecón¹, Ignacio González-Ruiz¹, Teresa Fernández Blanco², Maitane P. Istúriz¹, Alejandro Gorgal Romarís², José Benito Búa³ y Tomás Recio¹.
¹ Universidad de Cantabria, ² Universidad de Santiago de Compostela e ³ I.E.S. Sánchez Cantón

¿QUE ES KIKS?

KIKS es el acrónimo de Kids Inspire Kids for STEAM, un proyecto de la Unión Europea, dentro del marco del programa Erasmus +, que cuenta con la participación de organismos educativos de España, Finlandia, Hungría y Reino Unido. Su objetivo es la promoción de las disciplinas STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) en secundaria y su filosofía fomentar el interés, la motivación y creatividad de estos estudiantes por el aprendizaje de las STEAM.

Para ello KIKS trata de crear e impulsar una comunidad educativa, integrando diversos equipos de estudiantes de los países participantes. Los estudiantes se encargan de elaborar tareas STEAM y presentarlas entre sus homólogos, para conseguir atraer a nuevos estudiantes, logrando así una mayor implicación en el aprendizaje de las STEAM.

DESARROLLO DE LAS TAREAS STEAM

El profesor propone un reto a su equipo: ¿Cómo conseguir que vuestros compañeros se interesen por las STEAM? Los equipos lideran la propuesta de tareas STEAM. La búsqueda de ideas surge de las experiencias previas del profesor, sugerencias del equipo o de los coordinadores KIKS.

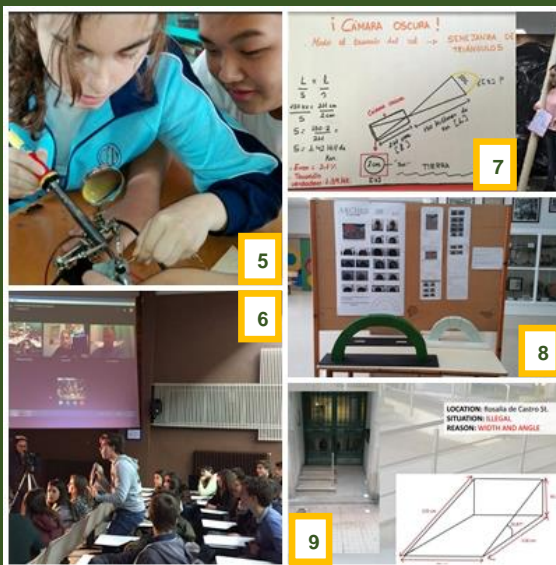
Una vez elaborada la tarea, cada grupo comparte su experiencia con sus homólogos internacionales. KIKS cuenta con una comunidad que implica a más de 25 instituciones educativas europeas.



Ejemplos de tareas STEAM realizadas por los equipos KIKS:
 Figura 1. El número de oro.
 Figura 2. La cámara oscura.
 Figura 3. El telégrafo inalámbrico.
 Figura 4. Memoria.

SOPORTE KIKS

KIKS provee distintos medios para la difusión de las tareas STEAM elaboradas por cada equipo. Google Drive y Facebook, para que los profesores responsables y coordinadores intercambien ideas. Youtube, a través del canal Proyecto KIKS, para compartir los videos producidos por los distintos equipos. La web KIKS (<http://www.kiks.unican.es/>), para compartir información de interés sobre el desarrollo del proyecto así como clarificar cualquier cuestión técnica para el buen desarrollo de las tareas STEAM.



Ejemplos de tareas STEAM realizadas por los equipos KIKS:
 Figura 5. Construyendo el telégrafo inalámbrico.
 Figura 6. Compartiendo experiencias con homólogos internacionales.
 Figura 7. Cámara oscura y semejanza de triángulos.
 Figura 8. Arcos de medio punto
 Figura 9. Rampas y accesibilidad.

PRODUCTO FINAL Y DIFUSIÓN

Cada equipo redacta un informe y elabora una grabación de video sobre sus propuestas. Incluye la presentación de los participantes y la descripción de la tarea STEAM, exponiendo sus principales resultados y el material empleado.

El video incluye una demostración práctica de la actividad, complementando la explicación del informe. Algunos ejemplos se recogen en <http://www.kiks.unican.es/en/actividades/>.

AGRADECIMIENTOS: Este trabajo ha sido financiado por el proyecto europeo Erasmus+ 'Kids Inspiring Kids for STEAM (KIKS)' 15/0100-KA2SE/13611.

Referencias bibliográficas

Rocard, M., Csermely, P., Walberg-Henriksson, H. y Hemmo, V. (2007). *Science Education now: a renewed pedagogy for the future of Europe*. Bruselas: Comisión Europea. ISBN-978-92.

Kearney, C. (2016). *Efforts to Increase Students' Interest in Pursuing Mathematics, Science and Technology Studies and Careers. National Measures taken by 30 Countries – 2015 Report*. Bruselas: European Schoolnet.

CRENÇAS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA-DIGITAL) DE SANTOS/SP/BRASIL SOBRE O CONSTRUTO ‘ATITUDES’ VOLTADAS À MATEMÁTICA

Felipe Augusto de Mesquita Comelli – Ana Lúcia Manrique

famcomelli@gmail.com – analuciamanrique@gmail.com

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP. Brasil

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática.

Modalidade: Póster (P)

Nível educativo: Educación de adultos

Palavras chave: domínio afetivo, crenças, atitudes voltadas à matemática, EJA.

Resumo

A partir do levantamento feito com cinco professores da Educação de Jovens e Adultos (EJA Digital) da Prefeitura Municipal de Santos, esse artigo pretende contribuir para o conhecimento do construto do domínio afetivo no ensino de matemática, especificamente no que diz respeito a um de seus descritores, as atitudes. Intenciona-se fortalecer a discussão sobre essa temática, particularmente ao procurar entender de que modo os professores usam o construto “atitude negativa”. Além das discussões teóricas sobre os conceitos de crenças e atitudes e os resultados do levantamento, apresenta-se também um breve histórico da EJA Digital de Santos/SP/Brasil.

Introdução

O presente artigo apresenta dados de um levantamento sobre crenças referentes às atitudes em matemática de cinco professores que lecionam na Educação de Jovens e Adultos, em seu formato chamado de *EJA Digital*, na rede de ensino público do Município de Santos, Estado de São Paulo. Apresenta-se, para sustentar a argumentação, ainda que de forma breve, alguns elementos do *domínio afetivo* relativos ao ensino e à aprendizagem de matemática. Intenciona-se fortalecer a discussão sobre essa temática, particularmente ao procurar entender de que modo os professores usam o construto “atitude negativa” e, em decorrência de sua identificação em determinadas situações, quais intervenções relatam terem realizado em suas práticas.

Referencial Teórico

Domínio afetivo em matemática

O *domínio afetivo* está relacionado com uma variada gama de sentimentos e de estados de ânimo, distintos da cognição em seu estado puro, compreendendo as emoções, os sentimentos, as crenças, as atitudes, os valores e as considerações (Gómez-Chacón, 2003). Por ser um conceito

de difícil entendimento, ainda permanece pouco reconhecida sua relação com o ensino e a aprendizagem de matemática (Radford, 2015). Nesse campo, nos anos 1960 e 1970, a *ansiedade matemática* e a *atitude voltada à matemática* foram dois focos de pesquisas, sendo que sobre o primeiro se assumia uma relação negativa entre a ansiedade e a performance; sobre o segundo, os estudos baseavam-se em duas convicções, a de que a atitude em relação à matemática está relacionada com o sucesso (uma realização), e a de que os resultados afetivos (como gostar da matemática) são, por si mesmo, significativos (Zan *et al.*, 2006). Ainda em Zan *et al.* (2006), no contexto da investigação sobre a resolução de problemas matemáticos, observa-se a necessidade de esclarecer os fundamentos teóricos a partir da década de 1980. Atualmente, esforços são dedicados para a compreensão da interação entre afeto e cognição, para a construção de marcos teóricos bem fundamentados sobre afeto na educação matemática, bem como para a constituição de instrumentos metodológicos adequados para a interpretação do comportamento dos alunos (Hannula *et al.*, 2004). A pesquisa de Patterson *et al.* (2016), sobre o domínio geral e específico de crenças de professores sobre inteligência, habilidade e esforço, traz longa lista de citações de estudos que examinam as crenças dos professores sobre inteligência, habilidade e outros fatores que contribuem para a realização acadêmica dos alunos, bem como as formas como essas crenças podem afetar o tratamento que os professores dão sobre os resultados acadêmicos dos estudantes. Especificamente sobre crenças, cujo conceito-chave não é definido facilmente, Skott (2014) apresenta quatro aspectos para sua descrição: (1) crenças são geralmente utilizadas para descrever construtos mentais que são subjetivamente verdadeiros para a pessoa em questão e, portanto, caracterizadas por um grau considerável de convicção pessoal; (2) mesmo que diferentes e vistos como inseparáveis, há tanto aspectos cognitivos quanto afetivos nas crenças; (3) crenças são geralmente consideradas como reificações temporalmente e contextualmente estáveis, que parecem mudar apenas como resultado de práticas de envolvimento socialmente relevantes; (4) se espera que as crenças influenciem significativamente as formas nas quais os professores interpretam e se envolvem com problemas de práticas.

Por outro lado, é preciso estabelecer sobre o que tratam as atitudes, apresentar o conceito desse construto que também compõe o domínio dos afetos em matemática. Assim, três definições de atitudes em relação à educação matemática podem ser identificadas, de acordo com Di Martino & Zan (2010): (a) uma definição *simples*, que descreve a atitude como o grau positivo ou negativo de afeto associado à matemática; (b) uma definição multidimensional, *tripartite*, que reconhece três componentes na atitude: resposta emocional em relação à matemática, crenças em relação à

matemática, comportamento relacionado à matemática; (c) uma definição *bidimensional* em que, em relação ao anterior, os comportamentos não aparecem explicitamente.

É possível considerar a proposição de Kiwanuka *et al.* (2016), que apresentam as atitudes em relação à matemática como uma medida agregada da autoconfiança em matemática, da utilidade percebida e do prazer com a matemática, sendo a autoconfiança matemática e a utilidade percebida da matemática um reflexo da dimensão cognitiva da atitude, e o prazer com a matemática refletindo a dimensão afetiva da atitude. Di Martino & Zan (2010) consideram que há relação de causa e efeito em cadeia entre crenças, emoções e comportamento, de tal modo que as crenças afetam as emoções, que por sua vez afetam o comportamento. Enfim, a discussão sobre o construto atitudes, como diz Hannula *et al.* (2016), deve considerar a adequação da definição e não a sua correção, dependendo, portanto, das questões em estudo.

Contexto

A Educação de Jovens e Adultos e a EJA Digital de Santos

Embora seja relativamente larga a definição do período em que se inicia o ensino para jovens e adultos no Brasil, foi a partir dos anos 1940 que a educação de jovens e adultos se consolida, inclusive com a criação de um programa para atendimento exclusivo de pessoas adultas, o Serviço de Educação de Adultos (SEA). Pouco mais de quarenta anos passados, a Constituição de 1988 passa a prever que todas as pessoas devem ter acesso à educação, e mais adiante, a LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), de 1996, formula a Educação de Jovens e Adultos como modalidade de ensino.

Inserida nas questões centrais dessa modalidade de educação, a Educação de Jovens e Adultos na Cidade de Santos apresenta um histórico rico em negação de direitos aos educandos, abnegação de professores, analfabetismo de funcionários públicos, superlotação de classes entre outras características que se expressaram principalmente durante o século XX e podem ser observadas no trabalho de Monteiro (2014).

A EJA Digital surge em 2006, como reflexo das dificuldades relativas às peculiaridades geográficas de uma comunidade situada na Ilha Diana, no Rio Diana, na Cidade de Santos. O projeto, baseado na educação a distância (EAD), propôs ser uma alternativa que viabilizasse a educação de jovens e adultos praticamente isolados, valendo-se de computadores instalados em uma unidade escolar, um ambiente virtual de aprendizagem, um mediador presencial e

professores de diferentes áreas do conhecimento que ministravam conteúdos e modelavam o conhecimento a distância.

Os trabalhos seminais de Fontoura & Branco (2008) e Chiandotti & Branco (2009) trazem informações sobre a trajetória inicial da EJA Digital do Município de Santos, e a o de Monteiro (2014) faz uma discussão abrangente sobre essa modalidade de ensino.

A EJA Digital de Santos é focada no segmento do Ensino Fundamental II (correspondendo ao *middle school* e 9th grade do *high school*). Atualmente, conta com 19 escolas participantes, 29 *Professores AVA* (de ensino a distância por meio de Ambiente Virtual de Aprendizagem – Moodle), 41 professores presenciais, atendendo um total de 450 alunos entre 15 e 61 anos. São ministradas as disciplinas Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Arte, Inglês e Informática para o Trabalho.

Método

Para a compreensão sobre o modo como os *Professores AVA* de matemática da Prefeitura Municipal de Santos usam o construto “atitude negativa”, bem como quais intervenções relatam terem realizado em suas práticas, foi utilizado como referencial os trabalhos de Polo & Zan (2006) e Zan & Di Martino (2007).

A partir do questionário proposto nos artigos supracitados, elaboramos um similar, com pequenas modificações (Anexo 1) e o aplicamos aos 5 *Professores de Matemática AVA* do projeto EJA Digital (quatro mulheres e um homem entre 39 e 65 anos, com experiência em sala de aula entre 15 e 45 anos). Todos os professores pesquisados também foram ou são professores de ensino presencial.

O questionário aplicado é composto por 6 questões de múltipla escolha e 6 questões abertas. Segundo os autores do questionário no qual a presente pesquisa está baseada, as questões de múltipla escolha permitem descobrir quando e quão frequente os professores usam o construto “atitude” no diagnóstico das dificuldades dos alunos, e se consideram possível mudar uma “atitude negativa” até o final do Ensino Médio (*high school*). As questões abertas pretendem investigar quais ideias os professores têm sobre “atitude negativa” e quais indicadores utilizam como referência para essa avaliação.

Resultados e Discussão

Crenças de professores de matemática da EJA Digital sobre atitudes negativas

Todos os professores responderam afirmativamente à primeira questão, afirmando que já atribuiu a dificuldade do aluno com a matemática às atitudes dele com um conteúdo específico. Em Zan & Di Martino (2007), foi no segmento do *middle school* que houve pico de respostas positivas à questão. Por outro lado, na segunda questão, encontramos que três professores responderam que apenas *algumas vezes* fizeram esse diagnóstico, enquanto dois deles se identificaram com a alternativa *muitas vezes*. As respostas as duas questões iniciais iluminam “o uso amplo do termo ‘atitude’ em relação ao diagnóstico das dificuldades dos alunos em matemática” (Zan & Di Martino, 2007, p. 161, tradução nossa).

Quando chegamos à questão 3, que pergunta sobre o que querem dizer sobre o que entendem por "atitude negativa" em relação à matemática, as respostas obtidas foram:

Prof. 1 - Existem várias atitudes negativas, mas acredito que uma das mais negativas consiste no fato da pessoa estigmatizar a disciplina como algo inatingível.

Prof. 2 - A maneira errada em que muitas pessoas enxergam a matemática; como achar que tudo é difícil, ou que certo assunto não serve para nada.

Prof. 3 - Aversão a qualquer assunto referente a matemática.

Prof. 4 - O repúdio pela disciplina.

Prof. 5 - Falta de interesse para aprender.

A partir das assertivas apresentadas, reforçam-se as impressões sobre as respostas à questão 2. Os professores, embora não tenham clareza do conceito, parecem demonstrar uma visão multidimensional do construto *atitudes voltadas à matemática*, visto que se observam respostas que exibem elementos mais próximos às emoções (“aversão” e “repúdio”) e outros mais próximos às crenças (“algo inatingível” e “é difícil”).

Na questão 4, sobre o que demonstra que um aluno tem uma atitude negativa, verificam-se as seguintes respostas:

Prof. 1 - Quando se percebe no aluno uma falta de disposição para enfrentar o desafio.

Prof. 2 - A sua predisposição em relação à matemática, achando que o entendimento da mesma é para poucos.

Prof. 3 - O aluno que desiste de toda sua vida escolar por achar que não tem condição de aprender ou superar algum conteúdo trabalhado em aula.

Prof. 4 - Uma das ações mais perceptível para mim é o desafeto em relação a disciplina, devido às dificuldades em relação ao seu aprendizado e muitas vezes imbricado com o fazer docente.

Prof. 5 - Quando é alheio a tudo a sua volta.

Polo & Zan (2006) ressaltam nesse item do questionário que as respostas dos professores sugerem duas dimensões de análise, uma relativa a comportamentos observáveis e não observáveis e outra relacionada ao tempo. É possível notar aspectos de puro julgamento dos professores, portanto, não observáveis no comportamento citado, como, por exemplo, a resposta do Prof. 2.

Quatro professores disseram ser possível mudar a atitude de um aluno até o final da educação básica. Apenas o Prof. 1 escolheu a alternativa *não*, justificando:

Prof. 1 - Os alunos respondem de acordo com o modo que estão sendo questionados. Uma atitude é mudada hoje, mas amanhã, dependendo do modo como os temas de aula estão sendo tratados, o aluno volta a ter atitudes negativas. A Matemática é uma ciência universal. Sem ela não existe progresso em nenhuma outra área, mas não é por este motivo que todos os alunos têm que aprender TUDO, quando na maioria das vezes não utilizarão quase NADA. Faz-se necessário, portanto, repensar conteúdos e o que de fato é útil para o aluno aprender nas diferentes faixas etárias.

Os demais professores, que afirmaram ser possível modificar a atitude dos alunos, responderam:

Prof. 2 - Mostrando diversos caminhos que leve o aluno a compreender a matemática de maneira leve e significativa.

Prof. 3 - Mostrando que possui todos os requisitos básicos para aprender os conteúdos de matemática, mostrando como ela ajuda na sua vida diária.

Prof. 4 - Fazendo com que o aluno seja o protagonista do processo de aprendizagem. Além de fazer com que esse processo seja significativo para seu conhecimento e para sua prática.

Prof. 5 - Motivando-o a vencer os desafios propostos e sendo parceiro do aluno na aprendizagem.

Entretanto, os professores 2 e 3, em relação à questão 7, não se propuseram esse objetivo específico de mudar a atitude de um de seus alunos. Os demais apresentam suas ideias, de como tentaram mudar a atitude de seus alunos, mas somente o Prof. 1 faz referência aos resultados.

Prof. 1 - Em primeiro lugar, ganhei a confiança dele. Resultados positivos.

Prof. 4 - Mostrando o quanto a Matemática está associada ao nosso dia a dia, e como ela pode ser prazerosa. Além de contar que, como eles, também tive muitas dificuldades no início da minha vida escolar em relação a esta disciplina. E que, por isso, fui estudar para entender o porquê deste desafeto e dificuldade em relação à disciplina.

Prof. 5 - O vínculo entre professor-aluno é imprescindível para se propor qualquer mudança de atitude.

A respeito da questão 9, os professores 1, 2 e 3 disseram ter observado uma atitude negativa em relação à matemática em uma classe inteira, reconhecendo essa atitude dos seguintes modos (questão 10):

Prof. 1 - Pela inutilidade do tema.

Prof. 2 - Quando os alunos não aceitaram a explicação de determinado assunto. Então, na verdade tive que demonstrar de outra forma e mostrar a importância desse assunto.

Prof. 3 - Quando o próprio professor demonstra sua aversão à matéria.

As assertivas dos três professores parecem demonstrar suas crenças (“inutilidade do tema”; “aversão à matéria”) e atitudes (“tive que demonstrar”) sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, e pouco ou nenhum elemento observável sobre as atitudes dos alunos. Não obstante, somente o Prof. 3 estabeleceu objetivo de mudar as atitudes dos seus alunos, “Mostrando como a matemática pode ser simples e principalmente demonstrando sua utilidade para resolver problemas cotidianos.”.

Conclusões

Em uma aula de matemática, um aluno coça a cabeça, franze o cenho e larga o lápis sobre a sua mesa. Chama o professor que acompanha a turma e lhe diz em tom de quase desespero: “Isso é impossível. Nunca vou conseguir resolver um problema como esse!”

A situação relatada acima é inverídica, mas seria irreal? Quantas vezes professores de matemática se deparam com situações como essa? Está claro que há emoções, sentimentos e crenças

relacionadas à matemática, pois, do “que depende o fato de que uma criança que entra em uma escola ache fascinante a rotina própria da matemática e que outra, ao contrário, passe a detestá-la por toda a sua vida?” (Gómez-Chacón, 2003, prólogo). Alguns indícios de resposta a essa questão talvez estejam, entre outras possibilidades, na melhor compreensão dos afetos e de sua influência na aprendizagem e no ensino de matemática.

Embora o universo da pesquisa seja reduzido a apenas cinco professores, foi possível identificar elementos semelhantes aos reportados por Polo & Zan (2006) e Zan & Di Martino (2007), mesmo que a prática dos professores pesquisados por nós seja voltada ao ensino a distância. Nesse aspecto, levanta-se a hipótese de que a construção de suas crenças sobre atitudes negativas voltadas à matemática se construiu ao longo da formação em serviço em ambas as modalidades, e que só seria possível observar diferenças caso se analisassem docentes com experiências exclusivas em uma modalidade ou outra. A visão de que os alunos têm atitudes negativas sobre matemática pode ser confrontada, por exemplo, com pesquisas como a de Grootenboer & Marshman (2016), que indicam que, embora tenham atitudes negativas, no geral os estudantes são positivos sobre a matemática na escola.

Observa-se nas respostas que, como grupo, os professores têm uma ideia *tripartite* do construto atitude, pois notam-se elementos de caráter emocional, de atribuição de crenças e também de comportamentos. Como indicado também pelos autores acima, parece haver fragilidade na clareza do significado do construto atitude, o que não subordina a avaliação dos professores à critérios claros. Nossos resultados, por outro lado, não permitem uma visão precisa a respeito do ponto de vista dos professores sobre as causas das atitudes negativas, mas parece que os docentes, mesmo que vejam ser possível mudar a atitude de um aluno, não estabelecem isso como um objetivo ou prioridade.

Referências Bibliográficas

Chiandotti, G. A. G. S. & Branco, A. C. (2009). *Educação de jovens e adultos: educação a distância seria uma alternativa?* IN: 15º CIAED – Congresso Internacional ABED de Educação a Distância, Fortaleza. Recuperado de <http://www.abed.org.br/congresso2009/cd/trabalhos/1552009145151.pdf>

Di Martino, P. & Zan, R. (2010). ‘Me and maths’: towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27-48.

Fontoura, C. E. S. & Branco, A. C. Experiências e ações educativas em educação a distância desenvolvidas na secretaria da educação da Prefeitura do Município de Santos. IN: 14º CIAED

– Congresso Internacional ABED de Educação a Distância, Santos, 2008. Recuperado de <http://www.abed.org.br/congresso2008/tc/520200854358PM.pdf>

Gómez-Chacón, I. M. (2003). *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática*. Porto Alegre: Artmed.

Grootenboer, P. & Marshman, M. (2016). Building Positive Affect in Mathematics. In: *Mathematics, Affect and Learning*. Springer Singapore, 111-129.

Hannula, M. et al. (2004). Affect in Mathematics Education--Exploring Theoretical Frameworks. Research Forum. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

_____. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation, and Identity in Mathematics Education: An Overview of the Field and Future Directions*. Springer International Publishing.

Kiwanuka, H. N. et al. (2016). How do student and classroom characteristics affect attitude toward mathematics? A multivariate multilevel analysis. *School Effectiveness and School Improvement*, 1-21.

Monteiro, L. D. B. C. (2014). *A educação de jovens e adultos digital: estudo de caso de uma metodologia como possibilidade emancipadora*. 134 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Católica de Santos, Santos.

Patterson, M. M. et al. (2016). General and domain-specific beliefs about intelligence, ability, and effort among preservice and practicing teachers. *Teaching and Teacher Education*, 59, 180-190.

Polo, M. & Zan, R. (2006). Teachers' use of the construct 'attitude': preliminary research findings. In: *Proceedings of the fourth conference of the European society for research in mathematics education* (pp. 265-274).

Radford, L. (2015). Of love, frustration, and mathematics: A cultural-historical approach to emotions in mathematics teaching and learning. In: *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 25-49). Springer International Publishing.

Skott, J. (2014). The promises, problems, and prospects of research on teachers' beliefs. *International handbook of research on teachers' beliefs* (pp. 13-30).

Zan, R. et al. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational studies in mathematics*, 63(2), 113-121.

Zan R. & Di Martino, P. (2007). Attitudes towards mathematics: overcoming positive/negative dichotomy. *Mont Math Enthus Monogr* 3, 157-168.

Anexo 1

Questionário

Nome:

Idade:

Formação:

Tempo de serviço em educação matemática:

1. Você já se viu atribuindo às dificuldades do aluno com a matemática às atitudes (que ele ou ela tem) em relação a um assunto específico da matemática?

Sim Não

2. Se sim, este é um diagnóstico frequente ou você só viu isso algumas vezes?

Praticamente nunca

Algumas vezes

Raramente

Muitas vezes

Quase sempre

3. O que você entende como "ATITUDE NEGATIVA" em relação à matemática?

4. O que demonstra para você que um aluno tem uma atitude negativa?

5. Você acha que é possível modificar a atitude de um aluno até o final da educação básica?

Sim

Apenas até certo ponto

Talvez

Não

Não sei

6. Se sim, como? Se não, por quê?

7. Você já se propôs o objetivo específico de mudar a atitude de um de seus alunos?

Sim Não

8. Se sim, como você tentou conseguir isso? Quais foram os resultados?

9. Até agora, apenas nos referimos a um único estudante. Você já viu uma atitude negativa em relação à matemática em uma classe inteira?

Sim Não

10. Como você reconheceu essa atitude negativa?

11. Se você respondeu sim à pergunta 9, neste caso você, explicitamente, estabeleceu-se o objetivo de mudar a atitude da classe?

Sim Não

12. Se sim, como você tentou alcançar este objetivo? Qual foi o resultado?



CRENÇAS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA-DIGITAL) DE SANTOS/SP/BRASIL SOBRE O CONSTRUTO 'ATITUDES' VOLTADAS À MATEMÁTICA

Felipe Augusto de Mesquita Comelli¹; Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique²

1 – Doutorando em Educação Matemática PUC/SP e Prof. Ciências da PMS/SP – famcomelli@gmail.com; 2 – Profa. Dra. do PEPG em Educação Matemática PUC/SP – manrique@pucsp.com

1. Introdução

O presente artigo apresenta dados de um levantamento sobre crenças referentes às atitudes em matemática de cinco professores que lecionam na Educação de Jovens e Adultos, em seu formato chamado de EJA Digital, na rede de ensino público do Município de Santos, Estado de São Paulo. Apresenta-se, para sustentar a argumentação, ainda que de forma breve, alguns elementos do domínio afetivo relativos ao ensino e à aprendizagem de matemática. Intenciona-se fortalecer a discussão sobre essa temática, particularmente ao procurar entender de que modo os professores usam o construto "atitude negativa" e, em decorrência de sua identificação em determinadas situações, quais intervenções relatam terem realizado em suas práticas.

2. Referencial Teórico

Domínio afetivo em matemática

O *domínio afetivo* está relacionado com uma variada gama de sentimentos e de estados de ânimo, distintos da cognição em seu estado puro, compreendendo as emoções, os sentimentos, as crenças, as atitudes, os valores e as considerações (Chacón, 2003). Atualmente, esforços são dedicados para a compreensão da interação entre afeto e cognição, para a construção de marcos teóricos bem fundamentados sobre afeto na educação matemática, bem como para a constituição de instrumentos metodológicos adequados para a interpretação do comportamento dos alunos (Hannula *et al.*, 2004). Especificamente sobre crenças, Skott (2014) apresenta quatro aspectos para sua descrição: (1) crenças são geralmente utilizadas para descrever construtos mentais que são subjetivamente verdadeiros para a pessoa em questão e, portanto, caracterizadas por um grau considerável de convicção pessoal; (2) mesmo que diferentes e vistos como inseparáveis, há tanto aspectos cognitivos quanto afetivos nas crenças; (3) crenças são geralmente consideradas como reificações temporais e contextualmente estáveis, que parecem mudar apenas como resultado de práticas de envolvimento socialmente relevantes; (4) se espera que as crenças influenciem significativamente as formas nas quais os professores interpretam e se envolvem com problemas de práticas.

Três definições de atitudes em relação à educação matemática podem ser identificadas, de acordo com Di Martino e Zan (2010): (a) uma definição *simples*, que descreve a atitude como o grau positivo ou negativo de afeto associado à matemática; (b) uma definição multidimensional, *tripartite*, que reconhece três componentes na atitude: resposta emocional em relação à matemática, crenças em relação à matemática, comportamento relacionado à matemática; (c) uma definição *bidimensional* em que, em relação ao anterior, os comportamentos não aparecem explicitamente. Di Martino e Zan (2010) consideram que há relação de causa e efeito em cadeia entre crenças, emoções e comportamento, de tal modo que as crenças afetam as emoções, que por sua vez afetam o comportamento.

3. Contexto

A Educação de Jovens e Adultos e a EJA Digital de Santos

A EJA Digital surge em 2006, como reflexo das dificuldades relativas às peculiaridades geográficas de uma comunidade situada na Ilha Diana, no Rio Diana, na Cidade de Santos, SP, Brasil. O projeto, baseado na educação a distância (EAD), propôs ser uma alternativa que viabilizasse a educação de jovens e adultos praticamente isolados, valendo-se de computadores instalados na unidade escolar, um ambiente virtual de aprendizagem, um mediador presencial e professores de diferentes áreas do conhecimento que ministravam conteúdos e modelavam o conhecimento a distância. É focada no segmento do Ensino Fundamental II (correspondendo ao middle school e 9th grade do high school). Atualmente, conta com 19 escolas participantes do projeto, 29 Professores AVA (de ensino a distância por meio de Ambiente Virtual de Aprendizagem – Moodle), 41 professores presenciais, atendendo um total de 450 alunos, nos períodos manhã, tarde e noite, a partir de 15 anos de idade. São ministradas as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Arte, Inglês e Informática para o Trabalho, basicamente uma em cada dia da semana.

4. Método

A partir do questionário proposto nos artigos de Polo e Zan (2006) e Zan e Di Martino (2007), elaboramos um similar, com pequenas modificações e o aplicamos aos 5 Professores AVA do projeto EJA Digital (quatro mulheres e um homem entre 39 e 65 anos, com experiência em sala de aula entre 15 e 45 anos):

1. Você já se viu atribuindo às dificuldades do aluno com a matemática as atitudes (que ele ou ela tem) em relação a um assunto específico da matemática? SIM () NÃO ()
2. Se sim, este é um diagnóstico frequente ou você só viu isso algumas vezes? PRATICAMENTE NUNCA () ALGUMAS VEZES () RARAMENTE () MUITAS VEZES () QUASE SEMPRE ()
3. O que você entende como "ATITUDE NEGATIVA" em relação à matemática?
4. O que demonstra para você que um aluno tem uma atitude negativa?
5. Você acha que é possível modificar a atitude de um aluno até o final da educação básica? SIM () APENAS ATÉ CERTO PONTO () TALVEZ () NÃO () NÃO SEI ()
6. Se sim, como? Se não, por quê?
7. Você já se propôs o objetivo específico de mudar a atitude de um de seus alunos? SIM () NÃO ()
8. Se sim, como você tentou alcançar este objetivo? 9. Qual foi o resultado?
9. Até agora, apenas nos referimos a um único estudante. Você já viu uma atitude negativa em relação à matemática em uma classe inteira? SIM () NÃO ()
10. Como você reconheceu essa atitude negativa?
11. Se você respondeu sim à pergunta 9, neste caso você, explicitamente, estabeleceu-se o objetivo de mudar a atitude da classe? SIM () NÃO ()
12. Se sim, como você tentou alcançar este objetivo? Qual foi o resultado?

5. Resultados e Discussão

Todos os professores responderam afirmativamente à primeira questão. Por outro lado,

matemática" (ZAN e DI MARTINO, 2007, p. 161, tradução nossa).

Quando chegamos à questão 3, as respostas obtidas foram:

- Prof. 1 - Existem várias atitudes negativas, mas acredito que uma das mais negativas consiste no fato da pessoa estigmatizar a disciplina como algo inatingível.
Prof. 2 - A maneira errada em que muitas pessoas enxergam a matemática; como achar que tudo é difícil, ou que certo assunto não serve para nada.
Prof. 3 - Aversão a qualquer assunto referente a matemática.
Prof. 4 - O repúdio pela disciplina.
Prof. 5 - Falta de interesse para aprender.

A partir das assertivas apresentadas, reforçam-se as impressões sobre as respostas à questão 2. Os professores, embora não tenham clareza do conceito, parecem demonstrar uma visão multidimensional do construto atitudes voltadas à matemática, visto que se observam respostas que exibem elementos mais próximos às emoções ("aversão" e "repúdio") e outros mais próximos às crenças ("algo inatingível" e "é difícil").

Na questão 4, sobre o que demonstra que um aluno tem uma atitude negativa, verificam-se as seguintes respostas:

- Prof. 1 - Quando se percebe no aluno uma falta de disposição para enfrentar o desafio.
Prof. 2 - A sua predisposição em relação à matemática, achando que o entendimento da mesma é para poucos.
Prof. 3 - O aluno que desiste de toda sua vida escolar por achar que não tem condição de aprender ou superar algum conteúdo trabalhado em aula.
Prof. 4 - Uma das ações mais perceptível para mim é o desafeto em relação a disciplina, devido às dificuldades em relação ao seu aprendizado e muitas vezes imbricado com o fazer docente.
Prof. 5 - Quando é alheio a tudo a sua volta.

As respostas dos professores sugerem duas dimensões de análise, uma relativa a comportamentos observáveis e não observáveis e outra relacionada ao tempo. É possível notar aspectos de puro julgamento dos professores, portanto, não observáveis no comportamento citado, como, por exemplo, "A sua predisposição em relação à matemática, achando que o entendimento da mesma é para poucos" (Prof. 2).

Quatro professores disseram ser possível mudar a atitude de um aluno até o final da educação básica. Apenas o Prof. 1 escolheu a alternativa não. Sua resposta para a questão seguinte ("Se sim, como? Se não, por quê?") pode ser lida abaixo:

- Prof. 1 - Os alunos respondem de acordo com o modo que estão sendo questionados. Uma atitude é mudada hoje, mas amanhã, dependendo do modo como os temas de aula estão sendo tratados, o aluno volta a ter atitudes negativas. A Matemática é uma ciência universal. Sem ela não existe progresso em nenhuma outra área, mas não é por este motivo que todos os alunos têm que aprender TUDO, quando na maioria das vezes não utilizarão quase NADA. Faz-se necessário, portanto, repensar conteúdos e o que de fato é útil para o aluno aprender nas diferentes faixas etárias.

- Os demais professores, que afirmaram ser possível modificar a atitude dos alunos, responderam:
Prof. 2 - Mostrando diversos caminhos que leve o aluno a compreender a matemática de maneira leve e significativa.
Prof. 3 - Mostrando que possui todos os requisitos básicos para aprender os conteúdos de matemática, mostrando como ela ajuda na sua vida diária.
Prof. 4 - Fazendo com que o aluno seja o protagonista do processo de aprendizagem. Além de fazer com que esse processo seja significativo para seu conhecimento e para sua prática.
Prof. 5 - Motivando-o a vencer os desafios propostos e sendo parceiro do aluno na aprendizagem

Entretanto, os professores 2 e 3, em relação à questão 7, não se propuseram esse objetivo específico de mudar a atitude de um de seus alunos. Os demais apresentam suas ideias, de como tentaram mudar a atitude de seus alunos, mas somente o Prof. 1 faz referência aos resultados.

- Prof. 1 - Em primeiro lugar, ganhei a confiança dele. Resultados positivos.
Prof. 4 - Mostrando o quanto a Matemática está associado ao nosso dia a dia, e como ela pode ser prazerosa. Além de contar que, como eles, também tive muitas dificuldades no início da minha vida escolar em relação a esta disciplina. E que, por isso, fui estudar para entender o porquê deste desafio e dificuldade em relação à disciplina.
Prof. 5 - O vínculo entre professor-aluno é imprescindível para se propor qualquer mudança de atitude.

A respeito da questão 9, os professores 1, 2 e 3 disseram ter observado uma atitude negativa em relação à matemática em uma classe inteira, reconhecendo essa atitude dos seguintes modos (questão 10):

- Prof. 1 - Pela inutilidade do tema.
Prof. 2 - Quando os alunos não aceitaram a explicação de determinado assunto. Então, na verdade tive que demonstrar de outra forma e mostrar a importância desse assunto.
Prof. 3 - Quando o próprio professor demonstra sua aversão à matéria.

As assertivas dos 3 professores parecem demonstrar suas crenças ("inutilidade do tema"; "aversão à matéria") e atitudes ("tive que demonstrar") sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, e pouco ou nenhum elemento observável sobre as atitudes dos alunos. Não obstante, somente o Prof. 3 estabeleceu objetivo de mudar as atitudes dos seus alunos, "Mostrando como a matemática pode ser simples e principalmente demonstrando sua utilidade para resolver problemas cotidianos".

6. Conclusões

Embora o universo da pesquisa seja reduzido a apenas cinco professores, foi possível identificar elementos semelhantes aos reportados por Polo e Zan (2006) e Zan e Di Martino (2007), mesmo que a prática dos professores pesquisados por nós seja voltada ao ensino a distância. Nesse aspecto, levanta-se a hipótese de que a construção de suas crenças sobre atitudes negativas voltadas à matemática se construiu ao longo da formação em serviço em ambas as modalidades, e que só seria possível observar diferenças caso se analisassem docentes com experiências exclusivas em uma modalidade ou outra.

Observa-se nas respostas que, como grupo, os professores têm uma ideia *tripartite* do construto atitude, pois notam-se elementos de caráter emocional, de atribuição de crenças e também de comportamentos. Como indicado também pelos autores acima, parece haver fragilidade na clareza do significado do construto atitude, o que não subordina a avaliação dos professores à critérios claros. Nossos resultados, por

ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS A DISTANCIA EN GRADOS EN INGENIERÍA Y FÍSICA

Estibalitz Durand Cartagena – Carlos Fernández González – Daniel Franco Leis – Esther Gil Cid – Elvira Hernández García – Lidia Huerga Pastor – Juan Perán Mazón – Juan Luis Ródenas Pedregosa – Miguel Ángel Sama Meige

edurand@ind.uned.es – cafernan@ccia.uned.es – dfranco@ind.uned.es – egil@ind.uned.es –
ehernandez@ind.uned.es – lhurga@bec.uned.es – jperan@ind.uned.es –
jlrodenas@ind.uned.es – msama@ind.uned.es

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y el aprendizaje de la enseñanza de las matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: No específico

Palabras clave: Educación a distancia, aplicaciones, visualización

Resumen

Las asignaturas de Matemáticas en grados de Física e Ingeniería tienen un carácter eminentemente instrumental, a pesar de ser a menudo asignaturas troncales. Por su contenido abstracto y el formalismo y rigor propios, resultan especialmente duras a los estudiantes que no dominan los conocimientos previos requeridos. A estas dificultades se añaden las propias de cursar estas asignaturas en una universidad a distancia: ausencia de un espacio físico común con profesores y compañeros y diversas obligaciones añadidas de los estudiantes. Todo esto se traduce en una baja motivación de los estudiantes al enfrentarse a ellas, resultados negativos e incluso abandono.

Varios profesores de la UNED nos hemos constituido como grupo de innovación docente con el objetivo de utilizar los recursos disponibles para revertir esta situación.

Uno de nuestros objetivos es fomentar el papel de la visualización en Matemáticas a través de la creación de materiales adaptados a los entornos virtuales y haciendo especial hincapié en las diversas aplicaciones a la Física o Ingeniería que ayudan a motivar, comprender y aprender las Matemáticas en estos grados.

En este trabajo presentaremos las principales iniciativas que hemos llevado a cabo hasta ahora, los resultados obtenidos y algunas líneas en las que nos gustaría seguir trabajando.

1. Introducción

Las Matemáticas en grados de Física e Ingeniería suelen formar parte de materias troncales que se presentan como una herramienta al servicio de las otras ciencias y con un carácter puramente instrumental. Desde el principio se agrupan en asignaturas que tienen un alto contenido abstracto y un formalismo y rigor propios de las Matemáticas, hecho que genera enormes dificultades en

el estudio de estas materias. Esto implica que los estudiantes las estudien sin la motivación que tienen por otras asignaturas propias del grado que cursan.

Además, la enseñanza a distancia presenta una serie de características propias que añade diversas dificultades para los estudiantes: suelen trabajar a la vez que estudiar, tienen pocos conocimientos matemáticos previos o están olvidados y no disponen de un espacio físico común con otros compañeros y profesores

Para resolver este tipo de dificultades y con la idea de desarrollar conjuntamente acciones específicas y materiales de apoyo al estudio usando recursos electrónicos se crea el grupo de innovación docente (GID) MATf(i). A lo largo de este trabajo presentaremos el grupo, las líneas de acción que desarrolla, la metodología utilizada y el trabajo futuro a realizar.

2. Contextualización: GID en la UNED

La UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) es la primera universidad pública española por número de estudiantes y oferta académica. Se compone de una sede central ubicada en Madrid y de una red de centros asociados repartidos por toda España y parte en el extranjero. Los estudiantes son atendidos tanto por los profesores de la sede central como por los profesores tutores de los centros asociados.

Los profesores de la sede central preparan material, exámenes y atienden a través del curso virtual, correo electrónico o teléfono mientras que los profesores-tutores del centro asociado imparten clases presenciales o vía webconferencia semanales o quincenales.

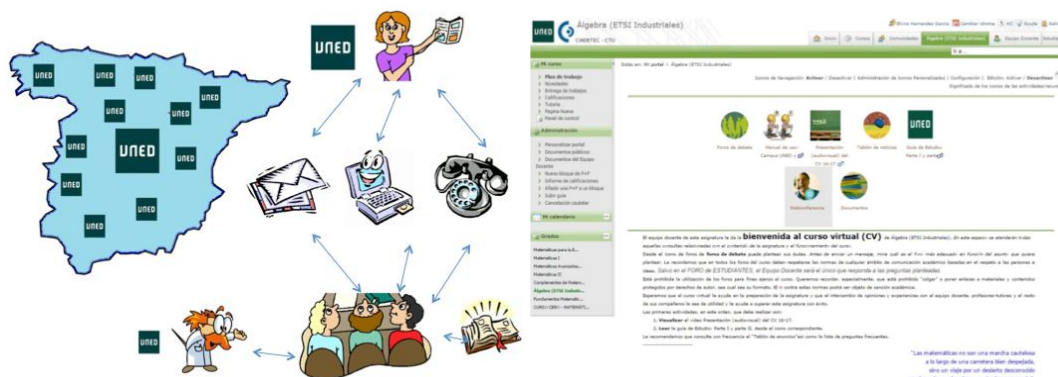


Figura 1: Estructura de la UNED y curso virtual

El grupo de innovación docente (GID) en Matemáticas para Física e Ingenierías fue constituido como grupo en 2016 por nueve profesores de la sede central de la UNED y una profesora de la

UCM. Los profesores imparten docencia en varios grados de Física e Ingeniería Industrial, así como en másteres de estas facultades. La colaboración entre profesores de la E.T.S.I. Industriales y la Facultad de Ciencias permite que los estudiantes tengan una mayor variedad de materiales a su disposición.

3. Objetivos del GID

Los principales objetivos del GID son los siguientes:

- Visualización en Matemáticas: elaboración de materiales escritos y audiovisuales para los cursos virtuales.
- Fomento de utilización de TICs y de editores de texto científicos entre los estudiantes.
- Creación de un curso 0 de Matemáticas para Ingeniería y Física.
- Creación de material audiovisual complementario.
- Difusión de materiales y resultados y creación de un repositorio común de libre acceso para toda la comunidad educativa.

A continuación pasamos a desarrollar algunos de los aspectos más importantes de los objetivos entre los que queremos destacar: i) el papel de la visualización en el desarrollo de materiales, ii) la creación de materiales que contengan aplicaciones a la Física e Ingeniería y iii) curso 0.

i) *Visualización y desarrollo de materiales*. La visualización juega un papel muy importante en la enseñanza de las Matemáticas ([A03], [G02], [P06]) y es un elemento clave dentro del grupo. Este papel es evidente en el aprendizaje de la geometría, pero no tanto en otras partes de la matemática como por ejemplo el álgebra. Entre otros aspectos, se puede destacar que el apoyo gráfico a los conceptos matemáticos:

- permite presentar los contenidos de forma más atractiva, fomentando en el estudiante actitudes positivas que faciliten una buena predisposición hacia una materia considerada usualmente difícil,
- favorece en la mayor parte de los estudiantes la asimilación de los conceptos, acelerando el proceso de aprendizaje,
- fomenta en el estudiante la relación de los contenidos matemáticos, considerados a veces alejados de la realidad, con problemas reales, aumentando así el interés del estudiante en la materia,
- ayuda a que los conocimientos adquiridos perduren más en el tiempo, y

- complementa los conceptos matemáticos permitiendo llegar a una mayor profundización en los mismos.

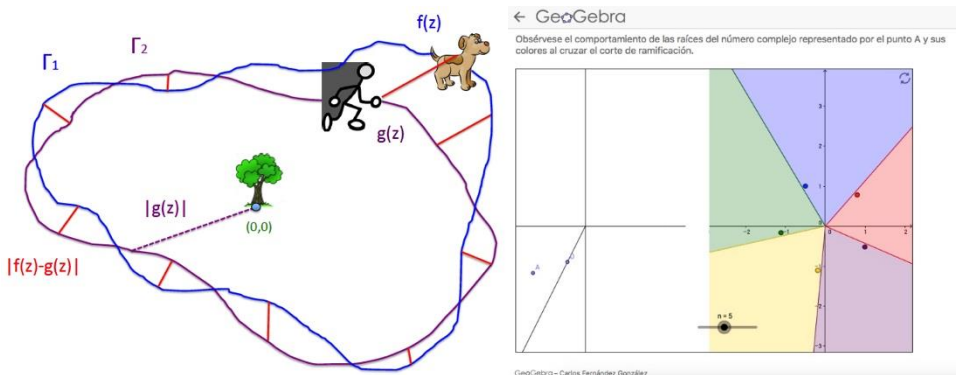


Figura 2: Materiales elaborados por el grupo MATf(i)

En la enseñanza tradicional (presencial), la visualización ha sido usada principalmente con los tres siguientes recursos: ilustraciones en los libros de texto y apuntes, la pizarra, y la gestualidad del profesor durante la clase. En la enseñanza a distancia el primero de los recursos se puede aplicar exactamente igual que en la enseñanza tradicional, mientras que los otros dos se pueden suplir con videograbaciones, otra de las líneas de trabajo que se propone en este grupo. Sin embargo, las nuevas tecnologías hace tiempo abrieron un gran abanico de posibilidades, que poco a poco van siendo más y más explotadas en ambos tipos de enseñanza: visualizaciones 3D con las que conseguir ilustraciones antes impensables, animaciones de procesos que sustituyen a las imágenes estáticas previamente usadas, materiales manipulativos con los que los estudiantes pueden experimentar o investigar y (re)descubrir resultados matemáticos, etc. Todas estas posibilidades son idóneas para la metodología a distancia propia de la UNED.



En ocasiones veo series...de Taylor

Estibalitz Durand Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada. UNED.



Figura 3: Materiales audiovisual

Cabe destacar que el grupo se ha centrado en crear materiales para dos ramas de las Matemáticas: variable compleja y geometría diferencial. Pero a parte de estas dos materias, se han desarrollado materiales donde se potencia la visualización para distintos temas de Álgebra Lineal, Análisis Funcional, Cálculo diferencial, Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, etc. El tipo de materiales que se han creado son applets de Geogebra, Documentos pdf, videos, animaciones con Maxima, etc.

Finalmente, y más allá del desarrollo de materiales, siempre se ha intentado transmitir a los estudiantes la importancia de la visualización como recurso docente y se han impartido cursos de TICs: Maxima, GeoGebra y LaTeX. El uso de las TICs favorece el desarrollo de competencias transversales de los grados y másteres en los que se imparte docencia, dado su carácter altamente tecnológico.

ii) Materiales con aplicaciones a la Física y la Ingeniería. El estudio de las Matemáticas por parte de los futuros ingenieros y físicos requiere del desarrollo de la intuición para poder comprender las ideas subyacentes. Sólo así estos profesionales podrán utilizar el potencial de las Matemáticas para diseñar y crear elementos que resuelvan los problemas que se les puedan plantear a lo largo de su vida laboral. Aunque es necesario no perder el formalismo y rigor, muchas veces la complejidad de las ideas y de los cálculos que se realizan hace necesario comprender de forma completa de qué se está hablando para que los estudiantes no se pierdan entre el formalismo.

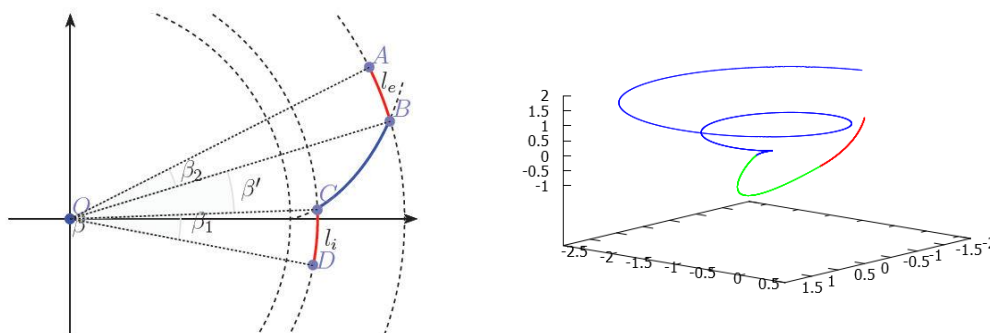


Figura 4: Pruebas de evaluación continua. Diseño de un diente de engranaje con la evolvente y diseño de una montaña rusa.

Para combatir este problema, se han elaborado apuntes específicos y ficheros para visualizar conceptos, disponibles en el curso virtual. Además, se crean pruebas de evaluación continua donde aparezcan de manera explícita aplicaciones a la vida real. El sistema algebraico

elegido para hacer ha sido *Maxima* [W], ya que es un programa de cálculo simbólico de libre distribución utilizado en los diferentes grados.

iii) *Curso 0*. Habitualmente se observa entre los estudiantes de primeros cursos de Física e Ingeniería un alto grado de abandono en las asignaturas de Matemáticas y una parte importante de este abandono reside en la falta de base a la hora de afrontar el estudio de estas asignaturas. En concreto, los estudiantes de la UNED a menudo retoman los estudios (algunos incluso sin provenir de estudios científicos ni de la rama científico-tecnológica del Bachillerato) tras un largo período dedicado a diversas actividades profesionales. Otro caso frecuente (en un porcentaje muy superior al 30% según los datos de que disponemos) es el de estudiantes que acceden a grados de Ingeniería a partir de un ciclo superior de FP. También se da el caso de estudiantes provenientes del Curso de Acceso, que por sus características hace posible que aprueben el curso sin aprobar la asignatura de Matemáticas. Todo ello supone que los estudiantes comiencen a menudo con una falta de base y de seguridad en los conocimientos matemáticos de que disponen y que tengan grandes dificultades para cumplir con el cronograma marcado en las asignaturas de primer curso.

En este sentido, es imprescindible que los estudiantes dispongan de material que permita detectar si necesitan comenzar con los preliminares indicados para abordar con éxito las asignaturas, estudiar y afianzar esos contenidos preliminares y realizar el estudio de estos materiales en el momento que sea más adecuado para su formación y para su estudio (tanto con anterioridad al comienzo del curso académico, como a lo largo del mismo).

4. Metodología

Inspirados por la metodología *Design Based Research* [D03] y el ciclo de desarrollo instruccional para la educación a distancia descrito por Montiel [M01] Diseño-Desarrollo-Evaluación-Revisión planteamos cuatro fases de investigación: diseño de actividades y materiales, uso de materiales, evaluación de los productos obtenidos y del método de trabajo seguido y revisión de los productos y principios de diseño.

5. Líneas futuras

Las líneas futuras en las seguirá trabajando el GID son las siguientes:

- Visualización en Matemáticas: actualización de materiales didácticos, creación de nuevos materiales relacionados con visualización para los cursos virtuales.

- Utilización de TICs en asignaturas de grado y máster.
- Fomento entre los estudiantes de editores de texto científicos.
- Seguir trabajando en la elaboración de material para compartir: vídeos, hojas de problemas, documentos y applets de visualización.
- Mejora del curso 0 y estudio de otras medidas para reducir la tasa de abandono.

Enseñanza de Matemáticas a distancia en grados en Ingeniería y Física

Resumen

Las asignaturas de Matemáticas en grados de Física e Ingeniería tienen un carácter eminentemente instrumental, a pesar de ser a menudo asignaturas troncales. Por su contenido abstracto y el formalismo y rigor propios, resultan especialmente duras a los estudiantes que no dominan los conocimientos previos requeridos. A estas dificultades se añaden las propias de cursar estas asignaturas en una universidad a distancia: ausencia de un espacio físico común con profesores y compañeros y diversas obligaciones añadidas de los estudiantes. Todo esto se traduce en una baja motivación de los estudiantes al enfrentarse a ellas, resultados negativos e incluso abandono.

Varios profesores de la ETSI Industriales y de la Facultad de Ciencias nos hemos constituido como grupo de innovación docente (GID) en la UNED, tras años de trayectorias comunes y paralelas trabajando en diversos proyectos de innovación docente, con el objetivo de utilizar los recursos disponibles para revertir esta situación.

Uno de nuestros objetivos es fomentar el papel de la visualización en Matemáticas a través de la creación de materiales adaptados a los entornos virtuales y haciendo especial hincapié en las diversas aplicaciones a la Física o Ingeniería que ayudan a motivar, comprender y aprender las Matemáticas en estos grados.

En este trabajo presentaremos las principales iniciativas que hemos llevado a cabo hasta ahora, los resultados obtenidos y algunas líneas en las que nos gustaría seguir trabajando.

Estibalitz Durand Cartagena, Carlos Fernández González, Daniel Franco Leis, Esther Gil Cid, Elvira Hernández García, Lidia Huerga Pastor, Juan Perán Mazón, Juan Luis Ródenas Pedregosa, Miguel Sama Meige
 Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)
 edurand@ind.uned.es, calfran@ccia.uned.es, dfranco@ind.uned.es, egil@ind.uned.es, ehernandez@ind.uned.es, huerga@bec.uned.es, jperan@ind.uned.es, jrodenas@ind.uned.es, msama@ind.uned.es

Contextualización: GID en la UNED

MATf(i)

Estructura de la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia): sede central (logo grande) y centros asociados (logo pequeño).

- Los profesores de la sede central preparan material, exámenes y atienden a través del curso virtual, correo electrónico, teléfono.
- Los profesores-tutores del centro asociado imparten clases presenciales o vía web semanales o quincenales.

Grupo de innovación docente (GID) en Matemáticas para Física e Ingeniería:

- Constituido como grupo en 2016.
- 9 profesores de la UNED y 1 profesora de la UCM.
- Docencia en grados de Física e Ingeniería Industrial, y en másteres de estas facultades.



Introducción

Las asignaturas de Matemáticas en grados de Física e Ingeniería tienen un carácter instrumental, a pesar de ser a menudo asignaturas troncales. Esto significa:

- Baja motivación.
- Contenido abstracto y un formalismo y rigor propios.

La enseñanza a distancia añade las siguientes dificultades para los estudiantes:

- Trabajan a la vez que estudian.
- Pocos conocimientos matemáticos u olvidados.
- Ausencia de espacio físico común con profesores y compañeros: se pierden elementos de la comunicación y el apoyo y compromiso mutuo entre compañeros.

Puntos fuertes y débiles

Puntos débiles:

- Asignaturas de contenido matemático en Física e Ingeniería.
- No siempre hay material adecuado en contenido y profundidad.
- De la educación a distancia: no se está compartiendo un espacio físico.

Puntos fuertes:

- Planificación con mucho tiempo.
- Soporte informático en adquisición de competencias transversales.
- Curso virtual: herramienta dinámica.
- Aplicaciones a Física e Ingeniería de los contenidos matemáticos.

Asignaturas

Curso cero	Ingeniería Industrial	Ingeniería Informática	Grado en Física	Máster
Fundamentos básicos de grados ETSI Industriales	Cálculo Álgebra Ampliación de Cálculo Complementos de matemáticas	Fundamentos matemáticos	Métodos matemáticos I y II	Complementos matemáticos en Máster en Ingeniería Industrial TFM, Máster de formación de profesorado

Objetivos del GID MATf(i)

- Visualización en Matemáticas: elaboración de materiales escritos y audiovisuales para los cursos virtuales.
- Fomento de utilización de TICs y de editores de texto científicos entre los estudiantes.
- Curso 0 de Matemáticas para Ingeniería y Física:
 - para reducir tasa de abandono.
 - puesta en marcha a partir del plan de acogida de Ing. Industriales: adaptación a aif.
 - adaptación a UNED abierta.
- Material audiovisual complementario.
- Difusión de materiales y resultados.
- Repositorio común: Elaboración de material para compartir (vídeos, problemas, documentos de visualización).



Feedback de los estudiantes

Es difícil seguir una asignatura de ciencias como es matemática a través de un curso virtual sin explicaciones.

Los vídeos aclaran multitud de conceptos y facilita grandemente el entendimiento de la asignatura.

Es de agradecer que se haya propuesto una forma donde se pueden aplicar conocimientos de la asignatura a la vida real.

El PEC de la montaña rusa me ha parecido interesantísimo.

Bibliografía

- Arora, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 14(2), 215-26.
- Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32 (1), 5-8.
- Guzmán, M. de (2002). The role of visualization in the teaching and learning of Mathematical Analysis. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics for the undergraduate level*. U. of Creta, Greece.
- Montiel, G. (2003). Un estado del arte de la investigación en Educación a Distancia. *Antología 1*. Programa Editorial Regional de Ciencias.
- Presmeg, N.E. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. PME 2006-06. Ed. Nova Publishers. pp. 205-235.

Videos

Geogebra

Documentos pdf

Maxima

Aplicaciones a ingeniería y física

Líneas futuras

- Visualización en matemáticas: actualización de materiales didácticos, creación de nuevos materiales relacionados con visualización para los cursos virtuales.
- Utilización de TICs en asignaturas de grado y máster.
- Fomento entre los estudiantes de la utilización de recursos científicos.
- Seguir trabajando en la elaboración de material para compartir: vídeos, hojas de problemas, documentos y applets de visualización.
- Ajuda del curso 0 y estudio de otras medidas para reducir la tasa de abandono.

Agradecimientos La participación de E. Durand ha sido subvencionada con la ayuda 2016-MAT 09 (ETSI Industriales, UNED).

Referencias bibliográficas

- [A03] Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), 215-24.
- [D03] Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32 (1), 5-8.
- [G02] Guzmán, M. de (2002). The role of visualization in the teaching and learning of Mathematical Analysis. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. U. of Crete, Greece.
- [M01] Montiel, G. (2001) *Un Estado del Arte de la Investigación en Educación a Distancia*. Antologías 1. Programa Editorial Red Nacional de Cimates.
- [P06] Presmeg, N.C. (2006). Research on visualization in learning an teaching mathematics, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. PME 1976-2006. Ed Sense Publishers, pp 205-235.
- [W] Programa de cálculo simbólico Maxima. <http://maxima.sourceforge.net/es/>

LOS INSTRUMENTOS DE CÁLCULO A LO LARGO DEL TIEMPO

Miguel Àngel Amengual Vidal
ma.amengual@gmail.com
CEPA S'Arenal (Islas Baleares) España

Núcleo temático: VI Matemáticas y su integración con otras áreas

Modalidad: P

Nivel educativo: 3 y 4 (Educación Secundaria)

Palabras clave: Calculadora, Historia, Máquinas

Resumen

En este póster se presentan de forma diacrónica algunos hitos de la historia de la ciencia referente al uso de instrumentos de cálculo. Se inicia en la época prehistórica y se acaba en la actualidad. No pretende ser una exposición exhaustiva, mas bien se trata de destacar algunos de los muchos avances que se han ido produciendo, con el fin de exponer una evolución comprensiva del tema.

No se trata pues de una exposición exhaustiva sobre el tema, inalcanzable para un solo póster, sin embargo puede dar pie a trabajos de aula con alumnos con el fin de situar históricamente el uso de instrumentos de cálculo en diferentes ámbitos hasta llegar a los ordenadores actuales, sin entrar en el ámbito de las comunicaciones e Internet.

Información extraída de una página web

Toda la información expuesta se ha extraído de la wikipedia, incluídas la mayoría de las imágenes, lo que facilita la creación de trabajos derivados con amplia libertad de edición. En concreto:

https://es.wikipedia.org/wiki/Hueso_de_Ishango

https://es.wikipedia.org/wiki/John_Napier

https://es.wikipedia.org/wiki/Calculadora_mec%C3%A1nica

https://es.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Schickard

https://es.wikipedia.org/wiki/Leonardo_de_Pisa

<https://es.wikipedia.org/wiki/Aritm%C3%B3metro>

https://es.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Leibniz

<https://es.wikipedia.org/wiki/Tabuladora>

https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_c%C3%A1lculo

https://es.wikipedia.org/wiki/Konrad_Zuse

https://es.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9_Kolmog%C3%B3rov

https://es.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing

<https://es.wikipedia.org/wiki/VisiCalc>

https://es.wikipedia.org/wiki/Jack_S._Kilby

https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Moore

CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN LIBROS DE TEXTO PARA NIÑOS

Gustavo R. Cañadas – Pedro Arteaga – Rebeca Guirado – Inmaculada de la Fuente
grcanadas@ugr.es – parteaga@ugr.es – rebequive@hotmail.com – edfuente@ugr.es
Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: Póster (P)

Nivel educativo: Primario (6 a 11 años)

Palabras clave: Educación Primaria, libros de texto, Medidas de posición central.

Resumen

En este trabajo presentamos un estudio sobre los conceptos que aparecen en el tema de medidas de posición central en tres libros de texto de 5º de Educación Primaria pertenecientes de editoriales de prestigio. En este trabajo se utilizan algunas nociones teóricas relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y sus colaboradores. El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso, en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en uno de los elementos matemáticos mencionados, los conceptos. Entre las conclusiones podemos decir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado (en lo que respecta a los conceptos), ya que hemos observado que es el más completo. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la estadística ha influido en el avance de la ciencia y la sociedad, al proporcionar herramientas que han servido metodológicamente en todos los campos y áreas. Como consecuencia de esto, la enseñanza de la estadística se ha incorporado en todos los niveles educativos, incluida la educación primaria en la que realizaremos nuestra investigación. Además, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en nuestra sociedad (Batanero, 2002).

Las medidas de posición central, en las que centramos nuestra investigación, son elementos básicos de la estadística presentes en nuestro día cotidiano, y en cualquier lugar donde se realice

cualquier estadística. Se utilizan, para representar conjuntos de datos estos estadísticos, por ejemplo la media está presente en temas de inferencia y la mediana como estadístico de orden. En este trabajo investigamos en la presencia de estos estadísticos en un material muy presente en las aulas de educación primaria, es decir los libros de texto. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado para alumnos de 5° de Primaria y por qué.

ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

En este trabajo nos centramos en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico (ver anexo I). En relación a las medidas de posición central nos encontramos la investigación de Russel y Mokros (1995), estudiaron las nociones sobre los valores de tendencia central a través de un grupo de 21 alumnos de 10 a 14 años. Otra investigación realizada con 250 alumnos de 6° curso (11-12 años) en Estados Unidos, comprueba que el 88% de los estudiantes conocen el algoritmo de media aritmética pero sólo un 50% sabría utilizarlo en la resolución de problemas abiertos (Cai, 1995). Entre los trabajos realizados sobre la capacidad de argumentación de los estudiantes podemos destacar los de Reading y Pegg (1996), en el que los alumnos presentaban dificultades a la hora de argumentar la respuesta de por qué se escogía una determinada medida central. Respecto a investigaciones realizadas a profesores encontramos la de Jacobbe (2008), en el que analiza la comprensión que tienen sobre la media y la mediana algunos profesores estadounidenses, encontrando que muchos profesores no saben los conocimientos que deben enseñar a sus alumnos sobre temas de estadística.

La investigación realizada por Mayén, Merino, Bernabeu y Balderas (2007) encontraron dificultades relacionadas con otra investigación anterior realizada a alumnos españoles de cursos inferiores. Por ello, estos autores proponen que es necesario aproximar estos contenidos a la vida cotidiana para un mejor aprendizaje por parte de los alumnos. Estrella (2008) describe las transformaciones que sufre el conocimiento de nivel universitario sobre las medidas de tendencia central para adaptarlo a nivel de séptimo grado y así poder ser enseñado.

En el trabajo realizado por Callejas-Delgado (2014) se analiza el abordaje de la media aritmética en un libro específico de 6° de Primaria. En él se llega a la conclusión de que este libro de texto contiene unas actividades muy repetitivas y que no permiten la producción de un conflicto cognitivo en los estudiantes, que sería necesario para adquirir un conocimiento completo de este.

Finalmente, Sánchez y Vicente (2015), analizan los procedimientos de resolución de problemas aritméticos de tres editoriales diferentes: Anaya, SM y Santillán.

METODOLOGÍA

El análisis de estos libros se llevará a cabo mediante la metodología adaptada de Cobo (2003) (ver Figura 1). A continuación presentamos los libros de texto escogidos para el análisis, todos ellos pertenecientes al tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente al 5º curso, donde se incluye el tema de medidas de tendencia central: (1) Banal, M., Garrido, A., et al. (2015). Editorial Edebé. Matemáticas 5. EdebéOn: Proyecto Global Interactivo; (2) Garín, M., Medina, G., et al. (2015). Editorial SM. Matemáticas 5. Proyecto “Savia”; (3) Alzu, J. L., García, Pilar, et al. (2002). Editorial Santillana. Matemáticas 5. Proyecto “Entre Amigos”.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las prácticas realizadas para resolver un problema se usan implícita o explícitamente objetos matemáticos, para esto, el estudiante ha de recordar la definición. A nivel de Educación Primaria el aprendizaje de los conceptos no se centra en lo formal. El aprendizaje de los conceptos es algo que se desarrolla a lo largo de los años. En los libros los conceptos pueden aparecer mediante definiciones o ejemplos. Los conceptos con sus respectivos ejemplos en cada uno de los libros son:

C1. Media. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: “*El valor que tendría la variable si todos los miembros del conjunto fueran iguales*”. SM: Aparece la definición seguida de un ejemplo: “*La media de un conjunto de datos se calcula sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre el número total de ellos*”. Santillana: Primero aparece el ejemplo y debajo la definición de media: “*Media aritmética. Para calcular la media aritmética de varios datos numéricos, se divide su suma por el número de datos.*”

C2. Moda. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: “*El valor de la variable que más se repite*”. SM: Aparece el ejemplo y debajo la definición: “*La moda es el dato que tiene mayor frecuencia. En este caso, la moda es 12°C de temperatura máxima, ya que se repite 4 días de la quincena*”. Santillana: Aparece un ejemplo y a continuación la explicación de la moda a partir de este: “*Fíjate en que hay más vestidos de 18€ que del resto de los precios. Por eso decimos que la moda de los precios de estos vestidos es 18€.*”

C3. Variable. Edebé: No aparece su definición, pero viene introducida en el siguiente enunciado: “*Vemos cómo es cada uno de los miembros del conjunto respecto a las características o variables*

que nos interesan. Por ejemplo:” y a continuación una tabla con las variables y sus valores correspondientes.

C4. Datos. Edebé: El concepto aparece incluido en el ejemplo que se da para explicar algunos conceptos, así como en el enunciado de ciertos ejercicios: “*Análisis estadísticos de datos. La moda y la media.*” “¿Qué dato tiene más interés para el vendedor de zapatos: la moda o la media?”. SM: El concepto aparece en la definición tanto de media como de moda como en el enunciado de algún ejercicio, como por ejemplo: “*Lee el artículo y analiza los datos del polígono de frecuencias*”. Santillana: El concepto se incluye en la definición de media aritmética anteriormente mencionada.

C5. Conjunto. Edebé: Aparece en la explicación de la media y la moda: “*Este es el equipo de baloncesto de colegio, y queremos determinar las características del equipo, del conjunto de todos sus miembros.*” “*La moda y la media caracterizan a un conjunto de forma simplificada. No reflejan la diversidad de sus miembros*”. SM: Aparece en la definición de media mencionada anteriormente.

C6. Frecuencia absoluta. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: “*La frecuencia absoluta es el número de veces que se da un resultado determinado. La suma de todas las frecuencias absolutas es el total de datos*”. SM: Aparece la definición seguida de un ejemplo, pero no la especifican como frecuencia absoluta: “*La frecuencia es el número de veces que se repite un dato*”.

C7. Gráfico. SM: Aparece tanto en ejemplos de explicación de la media aritmética como en ejercicios: “*El gráfico muestra las temperaturas máximas alcanzadas la primera quincena del mes de diciembre en una ciudad*”.

C8. Gráfico de barras. SM: Aparece en un ejercicio relacionado con la media aritmética y la moda: “*a) Representa los datos en un gráfico de barras*”.

C9. Polígono de frecuencias. Edebé: Aparece en una de las actividades finales del tema: “*a. Elabora el polígono de frecuencias correspondiente a estos datos*”. SM: Aparece en un ejercicio relacionado con la media y la moda: “*Lee el artículo y analiza los datos del polígono de frecuencias*”.

C10. Longitud. Santillana: Aparece en un ejercicio sobre la media aritmética: “*Observa y calcula en cada caso la media que se indica: La longitud media*”.

C11. Peso (utilizado como concepto de masa). Santillana: Aparece en la misma actividad que el concepto anterior: “*Observa y calcula en cada caso la media que se indica: El peso medio*”.

C12. Capacidad. Santillana: Aparece en el mismo ejercicio que los dos conceptos anteriores: “Calcula en cada caso la media que se indica: La capacidad media”.

C13. Número natural. Edebé: No aparece como definición, sino que está representado con su simbología en la mayoría de los ejercicios relacionados con la media y la moda, así como en los ejemplos: “1° Sumamos la altura de todos los jugadores: $145 + 142 + 156 + 131 + 145 + 138 + 141 + 150 = 1.148$ ”. SM: También aparece mediante su simbología en las diferentes actividades y en los ejemplos: “ $\frac{12+10+12+9+7+12+10+8+6+6+7+12+9+15+15}{15} = 10$ ”. Santillana:

Igual que en los libros anteriores, aparece en los ejemplos y los ejercicios: “1° Suma las edades de todas las personas: $45 + 21 + 37 + 53 + 19 = 175$.”

C14. Número decimal. Edebé: Como en el concepto anterior, el número decimal aparece representado mediante su simbología en uno de los ejemplos de la media aritmética: “Dividimos la altura total entre el número de jugadores: $1.148:8=143,5$ ”.

C15. Tabla. Edebé: Este concepto aparece tanto en ejemplos como actividades: “Esta tabla muestra la presión atmosférica en una ciudad, medida a las 12:00”. SM: Aparece en varios ejercicios: “Observa la tabla con las notas de Matemáticas de los alumnos de 5°”. Santillana: Aparece tanto en ejemplos como en ejercicios: “Observa y completa la tabla. Después calcula la moda de las capacidades.”

C16. Tabla de frecuencias. Edebé: Aparece en algunas actividades: “Registra los datos en una tabla de frecuencias y calcula la media y la moda”. SM: Aparece en ejercicios después de la explicación de la media y la moda: “Observa esta tabla de frecuencias de las mascotas favoritas de los alumnos de un colegio.”

Como podemos observar en la Tabla 1, hay gran cantidad de conceptos matemáticos que podemos incluir de manera transversal en el estudio de las medidas de posición central. No todos ellos aparecen en cada uno de los libros, por lo que hay claras diferencias entre los libros en lo que se refiere a los conceptos.

Tabla 1. Resumen de conceptos en los libros de Texto

	Libro 1 (Edebé)	Libro 2 (SM)	Libro 3 (Santillana)
Media	X	X	X
Moda	X	X	X
Variable	X		
Datos	X	X	X
Conjunto	X	X	
Frecuencia absoluta	X	X	
Gráfico		X	

Gráfico de barras		X	
Polígono de frecuencias	X	X	
Longitud			X
Peso			X
Capacidad			X
Número natural	X	X	X
Número decimal	X		
Tabla	X	X	X
Tabla de frecuencias	X	X	

CONCLUSIONES

Una vez analizadas todas las editoriales, llegamos a las siguientes conclusiones generales de cada una de ellas:

El libro 1, perteneciente a la editorial Edebé, no contiene tantos conceptos como el libro 2, pero sí aparecen los más característicos del apartado analizado, así como algunos complementarios. Con respecto a las actividades, es el que mayor número contiene (15, ver anexo II).

El libro de la editorial SM. Es el más completo con respecto a conceptos, además de incluir en estos apartados nociones complementarias al tema de las medidas de posición central. Esto ayuda a los alumnos a relacionar diferentes conceptos matemáticos. Como objeción podemos destacar que no es el libro que contiene más actividades relacionadas con este apartado (11, ver anexo II). El libro de Santillana, contiene la mitad de los conceptos encontrados entre todas las editoriales. Al igual que en los libros anteriores, aparecen los más significativos para el estudio del apartado analizado, pero no otros complementarios que serían convenientes para los alumnos.

Como conclusión final podemos decir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado para alumnos de 5º de Primaria: el de la editorial SM (libro 2), ya que hemos observado que es el más completo en lo que se refiere a los conceptos. El libro 3, sin embargo, sería el menos adecuado, ya que es el menos completo con respecto a los rasgos estudiados, y presencia únicamente 7 actividades de la temática (ver anexo II). Es el más antiguo de los 3 analizados, lo que puede ser la causa de la ausencia de conceptos de gran importancia en el tema de las medidas de posición central.

Agradecimientos: Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

Figura 1. Póster del congreso



Conceptos matemáticos en libros de texto para niños

Cañadas, G. R., Arteaga, P., Guirado, R. y de la Fuente, I.
Universidad de Granada



INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la estadística ha influido en el avance de la ciencia y la sociedad, al proporcionar herramientas que han servido metodológicamente en todos los campos y áreas. Como consecuencia de esto, la enseñanza de la estadística se ha incorporado en todos los niveles educativos, incluida la educación primaria en la que realizaremos nuestra investigación. Además, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en nuestra sociedad (Bataneo, 2002).

El currículum de enseñanza de Educación Primaria se encuentra establecido en el Real Decreto 126/2014 del 28 de febrero, perteneciente a la última ley de educación instaurada en España: LOMCE. En este tema se trata, entre otros apartados: «las medidas de centralización», lo que resalta la importancia del tema.

Las medidas de posición central, en las que centramos nuestra investigación, son elementos básicos de la estadística presentes en nuestro día cotidiano, y en cualquier lugar donde se realice cualquier estadística elemental o compleja. Se utilizan, para representar conjuntos de datos, por ejemplo la media está presente en temas de inferencia y la mediana como estadístico de orden.

En este trabajo investigamos la presencia de estos estadísticos en un material muy presente en las aulas de educación primaria, es decir los libros de texto. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de conceptos de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado para alumnos de 5º de Primaria y por qué.

MARCO TEÓRICO

En nuestro marco teórico se utilizan algunas nociones relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y su equipo de colaboradores (Godino, 2012). El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso (por el sujeto o por la institución), en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en los elementos denominados conceptos.

ANTECEDENTES

En relación a las medidas de posición central nos encontramos, entre muchas investigaciones, las investigaciones de Tormo (1993), realizada a alumnos de entre 11 y 16 años, se comprueba que los estudiantes no tienen en cuenta la variabilidad de las muestras. En la investigación de Russel y Mokros (1995), estudiaron las nociones sobre los valores de tendencia central a través de un grupo de 21 alumnos de 10 a 14 años. Otra investigación de Cai (1995), realizada con 250 alumnos de 6º curso (11-12 años) en Estados Unidos, comprueba que el 88% de los estudiantes conocen el algoritmo de media aritmética pero sólo un 50% sabría utilizarlo en la resolución de problemas abiertos. Entre los trabajos realizados sobre la capacidad de argumentación de los estudiantes podemos destacar los de Reading y Pegg (1996), en el que los alumnos presentaban dificultades a la hora de argumentar la respuesta de por qué se escogía una determinada medida central al plantearles un problema concreto. Respecto a investigaciones realizadas a profesores encontramos la de Jacobbe (2008), en el que analiza la comprensión que tienen sobre la media y la mediana algunos profesores estadounidenses, encontrando que muchos profesores no saben los conocimientos y procedimientos que deben enseñar a sus alumnos sobre temas de estadística. Existen otras investigaciones de estadística en libros de texto que por limitaciones de espacio no mencionamos.



MÉTODO

Los libros de texto escogidos para el análisis, todos ellos pertenecientes al tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente al 5º curso:

- Banal, M., Garrido, A., et al. (2015). Editorial Edebé. Matemáticas 5. EdebéOn: Proyecto Global Interactivo.
- Garin, M., Medina, G., et al. (2015). Editorial SM. Matemáticas 5. Proyecto "Savia".
- Alzu, J. L., García, Pilar, et al. (2002). Editorial Santillana. Matemáticas 5. Proyecto "Entre Amigos".

El análisis de estos libros se llevará a cabo mediante la metodología adaptada de Cobo (2003):

- Elaboración de una lista de objetos matemáticos.
- Identificación de las páginas o los capítulos de los libros de texto donde se incluyen temas de medidas de posición central.
- Establecimiento de la presencia de cada uno de los objetos matemáticos del significado curricular.
- Selección de ejemplos para ilustrar los objetos matemáticos presentes en el libro de texto.
- Elaboración de tablas que resumen los contenidos en cada libro de texto.



RESULTADOS

Conceptos matemáticos objetos de estudio:

- C1. Media, valor que se obtiene al sumar la totalidad de los datos y dividir el resultado obtenido entre el número total de éstos.
- C2. Moda, valor que más se repite dentro de un conjunto de datos.
- C3. Variable, propiedad que puede presentar diferentes modalidades.
- C4. Datos, números que representan los diferentes tipos de variables.
- C5. Conjunto, agrupamiento de elementos que tienen una o varias propiedades en común.
- C6. Frecuencia absoluta, es el número de veces que se repite un valor concreto en un análisis estadístico.
- C7. Gráfico, representación de datos numéricos por medio de recursos gráficos.
- C8. Gráfico de barras, representan gráficamente un conjunto de datos mediante barras utilizando ejes de coordenadas.
- C9. Polígono de frecuencias, se construye uniendo los extremos de las barras de un gráfico de barras mediante segmentos.
- C10. Longitud, distancia que hay de un extremo a otro de un cuerpo.
- C11. Peso, proporción de materia que tiene un cuerpo.
- C12. Capacidad, medida del volumen de un cuerpo.
- C13. Número natural, utilizados para contar los elementos de grupo o su posición dentro de él.
- C14. Número decimal, es aquel que se puede representar a través de una fracción decimal.
- C15. Tabla, cuadro en el que se recogen distintos tipos de datos.
- C16. Tabla de frecuencias, cuadro donde se ordenan distintos datos estadísticos, a los cuales se les asigna su frecuencia correspondiente.

Resumen de conceptos en los libros de Texto

	Libro (Edebé)	1 Libro (SM)	2 Libro (Santillana)	3
C1	Media	X	X	
C2	Moda	X	X	
C3	Variable	X		
C4	Datos	X	X	X
C5	Conjunto	X	X	
C6	Frecuencia absoluta	X	X	
C7	Gráfico	X	X	
C8	Gráfico de barras	X	X	
C9	Polígono de frecuencias	X	X	
C10	Longitud			X
C11	Peso			X
C12	Capacidad			X
C13	Número natural	X	X	X
C14	Número decimal	X		
C15	Tabla	X	X	X
C16	Tabla de frecuencias	X	X	

CONCLUSIONES

Después del análisis individual de cada uno de los libros presentados de las editoriales, Edebé, SM y Santillana, podemos concluir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado para alumnos de 5º de Primaria puesto que según los conceptos de estudio sería el más completo, y a la par obtenemos resultados del menos adecuado debido a la ausencia de algunos rasgos de gran importancia en el actual tema de las medidas de posición central.

REFERENCIAS

Bataneo, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las *Jornadas Iberoamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Confederación Latinoamericana de Sociedades de Estadística.

Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.), *Proceeding of the 19th PME Conference* (v.3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Carvalho, C. (1998). Tareas estadísticas e estratégias de resposta. Trabajo presentado en el *VI Encuentro en Educación Matemática de la Sociedad Portuguesa de Ciências de la Educação*. Castelo de Vide, Portugal.

Español, E. (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52, 19349-19420.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordoñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Bataneo, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.

Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.4, pp. 187-194). Universidad de Valencia.

Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1995). Children's concepts of averages and representativeness *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.

Tormo, C. (1993). *Estudio sobre cuatro propiedades de la media aritmética en alumnos de 12 a 15 años*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Valencia.

Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.

Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.). *Proceeding of the 19th PME Conference* (v.3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Callejas-Delgado, S. (2014). Propuesta didáctica emanada del análisis de la media aritmética y su relación con los elementos del currículo actual en un libro de texto de sexto curso de Educación Primaria.

Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile: análisis de un texto de séptimo año. *Revista Chilena de Educación Matemática (RECHIEM)*, 4(1), 20-32.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE. On line: www.ugr.es/~icmi/iase_study/.

Mayén, S., Merino, B. C., Bernabeu, M. D. C. B., & Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de educación matemática*, (9), 187-201.

Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.4, pp. 187-194). Universidad de Valencia.

Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1995). Children's concepts of averages and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.

Sánchez, M. R., & Vicente, S. (2015). Models and processes for solving arithmetic word problems proposed by Spanish mathematics textbooks/Modelos

100

y procesos de resolución de problemas aritméticos verbales propuestos por los libros de texto de matemáticas españoles. *Cultura y Educación*, 27(4), 695-725.

ANEXO I. MARCO TEÓRICO

En este trabajo se utilizan algunas nociones teóricas relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y su equipo de colaboradores (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2012).

El estudio realizado se basa en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), que asume que cualquier objeto matemático emerge de las prácticas que realiza un sujeto al solucionar situaciones problemáticas. El sujeto construye de modo progresivo el significado sobre el objeto matemático, enmarcado en una institución determinada (encargada de transmitir dicho conocimiento). En la medida en que dicho significado personal se ajuste al significado pretendido por la institución decimos que el estudiante alcanza conocimiento del tema (Godino, Batanero y Font, 2007).

El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso (por el sujeto o por la institución), en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en el elemento denominado conceptos.

ANEXO II. ANÁLISIS DE LOS CONCEPTOS POR LIBRO

El libro 1 contiene 11 de los 16 conceptos que podemos encontrar. Los más significativos a la hora de estudiar las medidas de posición central se encuentran presentes en él. Un concepto que se podría incluir tanto en la explicación de media y moda como en las actividades posteriores es el de “gráfico”. En la Tabla 2 podemos observar que no todos los conceptos aparecen tanto en la explicación como en los ejemplos y las actividades. Los únicos que encontramos en cada uno de estos apartados son “media”, “moda” y “datos”. Dos de ellos solamente aparecen en uno: “variable”, en la explicación; y “polígono de frecuencias”, en las actividades.

El libro 2 contiene 12 de los 16 totales. En él aparecen conceptos importantes que no se encuentran en los otros dos libros como pueden ser “gráfico de barras” y “polígono de frecuencias”. En la Tabla 3 podemos observar que como en el caso del libro 1, no todos los conceptos se encuentran en cada uno de los apartados. Solamente cuatro de ellos aparecen tanto

en explicación como en ejemplos y en actividades: “media”, “moda”, “datos” y “gráfico”. “Conjunto” y “frecuencia absoluta” sólo los encontramos en la explicación.

Tabla 2. Resumen de conceptos en el libro 1

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=15)
Media	X	X	A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A33, A34
Moda	X	X	A16, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A34
Variable	X		
Datos	X	X	A18, A21, A23, A27, A28
Conjunto	X	X	
Frecuencia absoluta			A19, A22, A23
Polígono de frecuencias			A33
Número natural		X	A16, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A33, A34
Número decimal		X	
Tabla		X	A20, A21, A22, A27, A28, A33, A34
Tabla de frecuencias			A21, A22, A23,

Tabla 3. Resumen de conceptos en el libro 2

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=11)
Media	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A3, A4, A6, A7
Moda	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A6, Páginas 196-197: A1, A3, A5, A6
Datos	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A5, A6 Páginas 196-197: A3, A5, A6
Conjunto	X		
Frecuencia absoluta	X		
Gráfico	X	X	Páginas 116-117: A4, A6 Páginas 196-197: A3
Gráfico de barras			Páginas 116-117: A1, A7
Polígono de frecuencias			Páginas 116-117: A2
Número natural		X	Páginas 116-117: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 Páginas 196-197: A1, A3, A5, A6
Tabla		X	Páginas 116-117: A1, A2, A5
Tabla de frecuencias			Páginas 116-117: A3, A6 Páginas 196-197: A1, A6

El libro 3 contiene 8 de los 16 conceptos, por lo que es el menos completo de los tres analizados. En él no aparecen nociones importantes en el tema de medidas de posición central como son “conjunto” o “frecuencia absoluta”. Sin embargo, en él podemos encontrar los conceptos de “longitud”, “peso” y capacidad” en una de las actividades posteriores a la explicación, que sirven de repaso de temas anteriores. En la Tabla 4 podemos ver que hay conceptos que sólo aparecen en las actividades, como son “longitud”, “peso” y “capacidad”. “Media” y “moda” son los únicos que aparecen en cada uno de los apartados.

Tabla 4. Resumen de conceptos en el libro 3

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=7)
Media	X	X	Página 136: A1, A2; Página 141: A4, A1
Moda	X	X	Página 137: A1, A2; Página 141: A4, A1
Datos	X		Página 141: A4
Longitud			Página 136: A8
Peso			Página 136: A8
Capacidad			Página 136: A8
Número natural		X	Página 136: A1, A2; Página 137: A1, A2 Página 141: A4, A1
Tabla		X	Página 137: A1, A2; Página 141: A4

UTILIZAÇÃO DO TANGRAM PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA A PARTIR DO PIBID-IFTO CAMPUS PALMAS

Jair José Maldaner
Warles Ferreira Arrais
jairmaldaner@yahoo.com.br warlesarrais@gmail.com
IFTO Campus Palmas, Brasil

Resumo

Este texto visa relatar uma experiência com o uso do jogo Tangram no ensino da matemática do ensino médio. O Tangram é um tabuleiro chinês milenar que tem como objetivo mostrar um método divertido de estudar figuras geométricas planas básicas, estudo de áreas, soma das arestas e junção de figuras formando outras figuras geométricas. Neste trabalho o Tangram foi utilizado como metodologia alternativa para o ensino da matemática no ensino médio objetivando desenvolver o raciocínio lógico mostrando aos alunos as figuras básicas da geometria plana; estimular a participação do aluno em atividades conjuntas e fortalecer a necessidade e importância de se trabalhar em grupo. Após a realização da metodologia constatou-se que quase 90% dos alunos conseguiram concluir com êxito as atividades relacionadas ao conteúdo de geometria plana propostas com o Tangram.

Palavras chave: Metodologias de Ensino; Ensino de Matemática; Jogo matemático Tangram; Figuras geométricas.

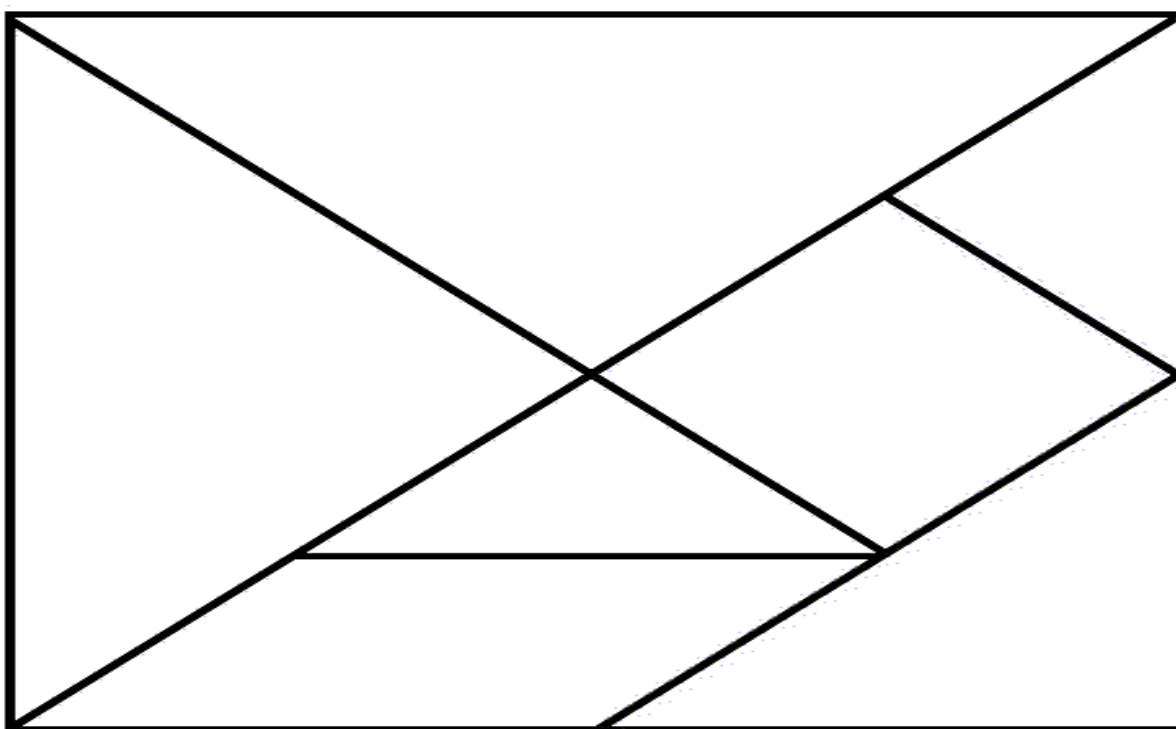
1. Introdução

Este trabalho é fruto das atividades realizadas pelo PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) IFTO-Campus Palmas que visa o desenvolvimento de metodologias diferenciadas para o ensino da matemática. As atividades foram realizadas no Centro de Ensino Médio –CEM- Santa Rita de Cássia.

O Tangram é um puzzle chinês muito antigo, o nome significa "Tábua das sete sabedorias". Ele é composto de sete peças (chamadas de tans) que podem ser posicionadas de maneira a formar um quadrado: cinco triângulos de vários tamanhos, um quadrado e um paralelograma que tem como objetivo trabalhar figuras geométricas básicas. Neste puzzle devem-se seguir duas regras: usar todas as peças e não sobrepor às peças.

Utilizamos a sala de aula para a aplicação da metodologia e o Tangram para montarmos figuras com as sete peças e formações de novas áreas geométricas. Através destas sete peças, fizemos estudos de áreas e revisão das fórmulas de estudo de áreas fundamentais. A aplicação do jogo tem como objetivo desenvolver o raciocínio lógico e a análise e síntese das peças do tabuleiro, bem como mostrar aos alunos as figuras básicas da Geometria plana e estimular a participação do aluno em atividades conjuntas para desenvolver e fortalecer a necessidade e importância de se trabalhar em grupo. A regra básica do jogo é que cada figura formada deve incluir as sete peças.

Figura 01: Tangram



Fonte: www.educador.br/brasilcola.com

2. Ensinando matemática por meio do Tangram

Segundo Miranda (1989, p. 15), os jogos produzem uma excitação mental agradável e exercem uma influência altamente fortificante na aprendizagem da matemática.

Para o desenvolvimento da metodologia foi necessária a utilização de papel ofício, papel borrachudo, lápis, caneta, borracha, tesoura e régua. A metodologia é desenvolvida em sala de

aula, os materiais utilizados para a confecção do Tangram não são caros, sendo, portanto, viável sua aplicação em qualquer centro de ensino.

A metodologia utilizando o Tangram foi realizada da seguinte forma: dividimos a turma em grupos de quatro alunos. Distribuimos as peças e esperamos para ver se eles iriam conseguir montar o quadro dentro do tempo estipulado, de 20 minutos. Em seguida aos que não conseguiram, mostramos uma das formas como se montar; esperamos mais 5 minutos, e assim os grupos que ainda não tinham conseguido terminaram conseguiram.

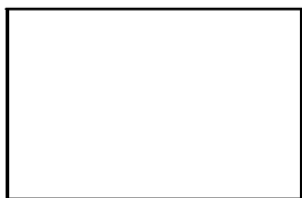
Logo após, os colocamos para formar figuras das 7 peças, entregamos um papel ofício com alguns exemplos de figuras formadas e dissemos-lhes que poderiam fazer aquelas ou mais outras que surgirem em suas mentes. O tempo estipulado foi de 15 minutos. Foi surpreendente, pois conseguiram montar corretamente aquelas e outras figuras e o envolvimento de todos foi crucial para o desenvolvimento do exercício.

Na seqüência os colocamos para fazerem os cálculos geométricos das peças: aresta e área. Dispomos-nos a auxiliar se tivessem alguma dificuldade.

Após todos os grupos conseguiram concluir as atividades escrevemos no quadro todas as fórmulas básicas daquelas figuras, explicamos a eles de onde saiu a origem daquelas fórmulas e porque até hoje são utilizadas.

Por fim aplicamos a atividade individual para ver se a metodologia tinha causado alguma diferença nos seus aprendizados. Quase todos conseguiram fazer toda a atividade proposta, mas no geral, todos conseguiram fazer uma média de 89% da atividade. Depois aplicamos um questionário para saber suas impressões em relação à metodologia aplicada. A atividade e os resultados estão descritos a seguir: De um total de 36 alunos entrevistados, chegamos aos seguintes resultados:

01- Qual é o cálculo da área e aresta desta figura abaixo, que contém quatro lados iguais. Sabe-se que uma aresta desta figura mede 1 metro.



Acerto: 100%

Erros: 0%

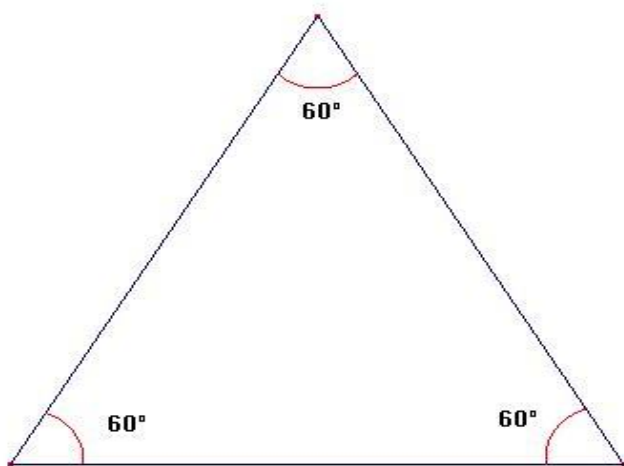
02- Qual é o cálculo da área e a arestas desta figura abaixo, que contem dois lados iguais. Sabe-se que uma aresta desta figura mede 2 metros e a outra 1 metro.



Acertos: 92%

Erros: 8%

03- Qual o cálculo e a área e arestas desta figura abaixo, que contem todos os lados iguais. Sabe-se que uma aresta dela mede 2 metros.



Acertos: 75%

Erros: 25%

Abaixo estão as figuras 1 e 2 formadas na aplicação do Tangram no CEM Santa Rita de Cássia, Palmas-TO.

Figura:01



Figura 2



Fonte: os autores

3. Resultados e Discussão

De acordo com Lima,

Os jogos, pelo seu aspecto lúdico, podem motivar e despertar o interesse do aluno, tornando a aprendizagem mais atraente. a partir de erros e acertos e da necessidade de análise sobre a eficiência de cada estratégia, construída para alcançar a vitória no jogo, estimula-se o desenvolvimento do raciocínio reflexivo daqueles que jogam. O Tangram, como jogo ou como arte, possui um forte apelo lúdico e oferece àquele que brinca um envolvente desafio. Cada vez mais presente nas aulas de matemática, as formas geométricas que o compõem, permitem que os professores vejam neste material a possibilidade de inúmeras explorações. (LIMA, 2007)

Logo depois de concluídas as atividades, aplicamos um questionário onde não era necessário identificar-se, com intuito de deixá-los mais à vontade e manter a integridade do resultado da

pesquisa, os resultados foram os seguintes: Diante dos resultados obtidos do desenvolvimento da técnica e o grau de dificuldade que os alunos têm com a disciplina de matemática. Acreditamos que seria viável sua aplicação sempre que fosse possível estudar esse conteúdo.

01) O que você achou da idéia de envolver esta técnica na aula?

Bom () regular () Ruim ()

02) Você acredita que isso facilitaria no entendimento da matéria?

Sim () Não ()

03) Você acha que esta metodologia deveria ser utilizada em outras turmas?

Sim () Não ()

04) Você conseguiu entender melhor o conteúdo?

Sim () Não ()

De um total de 36 alunos entrevistados, chegamos aos seguintes resultados:

Com relação à primeira pergunta: 100% dos alunos responderam: Bom.

Com relação à segunda pergunta: 100% responderam: Sim.

Com relação à terceira pergunta 100% responderam: Sim.

Com relação à quarta pergunta 96.35% responderam: Sim e 3.66% responderam: Não.

A criança que joga, desenvolve suas percepções sua inteligência, suas tendências à experimentação, seus instintos sociais. (PIAGET, 1998, p.158). Utilizar metodologias alternativas como o Tangram são excelentes ferramentas para atingir o aprendizado na matemática e mudar a concepção de que esta disciplina é o “bicho papão” dos alunos.

4. Referências

LIMA, Marilene. (2007) **Matemática lúdica: O uso do Tangram**. Disponível em <<http://www.psicopedagogia.com.br/artigos/artigo.asp?entrID=907>> acesso em 10 mai. 2011.

MIRANDA, Nicanor. (1989) **200 Jogos Infantis**. 14º. edição. Rio de Janeiro: Editora Italiana Limitada.

PIAGET, Jean. (1998). **Psicologia e pedagogia**. 9º edição. Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária.

Site Educador <www.educador.brasilecola.com> acesso em 15 mai. 2011.

PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN AMBIENTES TECNOLÓGICOS PEA-MAT/DIMAT: INVESTIGACIÓN EXPLORATORIA

Jesús Victoria Flores Salazar – Mihály Martínez Miraval – Daysi Julissa García Cuéllar
jvflores@pucp.pe – martinez.ma@pucp.edu.pe – ra00193072@pucsp.edu.br
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú – Instituto de Investigación sobre Enseñanza de
las Matemáticas-TecVEM-IREM-Perú – Pontificia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

Formación del profesorado en Matemáticas

Póster (P)

Formación y actualización docente

Palabras claves: Tipos de razonamiento; Uso de tecnologías

Resumen

Presentamos una investigación exploratoria (encuesta) desarrollada en el proyecto internacional de los grupos de investigación Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática, Didáctica de las Matemáticas DIMAT de la PUCP/Perú y PEA-MAT de la PUC-SP/Brasil, que fue aplicada el 2015 a un total de 126 docentes y que tiene por objetivo establecer características comunes en docentes peruanos de Educación Básica Regular, de nivel Universitario y docentes encargados de la formación, capacitación y actualización de profesores sobre los tipos de razonamiento que promueven en la enseñanza de diferentes áreas de la matemática, las tecnologías que utilizan, etc. Resaltamos que como los datos no fueron tomados a nivel nacional, los resultados son de carácter exploratorio. Por ejemplo, uno de los resultados de la investigación exploratoria muestra que en Educación Básica el 83% y en el nivel universitario el 72% del total de encuestados favorecen el razonamiento inductivo. En cambio, el razonamiento deductivo es fuertemente favorecido en el nivel Universitario donde el 79% considera que es necesario o muy necesario, y un 40% no sabe, no cree que sea necesario o considera que es más o menos necesario.

Consideraciones iniciales

La encuesta forma parte de la investigación del proyecto internacional "Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT" y tiene por objetivo establecer características comunes en docentes peruanos de Educación Básica Regular, de nivel Universitario y docentes encargados de la formación, capacitación y actualización de profesores sobre los tipos de razonamiento que promueven en la enseñanza de diferentes áreas de la matemática, las tecnologías que utilizan, etc.

La encuesta

La encuesta, de 28 ítems incluye preguntas abiertas y cerradas. En los de preguntas en las que se espera detectar actitudes y comportamientos de los encuestados se ha utilizado la escala Likert. Dado que no se podrá hacer una investigación a nivel de todo el país, se aplicó a profesores y futuros profesores que estén vinculados con la PUCP ya sea porque están estudiando o colaborando en la Maestría en Enseñanza de la Matemática. Por ello, los resultados de esta encuesta son de carácter exploratorio.

Objetivos

Indagar sobre el tipo de razonamiento que el profesor de matemática prefiere emplear en los procesos de enseñanza de la Geometría en la Educación Primaria, Secundaria y Superior.

Junto con el objetivo general se espera contar con una primera aproximación sobre el conocimiento y empleo de teorías de didáctica de la matemática y el uso de recursos tecnológicos, además de la formación del docente (ver tabla 1).

Tabla 1. Objetivos específicos e indicadores

Objetivos específicos	Indicadores
Recoger datos generales sobre el grupo encuestado.	Nivel de estudios. Actividad principal. Tipo de asistencia y frecuencia de asistencia a capacitaciones, actualizaciones, congresos, etc.
Indagar sobre el tipo de razonamiento matemático que generalmente promueve en sus estudiantes y las circunstancias.	Razonamiento inductivo. Razonamiento deductivo. Razonamiento lateral o abductivo.
Indagar sobre el conocimiento y aplicación de algunas teorías de didáctica de la matemática.	Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). La Dialéctica Instrumento-Objeto y el juego de marcos (DIO). Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS). Otras que el encuestado indique.
Indagar sobre el uso de recursos tecnológicos para el desarrollo de clases.	Recursos de software (programas libres, con licencia, páginas web, foros, mapas mentales, otros) que usa en clases. Recursos de hardware (dispositivos móviles, computadoras, Tablets, grabadoras, cámaras, etc.) que usa en clases. Lo que usa como recurso didáctico que presenta el profesor.

	Lo que usa como herramienta de trabajo del estudiante. Cuándo y dónde el estudiante usa el recurso.
Indagar sobre las concepciones que tiene sobre la geometría y su aporte al desarrollo del razonamiento, y los aportes de las TIC al proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.	Idea personal sobre la Geometría. Aportes que atribuye a la Geometría en el desarrollo del razonamiento. Aportes que atribuye a la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

Fuente: Elaboración propia.

Público objetivo

La encuesta está dirigida a profesores de primaria, secundaria y educación superior que enseñan matemáticas, docentes encargados de la formación, capacitación y actualización de profesores de matemática.

Metodología para la elaboración de la encuesta

Una vez definidos los integrantes del Grupo de Investigación en Didáctica de la Matemática (DIMAT) que se encargaría de la formulación de la encuesta se procedió a la revisión de la encuesta que se aplicará el 2015 en el marco del Proyecto Procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas en ambientes tecnológicos DIMAT/PEA-MAT, se procedió a definir el objetivo general y los específicos así como los indicadores a tomar en cuenta. Se elaboró el perfil del grupo objetivo; se elaboró un primer esquema de preguntas posibles. Dicho esquema fue revisado y depurado por integrantes del Grupo de Investigación DIMAT. A continuación se preparó un instrumento de validación de los reactivos en función de los objetivos específicos y de los indicadores.

Se procedió a nombrar 4 jueces para recoger sus opiniones; se reformularon los reactivos; se consultó con un especialista en elaboración de encuestas, sobre el formato idóneo para la elaboración del formulario y el tipo de pruebas estadísticas que podrían aplicarse para el procesamiento de resultados y se aplicó la encuesta a un grupo piloto para validar tiempos y para la revisión de la calidad de redacción de las preguntas.

Algunos resultados

De los 28 ítems de la encuesta, presentamos cuatro ítems.

En el ítem 11 (ver Figura 1), el razonamiento inductivo es el tipo de razonamiento que se usaría en un mayor número de temas, y solamente en geometría plana, geometría del espacio y trigonometría se muestra una ligera preferencia por el razonamiento deductivo.

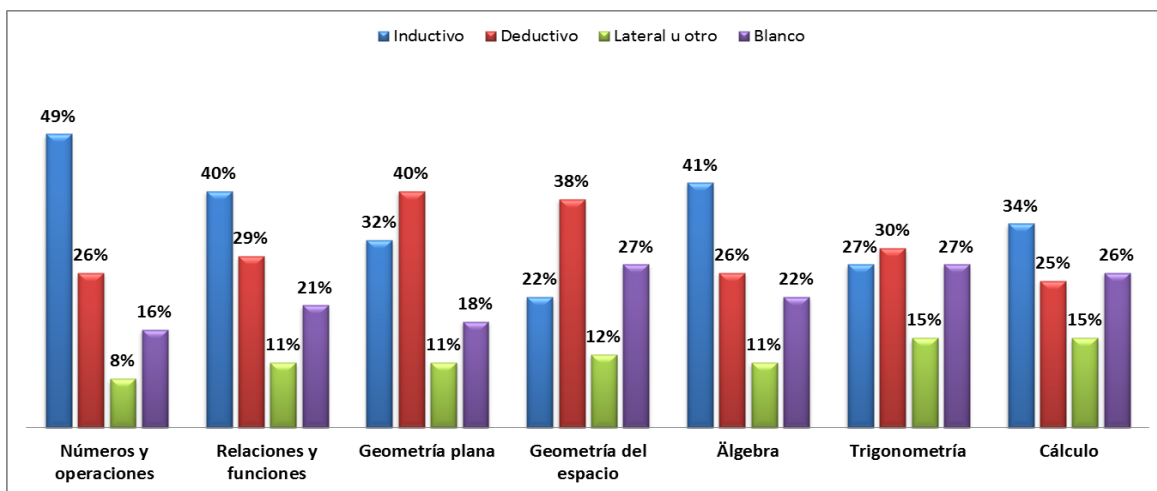


Figura 1. Tipo de razonamiento que promovería al enseñar un determinado tema de matemáticas

Mientras que el ítem 12 (ver Figura 2), se privilegian el razonamiento inductivo en todas las etapas, por ejemplo en Educación básica el 83% y en la universidad el 72%. En cambio, el razonamiento deductivo es fuertemente apoyado en el nivel Universitario donde 79% considera que es necesario o muy necesario.

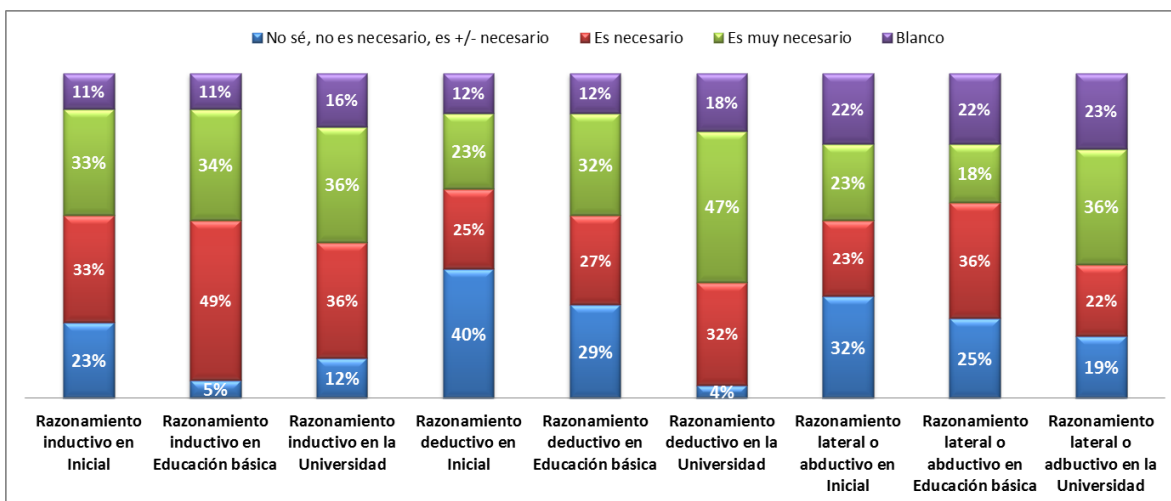


Figura 2. Etapas de desarrollo de cada tipo de razonamiento

En cuanto al ítem 16 (ver figura 3), notamos que la percepción que tienen los encuestados sobre la necesidad de usar tecnologías para garantizar los aprendizajes, el 89% considera que es necesaria.

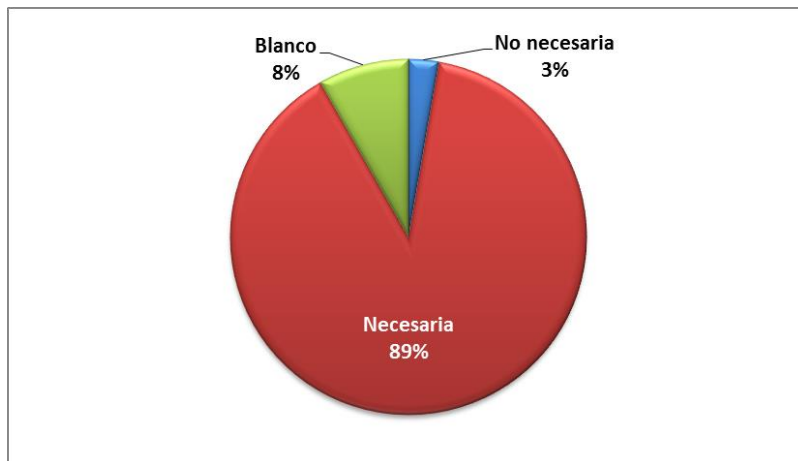


Figura 3. Necesidad de usar tecnologías

El ítem 19 (ver Figura 4), muestra que un 55% de los encuestados manifiesta que “a veces” es necesario el uso de las tecnologías, mientras un 34% opina que siempre es necesario usarla.

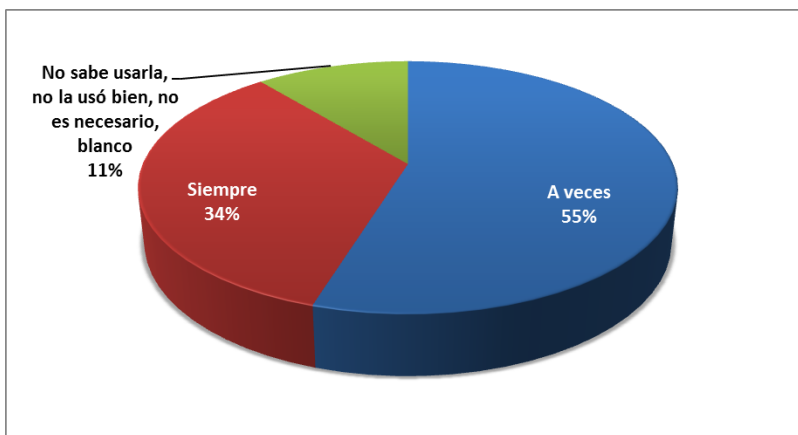


Figura 4. Utilización de tecnologías

Algunas consideraciones

Como los datos no fueron tomados a nivel de todo el país, consideramos que los resultados de esta encuesta son de carácter exploratorio.

Consideramos necesario hacer un estudio comparativo con los datos colectados por el grupo PEA-MAT/PUC-SP.

PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN AMBIENTES TECNOLÓGICOS PEA-MAT/DIMAT: INVESTIGACIÓN EXPLORATORIA

Jesús Victoria Flores Salazar – Mihály Martínez Miraval – Daysi Julissa García Cuéllar
Pontificia Universidad Católica del Perú
Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas-Grupo TecVEM-IREM

Consideraciones iniciales

La encuesta forma parte de la investigación del proyecto internacional "Processes of Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT" que fue aplicada el 2015 a un total de 126 docentes y que tiene por objetivo establecer características comunes en docentes peruanos de Educación Básica Regular, de nivel Universitario y docentes encargados de la formación, capacitación y actualización de profesores sobre los tipos de razonamiento que promueven en la enseñanza de diferentes áreas de la matemática, las tecnologías que utilizan, etc.

Algunos resultados

Ítem 11 (Figura 1), el razonamiento inductivo es el tipo de razonamiento que se usaría en un mayor número de temas, y solamente en geometría plana, geometría del espacio y trigonometría se muestra una ligera preferencia por el razonamiento deductivo.

Ítem 12 (Figura 2), se privilegian el razonamiento inductivo en todas las etapas, por ejemplo en Educación básica el 83% y en la universidad el 72%. En cambio, el razonamiento deductivo es fuertemente apoyado en el nivel Universitario donde 79% considera que es necesario o muy necesario.

Aspectos técnicos

- o Número de ítems: 28
- o Año de aplicación: 2015
- o Nro. de encuestados: 126 personas
- o Escala y tipos de preguntas: Likert; preguntas abiertas y cerradas.

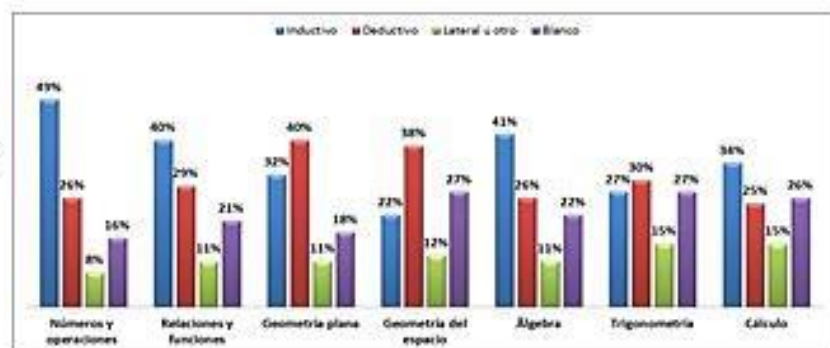


Figure 1. Tipo de razonamiento que promovería al enseñar un determinado tema de matemáticas

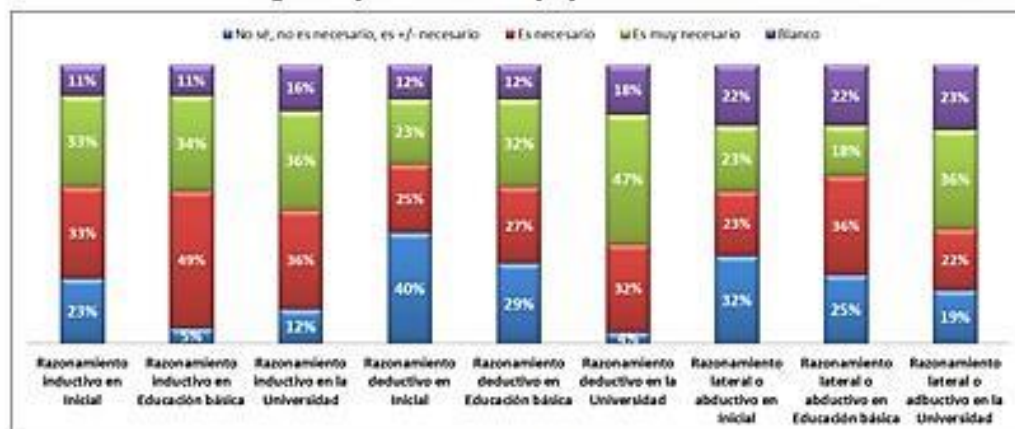


Figure 2. etapas de desarrollo de cada tipo de razonamiento

Referencias

- o Encuesta modelo proporcionada por el grupo PEAMAT/PUC-SP. Disponible en: https://docs.google.com/a/pucp.pe/forms/d/1wwQOEMAP001T5x9XGNzE_6qcVl6t_5o9pTzvtuYxfuM/viewform

Agradecimientos

La presente comunicación breve ha sido posible gracias al apoyo del proyecto Internacional *Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT*, aprobado por el Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, IREM-PUCP con código: PI0272, al grupo Tecnologías y Visualización en Educación Matemática TecVEM-IREM y por la *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo*, FAPESP proceso: 2013/23228-7.

Referencias bibliográficas

Encuesta proporcionada por el grupo PEAMAT/PUC-SP. Disponible en:

https://docs.google.com/a/pucp.pe/forms/d/1wwQOBMAP001T5x9XGNzE_6qcVl6t_5o9pTzy_luYxfqM/viewform

Briones, G. (1998). *Métodos y técnicas de investigación para las ciencias sociales*. México, D.F. Trillas, 3ra Edición.

EXPERIENCIA FOTOMOSAICO: INTEGRANDO TECNOLOGÍA, CIENCIA, ARTE Y VALORES

Ana María Arias Roig
ariasroig@hotmail.com
Instituto Cristo Obrero – Argentina

Modalidad: Póster

Nivel educativo: Medio

Núcleo temático: VI. Matemáticas y su integración con otras áreas.

Palabras Clave: Fotomosaico, Geometría, Pitágoras, Estadística.

Resumen:

Un fotomosaico es una colección de fotografías pequeñas que, en conjunto, componen una única imagen más grande. A una distancia, sólo se ve una imagen, pero al acercarse la vista pueden apreciarse las pequeñas fotos que la forman, generando un efecto hipnótico que invita a enfocar la atención, alternativamente, en el todo y en sus partes.

La Experiencia Fotomosaico, realizada con alumnos de los últimos años de Escuela Secundaria, consistió en investigar y experimentar el proceso de construcción de fotomosaicos. Investigaron los aspectos matemáticos, tecnológicos, biológicos y artísticos que hay en dicho proceso, experimentando algunas cuestiones con software apropiado. Finalmente, crearon el fotomosaico del Escudo del Instituto con imágenes de sus actividades y de su historia, generando en ellos una reflexión: en la diversidad hay un proyecto común que los identifica y los une.

La experiencia se propone entonces, como una forma de integrar tecnología, ciencia, arte y valores.

1. Introducción.

Un fotomosaico es una colección de fotografías pequeñas que, en conjunto, componen una única imagen más grande. A una distancia, sólo se ve una imagen, pero al acercarse la vista pueden apreciarse las pequeñas fotos que la forman. El creador de los fotomosaicos fue Robert Silvers, del MIT, quien en 1997 presentó la imagen de la Princesa Diana formada por una colección de pequeñas fotografías de flores (Silvers, 2017). Enseguida la técnica se popularizó con más obras de Silvers y también de otros autores, pudiéndose ver impresas en revistas y pósteres o publicadas en Internet. (López Michelone, 2011)

En 2011, y con el fin de participar en una Feria de Ciencias, se le propuso a un grupo de alumnos de los últimos años del instituto investigar la técnica de construcción de fotomosaicos. Como habían visto ejemplos en pósteres y revistas, y les resultaban atractivos, la propuesta les interesó. Además, les pareció divertido poder confeccionar el fotomosaico del escudo del Instituto con

fotografías de sus actividades escolares. En este documento presentaré la secuencia de actividades que se realizaron en el proyecto, así como las conclusiones de la experiencia realizada.

2. Organización de la investigación.

Para que se introdujeran en el tema, se les pidió contestar todo lo que pudieran del siguiente cuestionario:

<u>CUESTIONARIO</u>	
1)	¿Qué es un píxel? Si un monitor tiene una resolución de 1200 x960, ¿cuántos megapíxeles tiene?
2)	¿Qué significan las siglas R.G.B.? ¿Qué color es el (255, 0,0)? ¿Y el (0, 255,0)?
3)	Completa los pasos para hacer un fotomosaico: (La información la encontrarás en el apunte de Lara Rodríguez)
	a. Elegir una foto base
	b.
	c. Buscar para cada cuadro una foto que tenga...
	d.
	e. Repetir pasos c y d hasta que....
4)	Dos imágenes tienen promedio de color naranja. ¿Podemos decir que una puede ser reemplazada por la otra? ¿Por qué?
5)	¿Cómo organizarías la base de imágenes para que la búsqueda sea más fácil?
6)	Investiga el software Fotomosaik Edda ¿qué datos hay que darle para obtener el fotomosaico?

Se les dio como bibliografía el trabajo de Lara Rodríguez (Lara Rodríguez, 2003), que está en castellano y es bastante fácil de entender. De todas maneras, todo se fue trabajando en distintos encuentros.

3. Las imágenes digitales.

El grupo de alumnos no tenía conocimientos de programación, por lo que las cuestiones tecnológicas hubo que abordarlas desde un nivel básico.

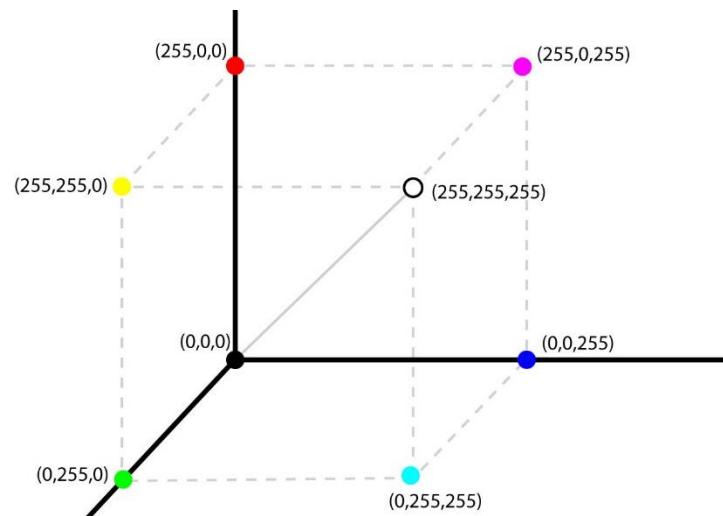
Lo primero que tuvieron que entender fue cómo se representan las imágenes digitalmente. Una imagen digital es una matriz de dos dimensiones, compuesta por píxeles (picture elements) (Murray & Van Ryper, 1996). En su representación más simple (formato BMP-RGB) un píxel puede ocupar 24 bits, 8 bits para rojo (Red), 8 bits para verde (Green), 8 bits para azul (Blue). De ahí el concepto de representación RGB.

En esta instancia se les hizo observar y deducir algunas cuestiones:

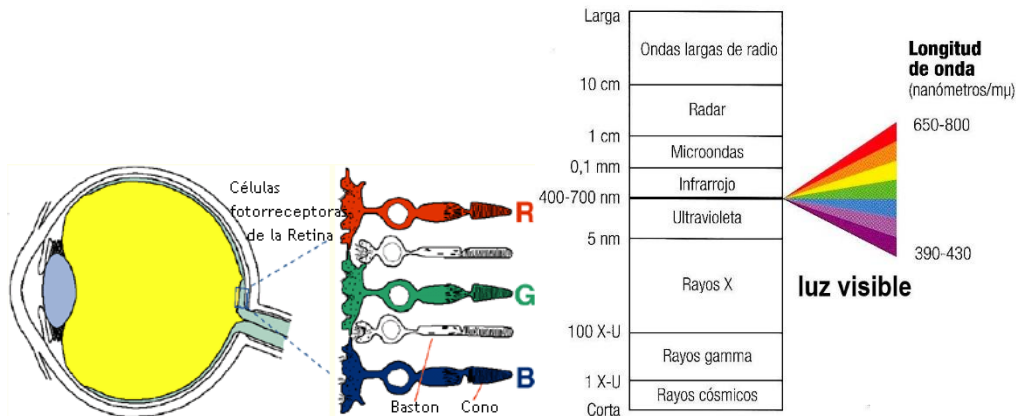
- Que si se tiene una imagen de 10x10 píxeles esa información en BMP RGB ocupa 24 x 100 bits o sea 300 bytes.
- Que en 8 bits se pueden representar 256 tonalidades.

- Que combinando 256 tonalidades de rojo, 256 de verde y 256 de azul, se puede representar $256 \times 256 \times 256 = 16777216$ colores.
- Que podemos interpretar la terna de bytes R-G-B como una coordenada tridimensional, donde $(255, 0, 0)$ es la saturación de rojo, $(0, 255, 0)$ es la saturación de verde y $(0, 0, 255)$ es la saturación de azul, mientras que $(0, 0, 0)$ representa el negro y $(255, 255, 255)$ representa el blanco.

Fue de mucha utilidad que vieran la representación gráfica del Espacio de Colores RGB, no sólo para comprender lo dicho sobre las coordenadas de color sino para entender luego otras cuestiones del proceso de creación de fotomosaicos.



Por otra parte, era importante que supieran por qué se eligen el rojo, el verde y el azul para representar los colores. No fue muy difícil que lo averiguaran, ya que en Biología estaban estudiando el Ojo Humano. El ojo tiene dos tipos de fotorreceptores, llamados bastones y conos. Los bastones tienen mayor sensibilidad absoluta a la luz y son los responsables de la visión nocturna. Los conos son menos sensibles a la luz y se clasifican en “rojos”, “verdes” o “azules” según su sensibilidad espectral a las diferentes longitudes de onda: “larga”, “media” o “corta” respectivamente. (Colombo & O’Donell, 2002). Es decir, son las células llamadas conos las responsables de percibir los distintos colores del espectro visible, que abarca las longitudes de onda más largas (tonos rojos), medias (tonos verdes) o más cortas (tonos azules). Se profundizó entonces en los conceptos de espectro, longitud de onda visible y no visible.



4. El Algoritmo de Creación de Fotomosaicos.

A continuación analizaron el algoritmo de creación de fotomosaicos (Lara Rodríguez, 2003) que escrito en pseudo código dice:

```

CrearFotomosaico( Coleccion, Imagen)
Inicio
  Dividir Imagen en cuadros
  Repetir:
    Buscar en Coleccion la imagen más similar al cuadro: i
    Reemplazar cuadro por imagen i
  Hasta que no haya más cuadros por reemplazar
Fin

```

Como se observa, el algoritmo toma como entrada una Imagen Base y una Colección de imágenes. La salida es la transformada de la Imagen Base a partir de la división en cuadros reemplazados por imágenes de la Colección.

En primer lugar, en esta instancia se les hizo analizar:

- Ventajas de que las imágenes de la Colección sean del mismo tamaño.
- Ventajas de que el tamaño de la Imagen Base sea múltiplo del tamaño de las imágenes de la colección.
- Dada una imagen de NxM píxeles, en cuántos cuadros de nxm se puede dividir (siendo n divisor de N y m divisor de M)

5. Promedios y distancias entre imágenes.

El algoritmo dice que hay que buscar la imagen más similar al cuadro. Era necesario en esta instancia que entendieran que para que dos imágenes sean similares, deben tener colores parecidos, lo cual implica calcular el promedio de colores y luego la distancia entre los promedios. Para entenderlo, los alumnos:

- Investigaron cómo calcular el promedio de color de una imagen. Vieron que era el promedio de rojo, verde y azul, lo cual origina una terna que sintetiza el color de la imagen.
- Observaron que dos imágenes distintas podían tener el mismo promedio pero no tener los colores distribuidos de la misma manera. Por ejemplo, dos imágenes de 10x10 píxeles pueden tener promedio (122, 0,0) Sin embargo, una podría ser toda de color (122, 0,0) y la otra, en cambio, tener la mitad (244, 0,0) y la otra mitad (0, 0,0). Aquí se les hizo ver la importancia de tener en cuenta alguna medida de desviación (media o estándar)
- Con ImageJ hicieron experiencias generando imágenes de colores elegidos y luego obteniendo los promedios de color.

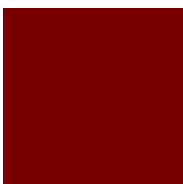


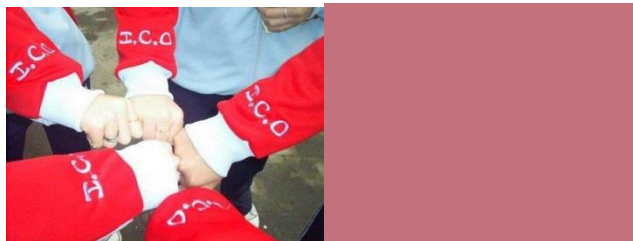
Imagen de 100x100 píxeles, todos los píxeles (122, 0,0)



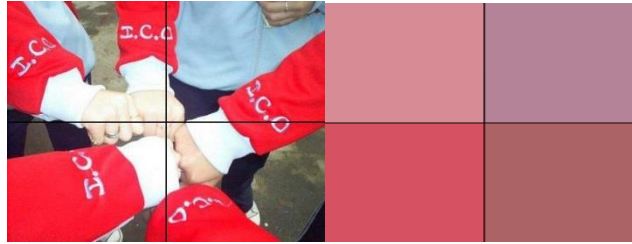
Imagen de 100x100 píxeles, la mitad (244, 0,0), la otra mitad (0, 0,0)

Las dos imágenes anteriores tienen promedio (122, 0,0)

- Observaron que otra alternativa era calcular más de un color promedio de la imagen. En lugar de que una imagen se identificara con una terna (un solo promedio para toda la imagen), podía identificarse con cuatro ternas (el promedio de los cuatro cuadrantes) o con nueve ternas (el color promedio de nueve sectores de la imagen.)
- Con ImageJ hicieron experiencias calculando el promedio de una imagen completa y luego los promedios al dividirla en cuartos o en novenos.



Color promedio: [195, 113, 125]



Colores promedio: [215, 140,149], [180, 131,151], [214, 82,98], [171, 99,102]



Colores promedio: [200,119,130], [203, 138, 158],[169,149, 167], [173, 121, 129],
[212,203,200], [211,79,94], [249,40,64], [227,100,115], [111,68,68]

Para entender el concepto de distancia entre colores fue de gran ayuda la representación gráfica del Espacio de Colores RGB. Si una imagen tiene un promedio de color que es un punto en ese espacio, entonces para calcular las distancias entre los colores de dos imágenes es necesario calcular la distancia entre dos puntos en el espacio.

Así, en esta parte del trabajo:

- Se les recordó cómo calcular la distancia entre dos puntos en dos dimensiones y se les hizo deducir la distancia entre dos puntos con coordenadas en tres dimensiones.
- Se les hizo ver que si de una imagen calculamos más de un color promedio, ya sea por calcular los promedios de los cuatro cuadrantes o de las nueve partes una posibilidad es extender la fórmula de distancia euclídea a n-uplas. Es decir que en lugar de tomar cuatro ternas o nueve, se tomarían 12-uplas o 27-uplas.

6. Almacenamiento de las imágenes.

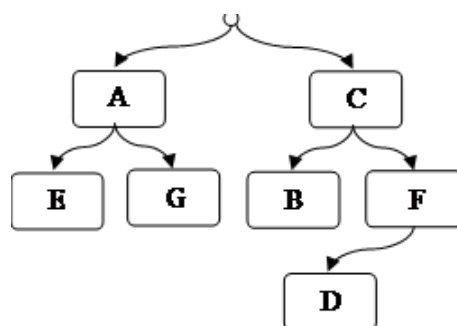
Por último analizaron cómo convenía guardar las imágenes en la base de datos para que la búsqueda sea más fácil y rápida. El grupo de alumnos, como se dijo anteriormente, no tenía muchos conocimientos tecnológicos, por lo que en este aspecto se buscó simplemente que razonaran desde los conocimientos que ellos tenían. Con un grupo que domine, por ejemplo, las estructuras de datos, puede hacerse un análisis más exhaustivo de este tema.

Entonces, los alumnos:

- Calcularon la cantidad de comparaciones que se tendría que hacer para buscar la imagen más similar a una dada, por ejemplo si son n las imágenes a reemplazar y m las imágenes en la base de datos.
- Propusieron formas de organizar las imágenes para encontrar más rápido la que fuera más similar a una dada. Una alternativa fue organizar por color según la gama roja, verde o azul.
- Se les mostró la ventaja de organizar la Base de Datos mediante estructuras de árbol, por ejemplo de tipo antipole-tree, tal como lo propone Di Blasi (Di Blasi, 2006)
- Experimentaron con ejemplos, usando el software ImageJ para calcular los promedios de color de imágenes e hicieron planillas en Excel para calcular las distancias. Armaron árboles de búsqueda para unas pocas imágenes para entender el proceso. Por ejemplo, con estos datos:

10	255	255	A
50	50	20	B
100	30	40	C
50	60	70	D
100	255	255	E
50	70	85	F
80	200	200	G

El Antipole – Tree resulta:



7. Fotomosaico del Escudo del Instituto.

Finalmente, utilizando el software Foto-Mosaik-Edda, experimentaron la creación del fotomosaico tomando como imagen base la del Escudo del Instituto y completando la colección con la mayor cantidad de imágenes que pudieron conseguir de sus actividades escolares. La colección de imágenes, aunque extensa, no fue de suficiente variedad de colores como para cubrir las distintas partes de la imagen base. Se usó entonces la opción que brinda el software de poder repetir algunas imágenes más de una vez.

Mientras juntaban fotos de sus propios recuerdos, de los de sus compañeros, de profesores, de exalumnos, con el fin de componer el escudo del Instituto, reflexionaron acerca de los valores que habían incorporado a lo largo de su vida escolar: Respeto, Compañerismo, Amistad, Solidaridad, Unidad, Generosidad, Tolerancia. Investigaron además el significado de cada parte del escudo, perteneciente a la familia de San Leonardo Murialdo, conociendo más acerca de la historia del fundador de la congregación a la que pertenece la escuela. El escudo, en definitiva, es símbolo de que en la diversidad hay un proyecto en común que los identifica y los une.

8. Conclusiones.

La experiencia resultó atractiva desde lo artístico, interesante desde lo científico y tecnológico, integradora desde lo matemático y formativa desde lo humano.

En matemática trabajaron el concepto de matriz, el cálculo de cantidad de colores representables, la representación de colores en el espacio, las longitudes de onda en el espectro, los promedios y desviaciones medias, las distancias en espacios de más de dos dimensiones y el cálculo de las comparaciones en una base de datos, entre otras cosas. Investigaron conceptos biológicos (el ojo humano), tecnológicos (algoritmos y estructuras de datos) y artísticos (ejemplos de mosaicos y fotomosaicos). Y al trabajar sobre el escudo del Instituto con sus propias imágenes reflexionaron acerca de su identidad en comunidad.

Por todo lo anterior, se puede afirmar que la Experiencia Fotomosaico fue muy enriquecedora. Una experiencia donde se integró matemática, tecnología, ciencia, arte y valores.

9. Referencias Bibliográficas

- Colombo, E.M. y O' Donell, B. M. (2002). Capítulo 2: Luz, Color y Visión. En Colombo, E.M, y otros. *Iluminación Eficiente*. Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional. Recuperado de <http://www.edutecne.utn.edu.ar/eli-iluminacion> (Visitado Enero 2017)
- Di Blasi G. (2006) “*Fast Techniques for Non Photorealistic Rendering.*” Tesis de Doctorado en Informática. Italia, Universidad de Catania. Recuperado de <https://sites.google.com/site/gianpierodibiasi/pubblicazioni> (Visitado Enero 2017)
- Lara Rodríguez, G.A. (2003) “*Técnicas de reconocimiento de imágenes para la creación de fotomosaicos.*” Tesis de Licenciatura en Ciencias de la Computación. Guatemala, Universidad del Valle de Guatemala. Recuperado de <http://estrategiadigital.com.gt/archivos/fotomosaicos/tesisgalrok.pdf> (Visitado Enero 2017)
- López Michelone, M. (2011) *Programación lúdica*. edición digital disponible por mail según <http://la-morsa.blogspot.com.ar/2011/01/programacion-ludica.html> (Visitado enero 2017)
- Murray, J.D. y Van Ryper, W. (1996) “*Encyclopedia of Graphics File Formats*”, 2a Edición, Sebastopol, O'Reilly & Associates, Inc.
- National Institutes of Health (2004) *ImageJ*. (Versión 1.50) Image Processing and Analysis in Java. [Software]. Recuperado de imagej.nih.gov/ij/ (Visitado Enero 2017)
- Satrapa, S. (2014) *Foto-Mosaik-Edda*. (Versión 7.6.17168.1) [Software]. Recuperado de www.fmedda.com/ (Visitado Enero 2017)
- Silvers, R. *Robert Silvers*, Inventor of the Photomosaic © Process and Original Artist. <http://www.photomosaic.com> (Visitado Enero 2017)

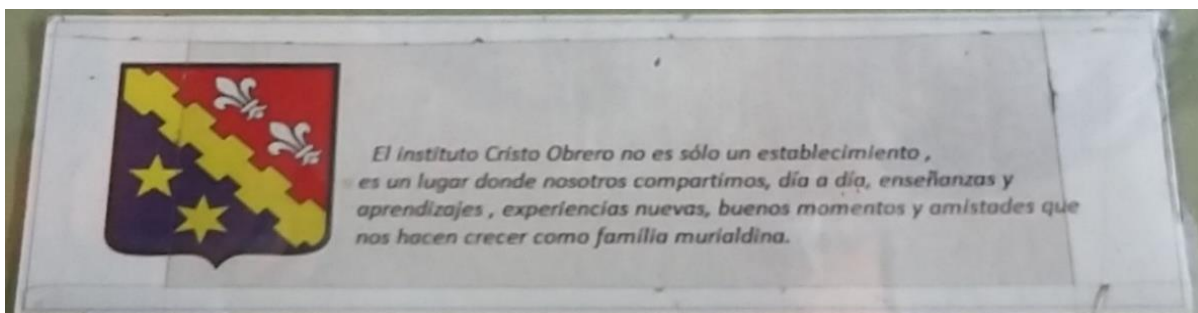
**EXPERIENCIA FOTOMOSAICO:
INTEGRANDO TECNOLOGÍA, CIENCIA, ARTE Y VALORES**
ANEXO- Fotografías de la experiencia.

Ana María Arias Roig
Instituto Cristo Obrero – Argentina



El grupo de alumnos antes de exponer el trabajo.

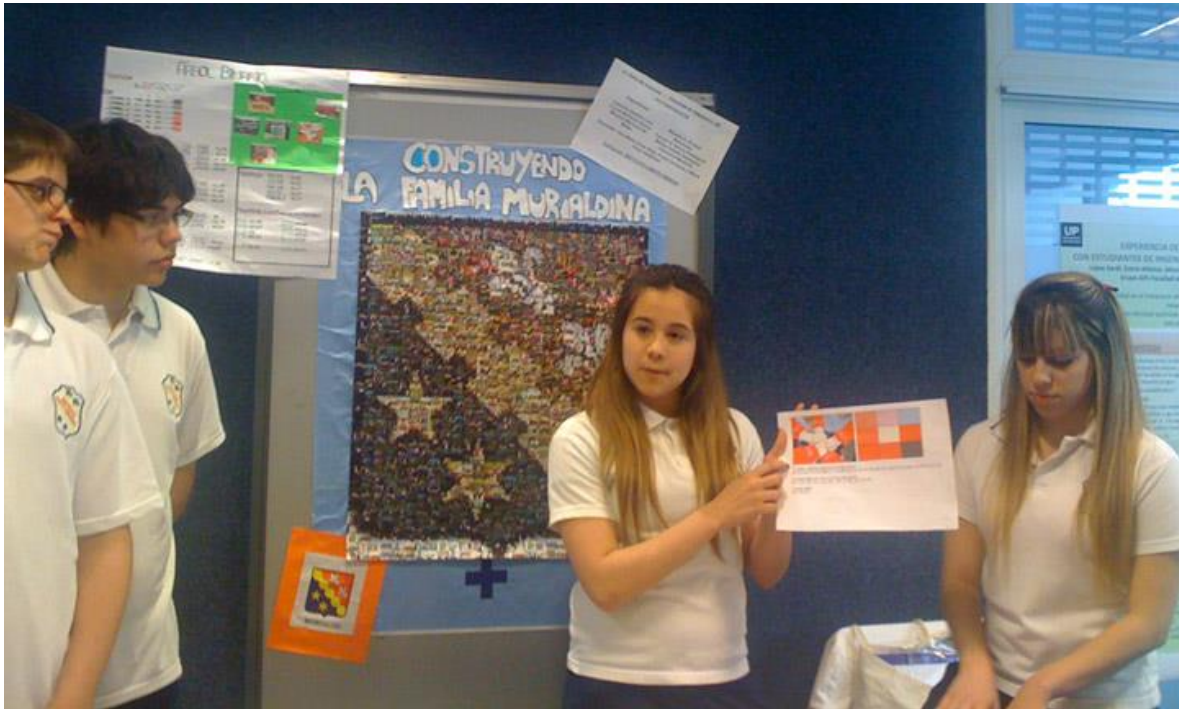




Uno de los señaladores que se repartieron permanece como recuerdo en el escritorio de los auxiliares docentes. *“El Instituto Cristo Obrero no es sólo un establecimiento, es un lugar adonde nosotros compartimos, día a día, enseñanzas y aprendizajes, experiencias nuevas, buenos momentos y amistades que nos hacen crecer como familia muraldina”*



Explicando el árbol de búsqueda



Explicando los promedios por novenos



Detalle de la Estrella



Detalle de la Flor de Lis



Fotomosaico final

MODELOS FANTÁSTICOS Y DONDE ENCONTRARLOS

Aitzol Lasas, Miguel R. Wilhelmi, Jaione Abaurrea
aitzol.lasa@unavarra.es - miguelr.wilhelmi@unavarra.es - jaione.abaurrea@unavarra.es
Universidad Pública de Navarra

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: No específico

Palabras clave: GeoGebra, TSDM, EOS, TGI

Resumen

El Grupo de investigación en didáctica de las matemáticas de la UPNA trabaja desde 2009 en el diseño de modelos dinámicos y en su implementación en situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este poster, se muestra una galería de éstos materiales, que van desde la Educación Infantil hasta la Universidad. Cada modelo se acompaña con sus respectivas explicaciones y justificaciones teóricas, que se fundamentan en un modelo didáctico basado en tres teorías: (1) la Teoría de las situaciones didácticas en matemáticas, (2) el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, y (3) la Teoría de la génesis instrumental. El Grupo de investigación diseña y analiza sus propuestas con la metodología de la Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontosemiótico. Las experiencias realizadas validan el uso de los modelos dinámicos para la implementación de situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El software de geometría dinámica es pues un instrumento eficaz, y la clasificación de modelos en términos de exploración, ilustración y demostración explica las tipologías de la actividad matemática que se puede realizar con software dinámico.

Introducción

El Grupo de investigación en didáctica de las matemáticas de la UPNA (figura 1) trabaja desde 2009 en el diseño de modelos dinámicos y en su implementación en situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.



Figura 1. Logotipo del Grupo de investigación DIDAMATIK.

En este poster, se muestra una galería de éstos materiales, que van desde la Educación Infantil hasta la Universidad. Cada modelo se acompaña con sus respectivas explicaciones y justificaciones teóricas, y son accesibles vía código QR; para ello, basta con fotografiar el código con un teléfono móvil.

Modelo didáctico y metodología

El diseño de los modelos y la implementación de las situaciones en las que estos se utilizan siguen un modelo didáctico que se basa fundamentalmente en tres teorías:

- Teoría de las situaciones didácticas en matemáticas (TSDM, Brousseau)
- Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS, Godino)
- Teoría de la génesis instrumental (TGI, Rabardel)

El equipo diseña y analiza sus propuestas con la metodología de la Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2014)

Clasificación y ejemplificación de modelos

Los recursos empleados se clasifican, según su utilización, en modelos de exploración, ilustración, o demostración.

En los modelos de exploración, la construcción cumple las condiciones iniciales de un problema, y el estudiante explora la situación para extraer conclusiones e inferir propiedades desconocidas hasta el momento; obtiene el *feedback* de la construcción.

En un modelo de ilustración, la construcción cumple las restricciones de una proposición, y el estudiante intenta encontrar un contraejemplo sobre una multitud de casos particulares; al no poder contradecir la proposición la da por buena, basándose en el argumento inductivo.

Finalmente, los pasos informáticos de la construcción ilustrativa no tienen por qué obedecer los pasos del argumento lógico-deductivo. Por ello, en este momento, el docente selecciona situaciones que permitan al estudiante complementar razonamientos inductivos y deductivos, utilizando varios soportes (software, y lápiz y papel), utilizando modelos de demostración.

Galería de modelos dinámicos

Se presentan a continuación los enlaces a los recursos del póster. Se puede acceder directamente a los recursos fotografiando el código QR adjunto a cada recurso. En la tabla 1 se muestran recursos para la educación infantil y primaria; en la tabla 2, se muestran recursos para la educación secundaria obligatoria y el bachillerato; en la tabla 3, se han incluido un recurso utilizado en la universidad en un contexto de investigación teórica.



	
<p>Puntos móviles en el plano (EI)</p>	
	
<p>Larrantzar (EI)</p>	
	
<p>Una parcela para Txuri (EP)</p>	

Tabla 1. Modelos dinámicos para la educación infantil y primaria: enlaces QR.

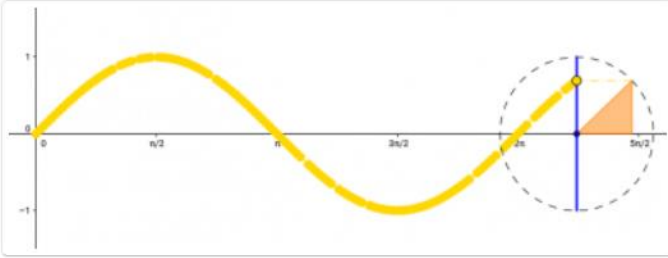


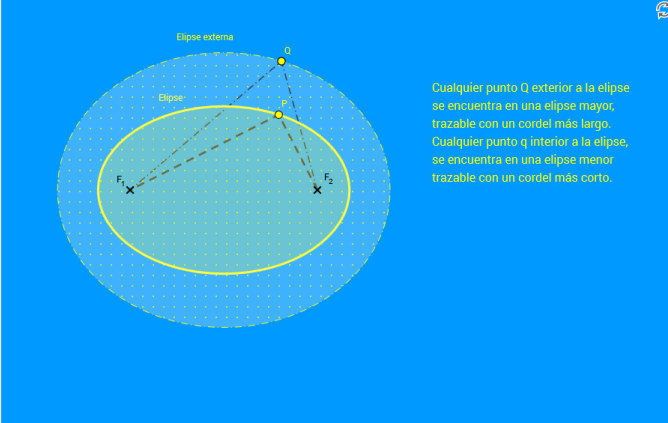

	
<p>Elogio de los triángulos (ESO)</p>	
<p>Valores de la circunferencia: coeficiente de x^2 = 0 coeficiente de x = 0 coeficiente de xy = 0 coeficiente de y^2 = 0 coeficiente de y = 0 constante = 0</p> <p>Circunferencia: $(0)x^2 + (0)x + (0)xy + (0)y^2 + (0)y + (0) = 0$</p> <p>¿La circunferencia tiene puntos de corte en los ejes de coordenadas?</p>	
<p>Método del cuadrado (Bachiller)</p>	
 <p>Cualquier punto Q exterior a la elipse se encuentra en una elipse mayor, trazable con un cordel más largo. Cualquier punto q interior a la elipse, se encuentra en una elipse menor trazable con un cordel más corto.</p>	
<p>La conferencia perdida de Feynman (Bachiller)</p>	

Tabla 2. Modelos dinámicos para la educación secundaria obligatoria y postobligatoria: enlaces QR.

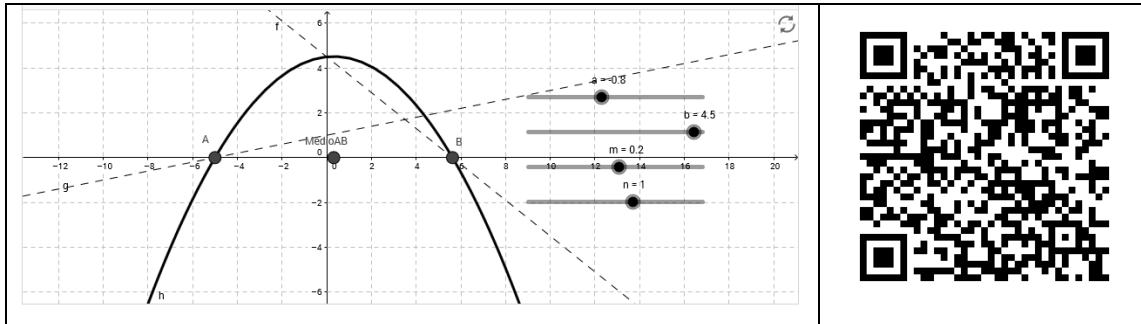


Tabla 3. Modelos dinámicos para la universidad y la investigación: enlaces QR.

Conclusiones

Las experiencias realizadas validan el uso de los modelos dinámicos para la implementación de situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El software de geometría dinámica es pues un instrumento eficaz. La clasificación de modelos en términos de exploración, ilustración y demostración explica las tipologías de la actividad matemática que se puede realizar con software dinámico.

Referencias bibliográficas

- Lasa, A., Abaurrea, J., & Belloso, N. (2016). Dynamic models for trigonometry. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 5(2), 30-55.
 [Recuperable en: <http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/28630/21958>]
- Lasa, A. (2016). *Instrumentación del medio material GeoGebra*. Tesis doctoral. Pamplona: UPNA.
 [Recuperable en: <http://academica-e.unavarra.es/handle/2454/20992>]
- Lasa, A. (2015). *Jarduera matematikoa eredu dinamikoen laguntzaz*. Bilbo: UEU.
 [Recuperable en: http://www.ueu.eus/denda/ikusi/jarduera_matematikoa_eredu_dinamikoen_laguntzaz]
- Godino, J.D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., Wilhelmi., M.R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el EOS. *Recherches en didactique des mathématiques*, 34(2-3), 20-35.
 [Recuperable en: <http://rdm.penseesauvage.com/Ingenieria-didactica-basada-en-el.html>]
- Lasa, A., Wilhelmi, M.R., Belletich, O. (2014). A plot for Laika. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(4), 1089-1110.
 [Recuperable en: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/22011/pdf>]
- Lasa, A., Wilhelmi, M.R. (2013). Use of GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 2(1), 52-64.
 [Recuperable en: <http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/15160/12279>]

Estudo das posições relativas entre reta e plano: Uma proposta de abordagem geométrica utilizando Geogebra.

Carlos André Bogéa Pereira¹ – Rildenir Ribeiro Silva² – Wanessa Danielle Barbosa Soares³
andre.bogea@hotmail.com – ril.ifmatematico@gmail.com – wanessasoares2.lettras@gmail.com

USF–SP - Brasil
IFMA – MA – Brasil
UNINASSAU – MA - Brasil

Núcleo temático: **Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.**

Modalidad: **P**

Nivel educativo: **Nivel educativo terciario o Bachillerato (16 a 18 años)**

Palabras clave: **Resolução de problemas, Geometria Analítica, Geogebra**

Resumo

Este trabalho teve como ponto de partida viabilizar uma nova forma de se analisar e representar os resultados analíticos encontrados na resolução de problemas do estudo das posições relativas entre retas e planos, assunto este abordado em Geometria Analítica nos cursos de graduação das áreas de exatas como Matemática, Física, Química, Engenharias, Sistemas de Informação, etc. Nosso objetivo é dar um enfoque geométrico no desenvolvimento da resolução dos problemas de posição relativa entre reta e reta, reta e plano e plano e plano, onde este assunto é visto em muitas práticas pedagógicas apenas de maneira superficial, com um tratado teórico. As análises, com esta nova metodologia de ensino foi implementada durante às aulas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica em laboratórios de informática do IFMA, apresentando os conteúdos teóricos trabalhados em sala de aula com a aplicação do software Geogebra para à verificação e validação dos resultados. Utilizamos o software dinâmico, como uma metodologia alternativa, para auxiliar na complementação das atividades teóricas, almejando um pleno desenvolvimento deste conteúdo de nível superior, uma vez que, tal dinamização do conhecimento pode ser inserida em diversas outras aplicações com este recurso, proporcionando novas possibilidades para o ensino e aprendizagem da Geometria.

Introdução

Pesquisas recentes sobre o ensino e aprendizagem da matemática revelam que esta disciplina é um dos principais componentes curriculares com grande déficit de desempenho nas escolas de muitos países. As dificuldades podem começar no ensino básico, perdurando ao longo da vida acadêmica. Porém, paralelamente a estes problemas, está o desenvolvimento tecnológico das grandes mídias, meios de comunicação e informação.

A utilização dessas tecnologias no ensino da matemática vem se firmando como uma das áreas mais ativas e relevantes no aprimoramento de novas abordagens e ferramentas de ensino. Segundo Ponte e Oliveira (2003), a eficácia da utilização de ferramentas computacionais pode “trazer novas perspectivas no ensino da Matemática de modo profundamente inovador, reforçando o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação e relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica”. Dessa forma, as atividades mediadas pelo uso de softwares permitirão ao professor explorar as distintas formas de representar um mesmo problema sendo de forma gráfica, algébrica ou por meio de tabelas.

Sendo nosso ponto de partida como campo de pesquisa, a Geometria Analítica é a área que mais tem sido beneficiada pelas transformações com a utilização das tecnologias, principalmente, no desenvolvimento de softwares específicos voltados para o seu processo de ensino e aprendizagem. Conforme diz Zullato (2002) são frequentemente utilizados no ensino de Geometria e permitem trabalhar com Geometria Euclidiana Plana, Geometria Não-Euclidiana e Geometria Analítica. Ainda segundo o mesmo autor, os softwares são utilizados com a intenção de mostrar as propriedades que estão sendo estudadas com o intuito de realizar a verificação e visualização de propriedades.

Diante do advento da tecnologia e, sobretudo, nas salas de aula ao longo de décadas, a utilização das tecnologias da Informação e Comunicação no ensino da matemática vem pontualmente, se firmando como uma das áreas mais ativas e relevantes no aprimoramento de novas abordagens e ferramentas de ensino. A disponibilidade de inúmeros recursos como internet e softwares dinâmicos trabalhados de forma planejada e orientada, vem sendo de grande relevância para o surgimento de novas capacidades, abrindo um leque de possibilidades didáticas, modificando inclusive as relações entre professor e aluno no processo de ensinar e aprender. Segundo D’Ambrósio e Barros (1990), essas mudanças causam grandes impactos na sociedade, gerando reflexos conceituais e curriculares na educação básica e na educação superior.

O âmbito de sala de aula, sem dúvida, não poderia estar de fora dessas transformações que ocorrem no mundo moderno com surgimentos de novas tecnologias. Ao longo de décadas, propostas voltadas para a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) estão cada vez mais presentes em várias instâncias dentro da educação, seja por meio de políticas públicas ou até mesmo por desenvolvimento de pesquisa no mundo acadêmico e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) são bem claros ao apontar com relevância o ensino da matemática

com utilização de tecnologias. Diante do novo cenário e realidades distintas encontradas nas salas de aula, por meios das TICs, devemos utilizar as novas tecnologias:

De comum acordo com o ensino desenvolvido, a avaliação deve dar informação sobre o conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos; a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano; a capacidade para utilizar as linguagens das Ciências, da Matemática e suas Tecnologias para comunicar ideias; e as habilidades de pensamento como analisar, generalizar, inferir. (BRASIL, 2000, p.54).

Em se tratando de novas tecnologias adotadas como forma de suporte para auxiliar no ensino aprendizagem em sala de aula verifica-se em Borba (1999) que:

A introdução das novas tecnologias – computadores, calculadoras gráficas e interfaces que se modificam a cada dia – tem levantado diversas questões. Dentre elas destaco as preocupações relativas às mudanças curriculares, às novas dinâmicas da sala de aula, ao “novo” papel do professor e ao papel do computador nesta sala de aula. (BORBA, 1999, p. 285).

Metodologia

O ensino do Cálculo Vetorial e Geometria Analítica, especificamente, na abordagem das posições relativas entre reta e plano, a partir da utilização do software dinâmico Geogebra, pode favorecer a construção de significados em Matemática a partir da representação de conceitos, estudos de propriedades intrínsecas às construções realizadas, bem como explorar, a partir da visualização, das formas algébrica e geométrica desses conceitos encontrados nos livros acadêmicos (BOULOS; CAMARGO, 2006). Essa forma dinâmica de aprendizado proposta pelo Geogebra pode favorecer à interação e estreitar os caminhos entre aluno e as novas ferramentas computacionais de aprendizagem.

O software Geogebra é um software matemático livre que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas. Por um lado, o Geogebra é um sistema de geometria dinâmica, permitindo realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica.

Nesse trabalho utiliza-se o Geogebra 5.0, em que o mesmo apresenta uma plataforma diferenciada para análise em duas e três dimensões, conforme mostra a figura 1:

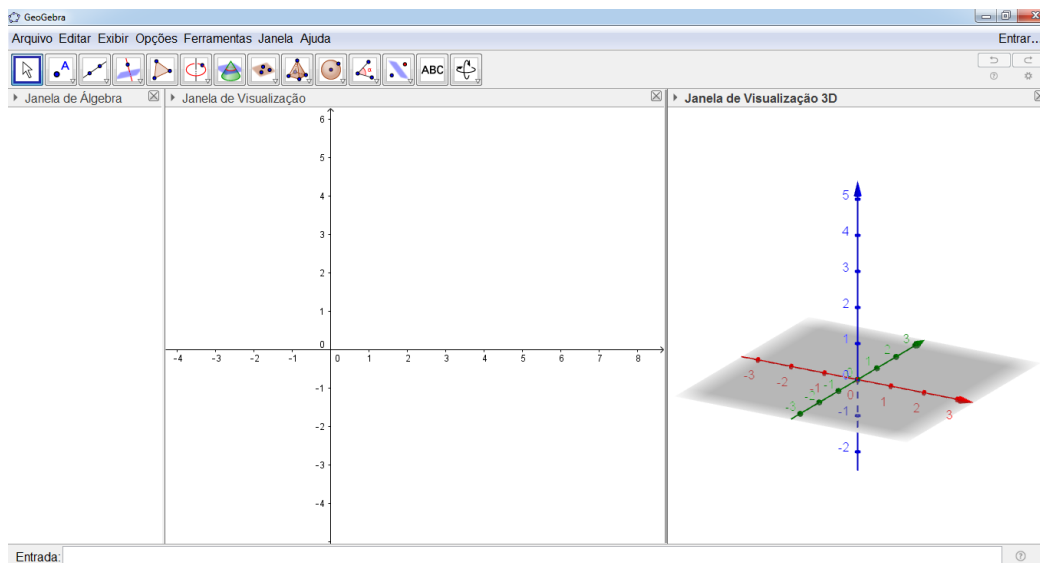


Figura 1: Janela principal do Geogebra 5.0 gerada pelo autor.

A partir desta ferramenta pedagógica, realiza-se como atividade exploratória alguns exercícios do livro acadêmico: “*Geometria Analítica: Um tratamento Vetorial*” de *Paulo Boulos* e *Ivan de Camargo*. As atividades são para verificar de forma gráfica, às propriedades que asseguram os conceitos sobre às posições relativas entre retas e planos estudadas no capítulo 16. Com base nos autores, foram preparadas 3 atividades que serão analisadas o comportamento gráfico entre Reta e Reta, Reta e Pano e Plano e Plano, verificando às condições abordadas teoricamente de forma geométrica.

Resultados e Discussões

As simulações e verificações foram realizadas pelos alunos de graduação do curso de Matemática da Faculdade do Maranhão FACAM de maneira participativa e cooperativa com alunos do IFMA em laboratório de informática. A motivação para esta pesquisa, partiu da inquietação dos autores desta pesquisa, pelo fato de os problemas terem uma simples resolução, sem nenhum enfoque geométrico desses elementos. As investigações tiveram como ponto de partida, algumas atividades do livro já mencionado, em que propõe-se através de uma análise dinâmica, resolver os problemas propostos, proporcionando uma nova interpretação dos resultados analíticos obtidos nesta referência.

1ª Investigação – Posição relativa entre reta e reta

Nesta atividade, verifica-se a posição relativa entre duas retas r e s . De acordo com (BOULOS, P.; CAMARGO, I, 2006), para tal verificação, deve-se fixar um sistema de coordenadas no espaço e designar por $\vec{u} = (a, b, c)$ um vetor diretor de r , $\vec{v} = (m, n, p)$ um vetor diretor de s , por $A = (x_1, y_1, z_1)$, um ponto qualquer de r e por $B = (x_2, y_2, z_2)$, um ponto qualquer de s . Analisemos a 2ª questão: Estude a posição relativa entre as retas: $r: X = (1, 2, 3) + \alpha(0, 1, 3)$, com $(\alpha \in \mathbb{R})$ e $s: X = (1, 3, 6) + \beta(0, 2, 6)$, com $(\beta \in \mathbb{R})$.

Para inserir os elementos geométricos no software, podemos utilizar a aba mostrada na figura 2 que segue,

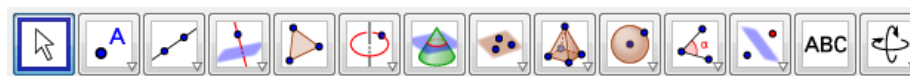


Figura 2: Aba das principais ferramentas. Fonte Geogebra.

ou, então, no campo de entrada do Geogebra, digitar os parâmetros para cada reta dada, os pontos $A = (1,2,3)$ e $B = (1,3,6)$ e os respectivos vetores diretores das retas r e s , $\vec{u} = (0, 1, 3)$ e $\vec{v} = (0, 2, 6)$. Para identificar as retas r e s , digitamos no CAMPO DE ENTRADA o comando **reta(A, u)**, isto é, queremos identificar a reta r que passa pelo ponto A e possui vetor diretor u , da mesma forma, para identificar a reta s que passa pelo ponto B e tem como vetor diretor v digitamos **reta(B, v)**. Os resultados da Atividade 1, ilustrados no gráfico 1 abaixo, mostram que, como os vetores são proporcionais, isto é, $\vec{v} = 2\vec{u}$, logo, r e s são paralelas, $r // s$.

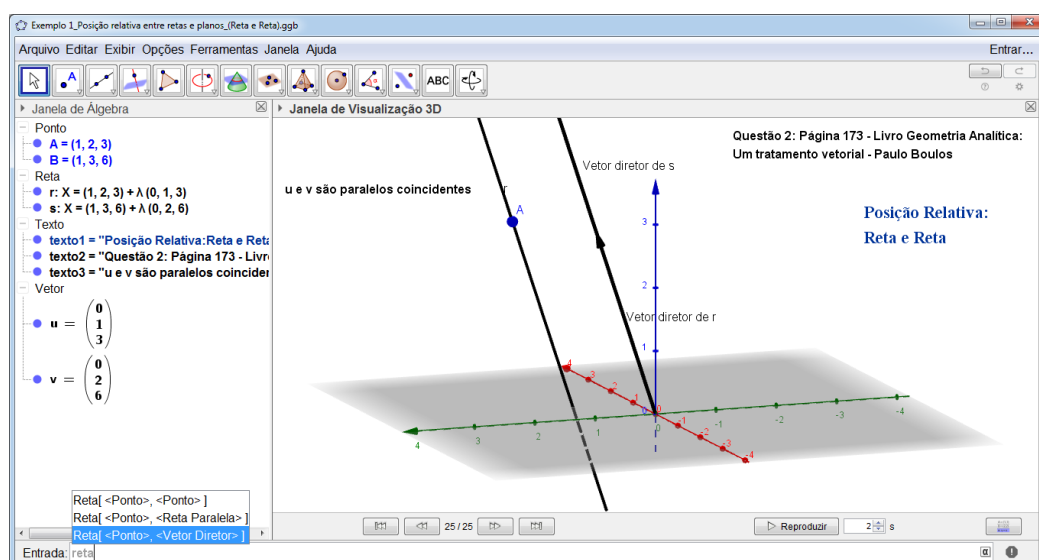


Figura 3: Interpretação geométrica entre duas retas.

2ª Investigação – Plano e Plano

Na página 206 da referência supracitada, é proposto o seguinte problema: “Verificar se os planos $a: x + y - z - 2 = 0$ e $b: 4x - 2y + 2z = 0$ são perpendiculares”.

Pelas equações cartesianas dos planos a e b , podemos tirar seus respectivos vetores diretores normais $\vec{c} = (1, 1, -1)$ e $\vec{u} = (4, -2, 2)$ e digitá-los no **Campo de entrada** do Geogebra. A solução geométrica é mostrada na figura 4, em que conclui-se que os planos a e b são perpendiculares, verificando a inclinação entre eles, através do comando $\hat{\text{Ângulo}}(a,b)$, e pressionando a tecla ENTER, encontra-se o ângulo $\alpha = 90^\circ$, o que comprova a perpendicularidade entre estes entes geométricos.

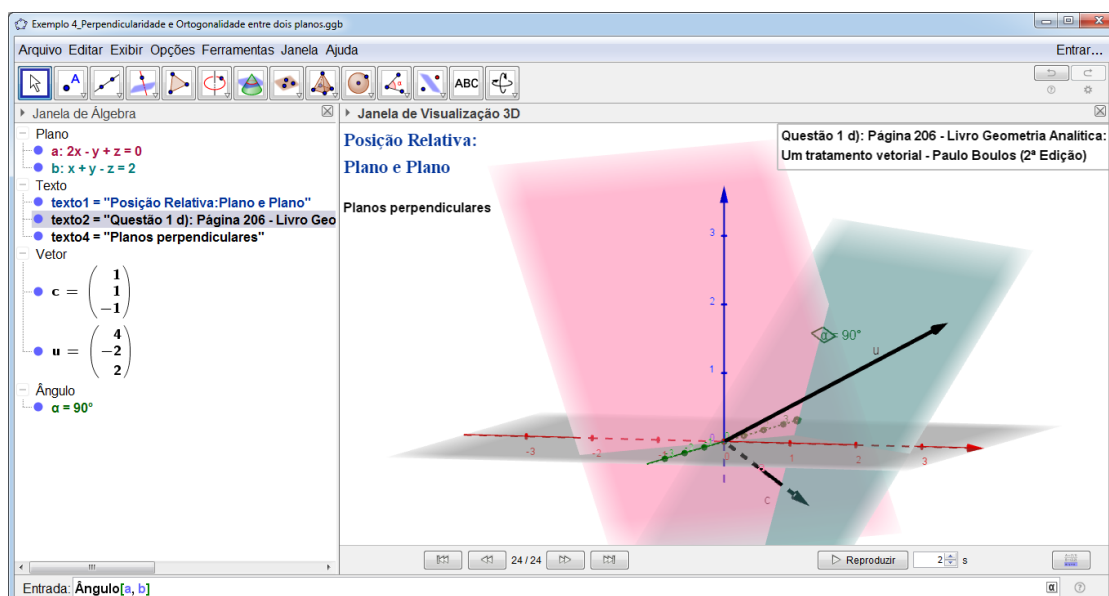


Figura 4: Interpretação geométrica entre dois planos.

Conclusão

Diante das análises e resultados obtidos nesta pesquisa, ressalta-se o importante relato dos alunos em relação às investigações realizadas no laboratório, onde os mesmos confirmam que a metodologia aplicada com o uso do Geogebra durante as simulações, em que elas proporcionaram um bom desempenho no entendimento do conteúdo de Geometria Analítica sob uma nova perspectiva de observar a resolução dos problemas propostos, no que tange aos tópicos de posições relativas entre retas e planos, o que tornou este assunto mais interativo e acessível.

Este trabalho proporcionou à ampliação dos conhecimentos dos estudantes nas áreas em pesquisa como na Matemática, Geometria Analítica e Recursos Computacionais como ferramentas de investigação das aprendizagens correlatas. O avanço no conhecimento e aprendizado, se desencadeou, em virtude do desenvolvimento das novas metodologias aplicadas neste ramo da matemática, visando um completo entendimento do aluno, através das análises algébricas e geométricas destes conteúdos até então, vistos de maneira superficial, através de uma simples abordagem teórica, uma forma também de enriquecer a abordagem realizada na referência citada.

Assim, com os resultados alcançados pelos alunos, percebe-se que o papel do educador na arte de ensinar está se tornando cada vez mais desafiador com o passar dos tempos. Surgem cada vez mais novas possibilidades e oportunidades de se aplicarem recursos tecnológicos no ambiente de sala de aula para promover, sobretudo, um aprendizado interativo e significativo entre todos os envolvidos nas ações de ensinar e aprender. A partir dessas experiências propostas e realizadas, surgem reflexões que devem ser de todos os docentes da área, onde possam a cada prática educativa rever suas concepções de ensino e aprendizagem em que estes processos não podem ser resumidos a um mero processo de transmissão e aceitação de informações, e sim, pensados como um processo permanente de construção cognitiva que é estimulado pela investigação e participação dos discentes.

Referencias bibliográficas

Borba, M. C. (1999) Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização de Pensamento. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP.

Boulos, P.; Camargo, I. (2006). *Geometria Analítica – Um tratamento Vetorial*. 3. ed. São Paulo: Makron Books.

D'ambrosio, U.; Barros, J. P. D. (1990). *Computadores, Escola e Sociedade*. São Paulo: Scipione.

Geogebra-Informações (2016): *Geogebra ajuda e busca*: Universidade de Salzburg. Markus Hohenwarter. Traduzido por: Herminio Borges Neto, Luciana de Lima, Alana Paula Araújo Freitas, Alana Souza de Oliveira. Disponível em: <https://app.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf>. Acesso em: 02 de Setembro de 2016.

Ponte, J. P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2003) *Investigações Matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Zulatto, R. B. A. (2002). *Professores de Matemática que utilizam Software de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2002.

EL CARÁCTER CULTURAL DEL PROGRAMA DE ETNOMATEMÁTICA: VISUALIZANDO PRÁCTICAS CULTURALES Y FORMAS DE CONOCER DESDE DIVERSAS POSTURAS

Ma. Elena Gavarrete – Veronica Albanese

maria.gavarrete.villaverde@una.cr – vealbanese@ugr.es

Universidad Nacional, Costa Rica – Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Aspectos Socioculturales de la Educación Matemática

Modalidad: Poster

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Resumen

Identificamos dos posturas distintas en el Programa de Etnomatemática: 1) matemáticas en las prácticas culturales y 2) formas de conocer. El factor clave a considerar es el carácter cultural manifiesto en el programa: por un lado en muchas prácticas de varias culturas se presentan conceptos y constructos que se pueden reconocer como matemáticos; por otro lado, la valoración de las ideas de otras culturas implica la búsqueda de estas formas diversas que los grupos culturales construyen para sobrevivir y trascender (Albanese, 2015); pues, por un lado se reconocen matemáticas en las prácticas de grupos culturales identificados, por otro lado se buscan nuevas formas de conocer y hacer matemáticas que son características de una cultura (Barton, 1999), identificando la Etnomatemática con la investigación de las formas, maneras (ticas) de conocer, entender y relacionar con (matema) el entorno (etno) (D'Ambrosio, 2008). Mostraremos como algunos autores han considerado ambas visiones simultáneamente o en momentos distintos de sus trabajos. Proporcionamos unos ejemplos de investigaciones de las autoras en las dos visiones: el Conocimiento Matemático Cultural (Gavarrete, 2012) como forma de conocer y el reconocimiento de figuras geométricas en la trama de los tejidos de las comunidades gremiales como matemáticas en las prácticas culturales.

Palabras clave: Etnomatemática, Prácticas culturales, Formas de conocer, artesanías de trenzado

1. Introducción

Este trabajo se realiza a partir de reflexiones de las autoras con respecto a sus investigaciones en dos grupos culturales distintos, el gremio de los sogueros en Argentina y el gremio de las tejedoras de cestas en comunidades indígenas de Costa Rica (Albanese y Perales, 2014; Gavarrete, 2012).

A partir de dichos trabajos de investigación, se identifican diversas perspectivas teóricas y resultados empíricos sobre las formas de hacer y entender matemáticas (las etnomatemáticas), donde se identificaron dos posturas distintas del Programa de Etnomatemática. Una de ellas es la

de “las matemáticas en las prácticas culturales” y la otra corresponde a “las matemáticas como formas de conocer”.

En esta reflexión sobre visiones de la Etnomatemática se destaca que algunos autores han considerado ambas visiones simultáneamente o en momentos distintos de sus trabajos.

Asimismo, se proporciona un ejemplo en cada grupo cultural diferenciado, basado en el reconocimiento de figuras geométricas en la trama de los tejidos artesanales como matemáticas en las prácticas culturales y como conocimiento matemático cultural.

2. Etnomatemática en las prácticas culturales y en las formas de conocer desde diversas posturas teóricas: planteamiento comparativo

El factor clave a considerar es el carácter cultural manifiesto en el Programa: por un lado en muchas prácticas de varias culturas se presentan conceptos y constructos que se pueden reconocer como matemáticos, desde el punto de vista de la matemática escolar; por otro lado, la valoración de las ideas de otras culturas implica la búsqueda de estas formas diversas que los grupos culturales construyen para sobrevivir y trascender (D’Ambrosio, 2008); pues, por un lado se *reconocen* matemáticas en las prácticas de grupos culturales identificados (D’Ambrosio, 1985; Barton, 1996), por otro lado se *buscan* nuevas formas de conocer y hacer matemáticas que son características de una cultura, identificando la Etnomatemática con la investigación de las formas, maneras (ticas) de conocer, entender y relacionar con (matema) el entorno (etno) (D’Ambrosio, 2007, 2008).

Entonces la Etnomatemática, a partir de su propósito inicial de reconocer ideas y prácticas matemáticas en grupos culturales diversos, abarca ahora estudios más amplios que focalizan en la manera en que el contexto social, político y cultural influye en los procesos de generación, organización y comunicación del conocimiento (D’Ambrosio, 2012).

Reconocemos que la perspectiva de las Etnomatemáticas como *matemáticas en las prácticas culturales* es históricamente la primera que surge en las definiciones de Etnomatemática, como se observa en las citas del D’Ambrosio que nombramos anteriormente. Y también es la primera que generalmente se manifiesta en los trabajos de los autores cuya visión abarca las dos perspectivas, cuando estas se presentan en momentos distintos del desarrollo profesional. Presentamos a este propósito el caso de Bill Barton: primero entiende la Etnomatemática como el estudio de conceptos y prácticas -que según el investigador son matemáticos- articulados y utilizados por los grupos culturales (Barton, 1996). Se destaca aquí que el rol de investigar es el

de buscar las matemáticas que funcionan en la práctica. Unos años después propone una visión de la matemática en perspectiva etnomatemática como QRS-system (Barton, 2008), es decir, todo sistema que abarca los aspectos relacionales, cuantitativos y espaciales de la experiencia humana, en donde se destaca una atención a la forma de conocer y de pensar el mundo real que cada cultura desarrolla de su propia manera.

Creemos que la perspectiva de *matemáticas en la práctica* se fundamenta en una postura que tiene sus raíces en un matiz universal de la matemática. A este propósito recordamos las Actividades Matemáticas Universales que Bishop (1999) define como actividades comunes a todas las culturas y que son generadora de las matemáticas. La perspectiva como *forma de conocer* apunta y resalta la posibilidad de que existan múltiples matemáticas (Oliveras, 2006) y que estas pueden ser diversas.

Otros autores consideran simultáneamente ambas perspectivas. Rosa y Orey (2012) toman en cuenta la dicotomía *etic* y *emic*, característica de los antropólogos. Una perspectiva *emic* se basa en las dinámicas y relaciones internas al grupo cultural, es decir que las categorías de análisis son del propio grupo que se está estudiando y respetan su visión de la realidad; aquí prevalece el respeto hacia las distintas formas de conocer de otras culturas y el intento de no desnaturalizar estas formas a través de la visión del investigador. Al contrario en una perspectiva *etic* se expresan esquemas y categorías conceptuales externas a la cultura que se está estudiando y las categorías de análisis generalmente son propias del investigador que representa la visión de la comunidad científica y puede no coincidir con la visión propia de la cultura en cuestión.

Aquí prevalece la necesidad de crear puentes entre las dos visiones y de interpretar una en término de la otra; está presente el riesgo de alterar, pero la intención es permitir una comunicación entre las dos culturas, una traducción que permita el acercamiento, y aunque no la compenetración, por lo menos la posibilidad de poder relacionarse. Compartimos con estos autores la relevancia de un enfoque dialéctico entre estas dos visiones y lo ilustramos a través del cartel que se presenta en el VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VIII CIBEM).

3. Etnomatemática en las prácticas culturales y en las formas de conocer desde los resultados de investigación

En el trabajo de Albanese y Perales (2014) se estudia el proceso de realización de trenzas por parte de un gremio de artesanos bonaerense en Argentina. En investigaciones anteriores (Albanes, Oliveras y Perales, 2014) se había planteado la posibilidad de emplear un modelo que

permitía representar la elaboración del trenzado recurriendo al concepto matemático de grafo. Pero una segunda inmersión en el campo ha permitido llegar a la conclusión que tal modelo se enmarcaba en una postura de la Etnomatemática como matemáticas en las prácticas culturales ya que reflejaba un intento de la investigadora de *reconocer* matemáticas en esta práctica artesanal. Entonces se plantea buscar el *pensamiento matemático artesanal*, a través del estudio del *lenguaje* verbal y simbólico que los artesanos desarrollan para explicar el proceso de elaboración de trenzas. Este se constituye de unas indicaciones muy específicas (Figura 1), basadas en códigos que detallan como hay que entrelazar los cabos que conforman la trenza. Cuando la investigadora se dispuso a *buscar* otras formas de hacer matemáticas -sin quedarse encorsetada en los conceptos propios de la matemática escolar- pudo observar los patrones numéricos sobre los cuales se fundamenta el entramado del trenzado (Albanese, 2015).

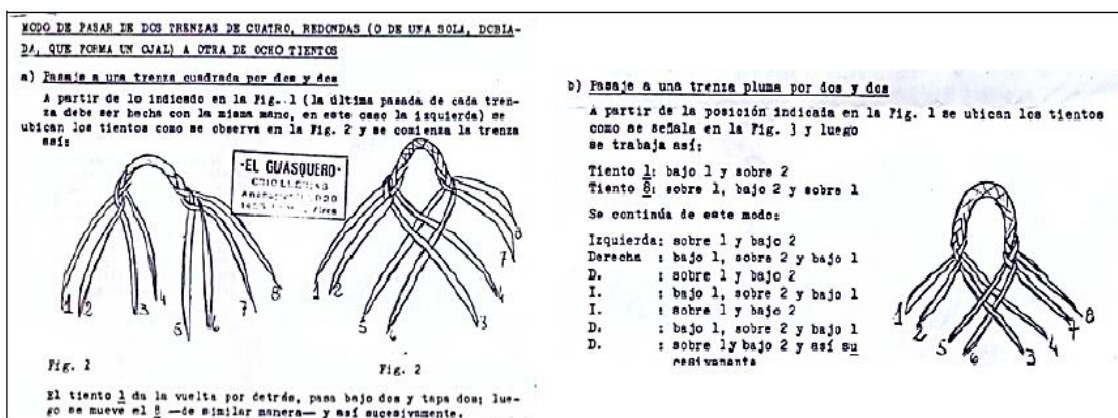


Figura 1. Explicación artesanal para la elaboración de trenzas (Albanese y Perales, 2014).

Por otra parte, D'Ambrosio (1985, 2007, 2008) afirma que la etnomatemática no debe ser entendida como el estudio de las “matemáticas de las diversas etnias”, sino como el estudio de “las distintas formas de conocer”; y a partir de esta idea es que Gavarrete (2012) propone en su investigación el constructo de Conocimiento Matemático Cultural Indígena de Costa Rica, el cual caracteriza (Gavarrete, 2015) a partir de una fundamentación teórica y empírica.

Al caracterizar el constructo, se evidencian etnomatemáticas específicas, las cuales toman en cuenta que el conocimiento indígena es un conocimiento singular, tradicional y local “que existe dentro de las condiciones específicas de mujeres y hombres de un área geográfica particular y que se desarrolló alrededor de ellas” (Grenier, 1999, p.1), donde los sistemas de conocimiento desde la colectividad son dinámicos y están regidos por los mitos y ritos que conforma su herencia e idiosincrasia cultural. Dichos sistemas pueden producir innovaciones desde dentro y

también pueden internalizar, usar y adaptar conocimientos externos a sus situación, procurando la sobrevivencia y trascendencia cultural, desde la perspectiva de D'Ambrosio (2007).

La caracterización dada por Gavarrete (2015) del *Conocimiento Matemático Cultural* (CMC) se realiza a través de los siguientes *atributos*:

- *Versátil y dinámico* porque ocurre de manera diferente en culturas y épocas distintas; por ejemplo, la cosmovisión indígena otorga conocimientos y comportamientos socialmente compartidos, registrados por tradición oral, o de forma gráfica, que son difundidos para garantizar la pervivencia de las sociedades, que guarda información ancestral codificada, bajo otras formas de representación (Gavarrete y Jaén, 2014) .
- *Holístico y transdisciplinar* porque trabaja sobre un modelo que se compone de saberes en distintas áreas y que posee un carácter integrador, por ejemplo la tradición oral es un canal de transmisión del conocimiento mítico, donde cada historia contiene una simbología que aglutina elementos de la cosmovisión y diversidad de saberes de carácter polivalente (García & Jaén, 1996).
- *Recurso para la sobrevivencia y la trascendencia*, pues favorece la organización de los aprendizajes para enfrentar el presente y recurre a la memoria para solventar el futuro; de esta forma, en el proceso de adquisición y elaboración de conocimiento, el presente se entiende como resultado de un proceso individual y cultural en el que el *comportamiento se define y enriquece* con los elementos del entorno (D'Ambrosio, 2008).

Los atributos señalados anteriormente, favorecieron la identificación y caracterización del Conocimiento Matemático Cultural presente en elementos del patrimonio tangible, como el tejido de cestas indígenas, las cuales son un artefacto de uso cotidiano, que representa a nivel mítico la vida, ya que la concepción misma de los indígenas Talamanqueños está asentada sobre una cesta, porque en la historia mítica, esta cesta representa el útero en el que se guardaron las semillas que Sibö (deidad principal) creó para habitar el mundo indígena.

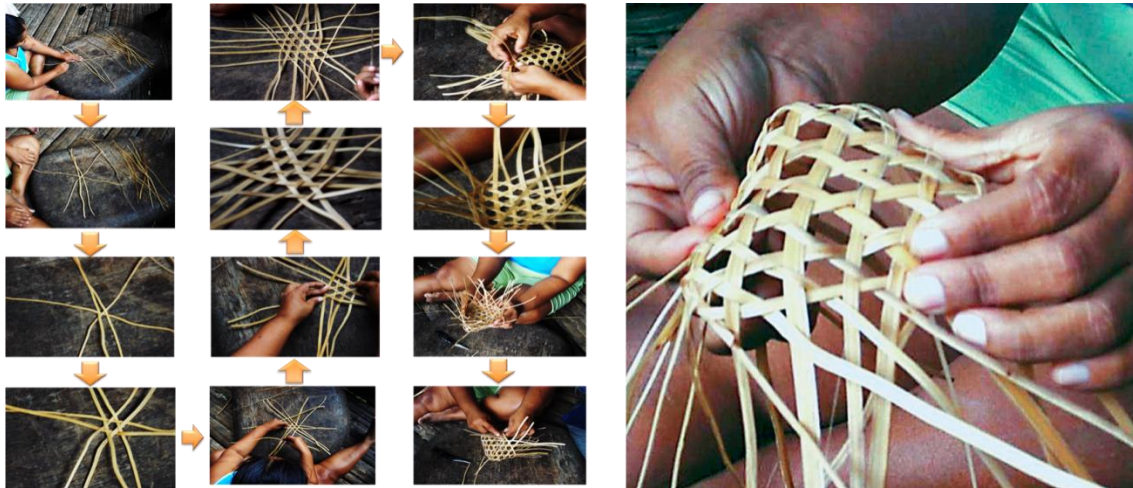


Figura 2 .Secuencia de construcción de una cesta tradicional indígena (Gavarrete, 2012)

En la Figura 2 se describe el proceso de construcción de una cesta indígena, la cual tiene una base inferior cerrada de forma triangular y un borde superior de forma circular, además los enlaces en la forma del tejido lateral describen triángulos y hexágonos enlazados entre sí con fibras naturales.

La cesta es una herramienta de la etnociencia indígena para codificar el legado de información ancestral, utilizando como signos las formas geométricas. La relación del triángulo equilátero inscrito en el círculo, muestra la existencia de conocimientos geométricos importantes por parte de los artesanos ya que esto se considera una relación perfecta y armoniosa. La base (inferior) de la cesta es poligonal y el proceso de tejido produce una deformación topológica hasta que la boca de la cesta (base superior) es circular. Entonces, el hecho mismo de encontrar bases poligonales inscritas en círculos contiene relaciones implícitas de búsqueda de equilibrio geométrico y aporta relaciones simbólicas que además permiten entender los criterios de unicidad y completitud.

4. Reflexión sobre ambas posturas y sus implicaciones a nivel educativo

Respecto a las Etnomatemáticas en las Prácticas Culturales y las Etnomatemáticas como Formas de Conocer, se considera necesario crear puentes entre las dos visiones e interpretar una en término de la otra.

En las investigaciones de las autoras se constatan las dos visiones, respectivamente:

- 1) el reconocimiento de una modelización con grafos y la búsqueda de patrones numéricos en el trenzado soguero en las investigaciones de Albanese (Albanese y Perales, 2014; Albanese, 2015) y,

- 2) el Conocimiento Matemático Cultural como forma de conocer y el reconocimiento de figuras geométricas en la trama de los tejidos de las comunidades indígenas como matemáticas en las prácticas culturales en las investigaciones de Gavarrete (2012).

Las Etnomatemáticas como *matemáticas en las prácticas culturales* se prestan más a las investigaciones que tienen fines de diseño de tareas para la enseñanza obligatoria, que buscan contextualizaciones con sentido.

Las Etnomatemáticas como *matemáticas en las formas de conocer* se prestan más a la reflexión sobre la naturaleza epistemológica de las matemáticas, pueden tener un interés antropológico más marcado, entonces son más aptas para propuestas de impronta investigativa en cursos de formación docente con el propósito de generar la reflexión, y la enculturación a través de la vivenciación de las experiencias indagatorias.

Referencias bibliográficas

- Albanese, V., y Perales, F. J. (2014). Pensar Matemáticamente: Una Visión Etnomatemática de la Práctica Artesanal Soguera. *RELIME - Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(3), 261-288.
- Albanese, V., Oliveras, M. L., y Perales, F. J. (2014). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: Aplicación de un Modelo Metodológico elaborado. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 1-20.
- Albanese, V. (2015). Etnomodelos de trenzado, etnomatemática de una artesanía argentina. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 29(52), 493-507.
- Albanese, V. (2015). Desarrollo de una tesis doctoral en Etnomatemática: construcción de una investigación emergente. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 381.
- Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1), 201-233.
- Barton, B. (1999). Ethnomathematics and philosophy. *ZDM*, 31(2), 54-58.
- Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Melbourne: Springer.
- Bishop, A.J. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona: Paidós.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J.Giménez, J.Diez-Palomar, & M. Civil (Eds.), *Educación Matemática y Exclusión* (pp.83-102). España: Graó.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa
- D'Ambrosio, U. (2012). The Program Ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis*, 3-4, 13-41.
- García, A. y Jaén, A. (1996). *Íes sa' Yilite. Nuestros Orígenes. Historias Bribris*. San José: Editorial Centro Cultural Español.

- Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas de Costa Rica*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España.
- Gavarrete, M. E. y Jaén, A. (2014). Validación de conocimiento en sistemas de representación del mundo indígena precolombino. En M. Rosa [Ed.]. *Journal of Mathematics and Culture: Proceedings of Fifth International Congress on Ethnomathematics*, 8(1), 18-19.
- Gavarrete, M. E. (2015). Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 136-176.
- Grenier, L. (1999). *Conocimiento indígena. Guía para el investigador*. San José: Editorial Tecnológica de Costa Rica y Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo-Canadá.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas de la multiculturalidad al mestizaje. En J. Goñi (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp.117-149). Barcelona, España: Grao.
- Rosa, M. y Orey, D.C. (2012). The field of research in ethnomodeling: emic, ethical and dialectical approaches. *Educação e Pesquisa*, 38(4), 865-879.

UN PROYECTO INTERDISCIPLINAR EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA. MATEMÁTICAS, CIENCIAS Y EXPRESIÓN ARTÍSTICA

M^a Antonia López Luengo, Cristina Gil y Ana Maroto Sáez

mlopez@dce.uva.es; cgil@dce.uva.es; amaroto@am.uva.es

Facultad de Educación de Segovia- Universidad de Valladolid- España

Núcleo temático: VI Matemáticas y su integración con otras áreas.

Modalidad: P

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Didáctica de las Matemáticas, Didáctica de las Ciencias Experimentales, Proyecto interdisciplinar, Formación docente.

Resumen

Esta experiencia educativa se circunscribe en el Proyecto de Innovación Docente TitiriUva: Un proyecto internivelar e interdisciplinar de formación de estudiantes de Grado en Educación Primaria y Educación Infantil a través de los títeres como herramienta didáctica. Se llevó a cabo en el tercer curso del Grado Educación Primaria, con la finalidad principal de mejorar el desarrollo de competencias profesionales del alumnado universitario, desde las áreas Didáctica de la Matemática y Didáctica de las CC Experimentales. Se trata de una propuesta didáctica (PAT –Proyecto de Aprendizaje Tutorado-) híbrida del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Aprendizaje Orientado por Proyectos (AOP) que, a través de un sistema de evaluación formativa y aprendizaje cooperativo, pone en contacto directo al profesorado en formación con la realidad escolar. La propuesta resulta innovadora por la implicación del alumnado tanto en el diseño y desarrollo del proyecto como en su autoevaluación. Destacar también el proceso de cooperación entre el profesorado universitario de distintas asignaturas de un mismo curso.

Introducción

La era de la información y de la incertidumbre (globalización, revolución tecnológica, interculturalidad, cambio climático y acelerada pérdida de biodiversidad) plantea nuevas exigencias y escenarios para la profesión docente (Pérez Gómez, 2010). La parcelación del currículum universitario no contribuye a la calidad de la enseñanza; sin embargo, el trabajo en grupo, la tutoría entre compañeros, etc., además de constituir competencias básicas de varios perfiles profesionales, son factores favorecedores del rendimiento académico (Zabalza, 2007). Por ello, en la didáctica universitaria actual se buscan formas de desarrollar la integración interdisciplinar, trabajo por proyectos, aprendizaje basado en problemas, prácticas integradas y planificación conjunta.

De acuerdo con Piaget, Cano (2007) plantea que “la meta principal de la educación es formar personas que sean capaces de hacer cosas nuevas, no simplemente repetir lo que otras generaciones han hecho, personas que sean creativas, inventoras y descubridoras” (p. 34). También hace referencia a la necesidad de superar la fragmentación disciplinar propia de tiempos pasados y adoptar un enfoque integral. Según la opinión de Cano, el modelo de competencias favorece este.

Las cuestiones fundamentales que se acaban de exponer sostienen la experiencia didáctica que aquí se presenta; consistente en un Proyecto de Aprendizaje Tutorado (PAT).

Objetivos

Como objetivo general se pretende la integración de los contenidos de tres asignaturas mediante una estrategia formativa común. Diversos autores coinciden en que el desarrollo de competencias docentes no puede hacerse desde una sola asignatura sino que, para conseguirse, se requiere el trabajo continuado y coordinado de varias asignaturas a lo largo del grado. De este modo, el profesorado implicado busca:

- Facilitar el desarrollo de competencias transversales del Grado de Educación Primaria.
- Poner al profesorado en formación en contacto directo con la realidad escolar.
- Favorecer la toma de conciencia sobre la importancia del enfoque globalizador de los contenidos curriculares, de manera que el alumnado se enfrente a ellos tal y como aparecen en la vida real.

Al mismo tiempo se persigue la profundización de las competencias específicas y los contenidos propios de cada asignatura. En concreto, para la asignatura del área de Didáctica de la Matemática, con el PAT se busca:

- Conocer estrategias metodológicas y ser capaz de aplicarlas para desarrollar representaciones numéricas, espaciales, y de desarrollo lógico.
- Comprender las matemáticas como conocimiento sociocultural.
- Saber utilizar los títeres como recurso didáctico, así como diseñar actividades matemáticas de aprendizaje basadas en los mismos.
- Entender la resolución de problemas como una herramienta básica en el desarrollo del pensamiento matemático a todos los niveles.

Metodología

Un PAT es una metodología didáctica que parte de una visión global y holística del conocimiento y que hibrida aspectos metodológicos básicos tanto del Aprendizaje Basado en Problemas como

del Aprendizaje Orientado por Proyectos y del Aprendizaje Cooperativo. Barba, Martínez y Torrego, (2012) destacan como logros de los PAT el aprendizaje deliberativo, el desarrollo de la capacidad crítica, la creación de liderazgo y las mejoras tanto en la capacidad de comunicación como en la autoeficacia del alumnado.

En contraste con otros métodos, el método de proyectos muestra una serie de características propias que hacen que se convierta en un recurso didáctico excelente para desarrollar competencias. Consigue integrar teoría-práctica con un enfoque claramente orientado a la intervención, permite el aprendizaje autónomo, es cooperativo, orienta el aprendizaje a la resolución de problemas reales y es adecuado para el trabajo interdisciplinar (Guilarte, Marbán y Miranda, 2008). La historia más reciente del método de proyectos comienza con las aportaciones de Kilpatrick (1918); quien expone las características de un determinado plan de estudios innovador; parte de una visión integral del conocimiento e incluye múltiples procesos de pensamiento donde confluyen desde la idea inicial hasta la solución del problema.

La propuesta didáctica concreta que aquí se expone forma parte de las actividades prácticas de tres asignaturas de tercer curso del Grado en Educación Primaria vinculadas a las áreas Didáctica de las Matemáticas y Didáctica de las Ciencias Experimentales. Se trata de la asignatura obligatoria *Didáctica de las Ciencias Experimentales* y las asignaturas propias del itinerario optativo -o mención- “Entorno, naturaleza y sociedad”, exclusivo de la Facultad de Educación de Segovia (Universidad de Valladolid), *Actividades profesionales matemáticas en la escuela: Matemáticas y Sociedad* y *Educación ambiental*. Así mismo, está circunscrita en el Proyecto de Innovación Docente de la Universidad de Valladolid *TitiriUVa: Un proyecto internivelar e interdisciplinar de formación de estudiantes de Grado en Educación Primaria y Educación Infantil a través de los títeres como herramienta didáctica*.

La experiencia se implementó durante el segundo cuatrimestre del curso 2015/16 y se ha vuelto a implementar en el curso actual (2016-17).

En las primeras sesiones de las tres asignaturas el alumnado es informado del proyecto que deben desarrollar y recibe indicaciones escritas concretas, sobre el proceso y el informe que deben realizar a su finalización.

El proceso de evaluación del PAT trata de ser formativo; de manera que, tal y como afirman López-Pastor y Pérez-Pueyo (2017), la evaluación sirva para mejorar el proceso de aprendizaje de los alumnos, la competencia docente y los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula.

El problema que debe resolver el alumnado universitario consiste en diseñar, implementar con grupos de niños de Primaria, evaluar y analizar -de manera grupal y cooperativa- una secuencia de situaciones didácticas que integren y faciliten el aprendizaje de contenidos curriculares relacionados con las matemáticas, las ciencias y la educación ambiental (seleccionados por ellos mismos con los documentos normativos oficiales) y que utilice el títere como material de apoyo. Este tipo de situaciones, tal como se propone en el Modelo de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998), deben conseguir que el alumno (de educación primaria) haga suyo el problema y genere la necesidad y el interés por el mismo, acercando así al aprendiz a la verdadera esencia de la disciplina.

Resultados. Análisis de la experiencia

Cada grupo de estudiantes del grado (4 o 5 miembros) implementó su secuencia de situaciones didácticas en nueve clases de educación primaria (de 1º a 6º curso). Tres de ellas se llevaron a cabo en el campus universitario en las *Jornadas de puertas abiertas* propias del PID TitiriUVa; el resto se desarrollaron en distintos colegios de la zona, tanto del ámbito rural como urbano. Esto permitió que el profesorado en formación tomara conciencia de las virtudes y carencias de su diseño, así como de su capacidad de comunicación y les permitió establecer ajustes y modificaciones para las siguientes actuaciones en aula.

Los contenidos matemáticos del currículo vigente elegidos por los estudiantes de grado para trabajar en los proyectos fueron los siguientes:

- Planificación del proceso de resolución de problemas: Análisis y comprensión del enunciado; estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación; ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.; resultados obtenidos.
- Números enteros, decimales y fracciones: La numeración romana.
- Operaciones con números naturales: adición, sustracción, multiplicación y división.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Figuras planas: elementos, relaciones y clasificación.
- Unidades del Sistema Métrico Decimal.
- Expresión en forma simple de una medida de longitud.
- Realización de mediciones usando instrumentos y unidades de medida convencionales en contextos cotidianos.

Cada grupo de estudiantes realizó un uso diferente del títere. En una de las secuencias se combinaron, partes expositivas con partes participativas, ya que los maestros en formación entendían que los conocimientos no se adquieren ya elaborados (Jiménez, 2000), sino que su aprendizaje es más significativo si se implica al alumno en su construcción. De esta forma se consigue cumplir con el objetivo principal: la resolución de un problema ambiental utilizando las matemáticas como herramienta. La dinámica consistió en teatralizar una situación con un problema ambiental e interactuar con el alumnado de primaria de manera que este tuviera que resolver los problemas parciales que les iban planteando.

Otra secuencia escenificó un cuento breve basado en el cuidado de un huerto y posteriormente se efectuó un taller en el que el alumnado de primaria debía buscar, mediante procedimientos creativos la manera de dividir una maqueta de un huerto en distintos espacios; de forma que pudieran cultivarse todas las hortalizas mencionadas en el cuento. Por último, elaboraban un pequeño títere empleando materiales de desecho aportados por las estudiantes de Grado.

Esta metodología favorece el desarrollo del conocimiento procedimental y actitudinal, a la vez que se aprenden contenidos conceptuales (Garrido, Perales y Galdón (2007). Así se acerca al enfoque metodológico basado en competencias, pues el alumnado en su vida presente y futura, afrontará diferentes situaciones problemáticas que deberá resolver conjugando los aprendizajes de diversas materias y utilizando destrezas propias de la resolución de problemas.

El alumnado evaluó su proyecto desde dos perspectivas diferentes. Por un lado, cada grupo realizó una autoevaluación en la que todos los miembros valoraban su implicación en el proyecto (Tabla I). Por otro, diseñaron un instrumento propio para evaluar los resultados obtenidos con los alumnos de primaria. El tipo de instrumento empleado en ambos casos fue la rúbrica. Los estudiantes reconocieron la práctica propuesta como un proceso exigente en el que la autoevaluación formativa fue fundamental. Con ello tomaron conciencia tanto de las estrategias consideradas como buenas prácticas docentes, como de aquellas otras que necesitaban ser mejoradas.

Los maestros en formación realizaron un proceso de reflexión a partir de las anotaciones realizadas en las rúbricas y la visualización de su propia práctica a través de los vídeos realizados. Este proceso se vio potenciado por la obligación de presentar y defender ante los compañeros las conclusiones extraídas, así como el análisis de las posibles causas y soluciones de las situaciones peor valoradas en cada sesión.

Tabla I

Ejemplo de rúbrica de autoevaluación elaborada por los futuros docentes

Descripción del aspecto evaluado	Niveles de logro
Preparativos iniciales y planificación de la actividad	
Coordinación y trabajo en equipo	
Preparativos preliminares inmediatos a la actividad	
Dinamización de los participantes	
Organización del tiempo	
Organización de los espacios y materiales	
Ambiente de grupo durante la actividad	
Satisfacción de los participantes	
Satisfacción de los realizadores de la actividad	

Algunas de las valoraciones realizadas por los alumnos de primaria fueron:

- Las matemáticas pueden ser divertidas.
- Hemos utilizado las matemáticas para todas las actividades.
- Se pueden hacer juguetes y manualidades a partir de objetos que todos tenemos en casa.
- Es necesario reciclar para cuidar el planeta.

Como muestra el siguiente comentario extraído de uno de los informes, el conjunto de maestros en formación participantes en la experiencia la valoraron positivamente:

Poder poner en práctica las actividades con alumnos de Primaria, nos ayuda a prepararnos para nuestra vida como docentes, aprendiendo que una actividad no siempre sale como se tenía previsto, sino que los alumnos, el momento, etc., pueden hacer que varíe

Tanto el alumnado como el profesorado universitario experimentaron los beneficios del empleo de una tarea y una metodología común en las asignaturas, gracias a la integración de conocimientos didácticos y teóricos propios de cada una de ellas.

Consideraciones finales

La propuesta resulta innovadora por la integración de contenidos propios de diversas áreas de conocimiento participantes del Grado de Educación Primaria (Didáctica de las Matemáticas, Didáctica de las Ciencias Experimentales, Educación Ambiental, Educación Artística, Didáctica de las Ciencias Sociales) y por la implicación de los estudiantes en el diseño, desarrollo, implementación y evaluación del PAT. El proyecto conecta la realidad educativa escolar con la perspectiva teórica. Se confirma la excelencia de la propuesta, tanto para los maestros en formación como para el alumnado de educación primaria. Este trabajo interdisciplinar en el que se utiliza el títere como medio y como fin educativo, dota al proceso de enseñanza-aprendizaje de una visión más globalizadora de la educación, rompiendo con el modelo habitual de

segmentación del conocimiento. Por último, es destacable el proceso de cooperación entre el profesorado universitario de distintas asignaturas de un mismo curso.



UN PROYECTO INTERDISCIPLINAR EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE PRIMARIA. MATEMÁTICAS, CIENCIAS Y EXPRESIÓN ARTÍSTICA

M^a Antonia López Luengo, Cristina Gil y Ana Maroto Sáez

Introducción

La parcelación del currículum universitario no contribuye a la calidad de la enseñanza; no así la colaboración, el trabajo en grupo, la tutoría entre compañeros, etc. que son factores favorecedores del rendimiento académico además de constituir competencias básicas de varios perfiles profesionales (Zabalza, 2007). Por ello, en la didáctica universitaria actual se buscan formas de desarrollar la integración interdisciplinar, prácticas integradas, trabajo por proyectos, aprendizaje basado en problemas y planificación conjunta. En esta línea la experiencia que se presenta se circunscribe en el Proyecto de Innovación Docente *TitiriUVA: Un proyecto interdisciplinar de formación de estudiantes de Grado en Educación Primaria y Educación Infantil a través de los títeres como herramienta didáctica*. Se llevó a cabo en 3^o del Grado Educación Primaria, asignaturas: *Actividades profesionales matemáticas en la escuela: Matemáticas y Sociedad* y *Educación ambiental, propias del itinerario optativo -o mención- "Entorno, naturaleza y sociedad"*, exclusivo de la F. de Educación de Segovia, Universidad de Valladolid. La propuesta didáctica consiste en un Proyecto de Aprendizaje Tutorado que pone en contacto directo al profesorado en formación con la realidad escolar. Se parte de una visión global y holística del conocimiento y se hibridan aspectos metodológicos básicos del Aprendizaje Basado en Problemas y del Aprendizaje Orientado por Proyectos como el Aprendizaje Cooperativo. Se emplea además un sistema de Evaluación Formativa. El método docente incluye múltiples procesos de pensamiento que confluyen desde la idea inicial hasta la solución del problema.

Objetivos referentes al área Didáctica de la Matemática

- Conocer estrategias metodológicas y ser capaz de aplicarlas para desarrollar representaciones numéricas, espaciales, y de desarrollo lógico.
- Comprender las matemáticas como conocimiento sociocultural.
- Saber utilizar los títeres como recurso didáctico, así como diseñar actividades matemáticas de aprendizaje basadas en los mismos.
- Entender la resolución de problemas como una herramienta básica en el desarrollo del pensamiento matemático a todos los niveles.

Valoraciones de los alumnos de Primaria:

Las matemáticas pueden ser divertidas
Hemos utilizado las matemáticas para todas las actividades
Se pueden hacer juguetes y manualidades a partir de objetos que todos tenemos en casa
Es necesario reciclar para cuidar el planeta

Valoraciones de los estudiantes universitarios:

Poder poner en práctica las actividades con alumnos de Primaria, nos ayuda a prepararnos para nuestra vida como docentes, aprendiendo que una actividad no siempre sale como se tenía previsto, sino que los alumnos, el momento, etc., pueden hacer que varíe y por ello debemos adaptarnos a las necesidades de los alumnos.

Análisis de la experiencia

Los estudiantes han reconocido que la práctica docente les ha ayudado a tomar conciencia tanto de las estrategias consideradas como buenas prácticas, como de aquellas otras que tenían que mejorar, como un proceso que les ha exigido diseñar, poner en práctica y hacer uso de la autoevaluación formativa. El proceso de reflexión de los maestros en formación se ha realizado a partir de las anotaciones de la rúbrica de evaluación (Tabla 1), las observaciones de los maestros en ejercicio y la visualización de su práctica a través del video. Este proceso ha sido potenciado por la obligación de presentar y defender ante los compañeros las conclusiones extraídas, así como las posibles causas y soluciones de las situaciones menos valoradas en cada sesión. Los propios estudiantes y el profesorado universitario han experimentado los beneficios obtenidos en ambas asignaturas gracias a la integración de conocimientos didácticos y teóricos propios de cada una de ellas en una metodología común.

Consideraciones finales

La propuesta resulta innovadora por la integración de materias (matemáticas, ciencias sociales, ciencias experimentales, educación ambiental, educación artística) y por la implicación del alumnado en el diseño, en el desarrollo del proyecto y en su autoevaluación. La implementación de los proyectos en 6 aulas de 9 a 12 años confirmó la excelencia de la propuesta, tanto para maestros en formación como para el alumnado de Educación Primaria. Este trabajo interdisciplinar a través de los títeres, dota el proceso de enseñanza-aprendizaje de una visión más globalizadora de la educación, rompiendo con el modelo habitual de segmentación del conocimiento.

Así mismo, es destacable el proceso de cooperación entre el profesorado universitario de distintas asignaturas de un mismo curso.

Referencias

Oltra Albiach, M. A. (2013). Los títeres, un recurso educativo. *Educación Social: Revista de Intervención Socioeducativa*, 54, 164-179.
 Uzuriaga, L.; Vivian, L.; Martínez, A. (2006). Retos de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo milenio. *Scientia Et Technica*, XII (31), 265-270.
 Zabalza, (2007). La Didáctica universitaria. *Bordón*, 59(2-3), 489-509.



Reto para los estudiantes universitarios

Realizar un trabajo grupal cooperativo como estrategia formativa de varias asignaturas diferentes. El trabajo a realizar supone **diseñar y analizar** una secuencia de **situaciones didácticas** orientadas a facilitar el aprendizaje de contenidos curriculares relacionados con las matemáticas, las ciencias y la educación ambiental contando con los títeres como material de apoyo.



Criterio de evaluación	Instrumento	Niveles de consecución
Aceptación de la actividad y desarrollo de emociones y valores.	Interacción de los alumnos con los personajes. Cambios con las emociones. Comparativa entre las dos veces que los alumnos las manifiestan.	
Nivel de sensibilización en la problemática ambiental.	Diálogos de Oueiros con los alumnos. Aporte de ideas en torno a la problemática de talar árboles y uso de renovables.	
Aprendizaje de fuentes de energía renovables como medio para la sostenibilidad.	Debate final en el que se comprueba lo aprendido.	
Resolución de problemas, actitud frente a las matemáticas y trabajo cooperativo.	Participación y predisposición a la hora de resolver los problemas planteados.	
Mecanismos de resolución de los problemas.	Comparación entre la forma de resolución de los problemas de los diferentes grupos.	

Tabla 1: Ejemplo de rúbrica de autoevaluación elaborada por el alumnado de Magisterio para evaluar su propuesta

Referencias bibliográficas

- Barba, J.J., Martínez, S. y Torrego, L. (2012). El Proyecto de aprendizaje tutorado cooperativo. Una experiencia en el grado de maestra de Educación Infantil. *Revista de Docencia Universitaria. REDU*, 10 (1), 123–144. Recuperado de <http://redaberta.usc.es/redu>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Cano E. (2007). Competencias docentes. En E.C. García. (Ed.), *El desarrollo de Competencias docentes en la formación del profesorado* (pp. 33-60). Madrid: Secretaría General Técnica.
- Garrido, J.M., Perales, F.J. y Galdón, M. (2007). *Ciencia para educadores*. Madrid: Pearson Prentice-Hall.
- Guilarte, C., Marbán, J.M., y Miranda, S. (coord.) (2008). *Principios básicos para el diseño de guías docentes de asignaturas en el marco del EEES*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Kilpatrick, W. H. (1918). The project method. *Teacher's College Record*, 19, 319 – 335.
- Jiménez Aleixandre, M.P. (2000). Modelos didácticos. En J. Perales y P. Cañal. (Ed.), *Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias* (pp. 170-177). Alcoy: Marfil.
- López-Pastor V.M. y Pérez-Pueyo A. (coord.) (2017). *Evaluación formativa y compartida en Educación: Experiencias de éxito en todas las etapas educativas*. León: Grupo IFAHE (Universidad de León).
- Pérez Gómez, A. I. (2010). Nuevas exigencias y escenarios para la profesión docente en la era de la información y de la incertidumbre. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68, 17-36.
- Zabalza, M.A. (2007). La Didáctica universitaria. *Bordón*, 59 (2-3), 489-509.

DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA E AFETIVIDADE NOS TRABALHOS DE PÓS-GRADUAÇÃO NO BRASIL

Amanda Marina Andrade Medeiros – Cristiano Alberto Muniz
amamedeiros@gmail.com - cristianoamuniz@gmail.com
Universidade de Brasília, Brasil

Núcleo temático: Aspectos socioculturais da educação matemática

Modalidade: P

Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)

Palavras chave: dificuldade de aprendizagem matemática, educação matemática, afetividade, subjetividade.

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo identificar os trabalhos de pós-graduação no Brasil que tiveram como tema central dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade para, a partir da análise dos trabalhos selecionados, traçarmos um conceito para criança com dificuldade de aprendizagem matemática. A pesquisa foi feita na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, que mantém os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa brasileiras, e no Banco de Teses da Capes. Os aspectos cognitivos, de acordo com os trabalhos analisados, ainda são estudados de forma separada dos aspectos afetivos, sendo que estes, na maior parte dos trabalhos, não são se quer citados. Os aspectos afetivos e subjetivos, na maior parte das pesquisas, ainda são excluídos do estudo e análise da aprendizagem matemática do sujeito.

Introdução

Quando falamos em dificuldade parece que sempre nos remete a algo ruim, porém, a dificuldade cria desafios, nos motivando, cria obstáculos que queremos ultrapassar e necessidades para a ação, inclusive para o aprender. Logo a dificuldade é algo bom, algo que impulsiona o sujeito à aprendizagem. Uma criança pode ter dificuldade para resolver um quebra-cabeças, mas o desafio de ultrapassar os obstáculos e chegar à resolução do problema faz com que a dificuldade seja um propulsor da ação. Há, nesse sentido, um desequilíbrio cognitivo para a reelaboração de estratégias para resolução do problema, eliminando a dificuldade. A mesma coisa acontece com atividades escolares. Como destaca Vigotski (2010)

Sabemos que o maior motor da aprendizagem é o lado trágico da infância, como a fome e a sede são os inspiradores da luta pela sobrevivência. Por isso a educação deve ser orientada no sentido de não turvar e nem escamotear os traços cruéis do verdadeiro desconforto da infância, mas fazer a criança chocar-se da forma mais brusca e frequente com esse desconforto e levá-la a vencê-lo (p. 462).

Muniz (2006) destaca a necessidade do trabalho com situações-problema, como geradora de superação de dificuldade, gerando aprendizagem matemática. “Propor situações-problema deve significar a oferta de situações de desafio, desafio gerador de desestabilização afetiva e cognitiva, fazendo com que a criança se lance à aventura de superação da dificuldade proposta pelo educador, e, assim, realizando atividades matemáticas” (Muniz, 2006, p. 151).

A resolução de uma situação-problema pode ser encarada por um indivíduo como desafio. O problema é que as crianças são diferentes, com subjetividades distintas, logo a dificuldade gerada pelo desafio pode ser um paralisador da ação e da aprendizagem.

É importante destacar que a dificuldade pode estar em diferentes contextos, mas é principalmente a dificuldade de aprendizagem escolar que leva o sujeito a sentimentos de impotência, estresse, desânimo e frustração com o processo de aprendizagem matemática (Dal Vesco, 2002; Gómez Chacón, 2003). Isso porque a escola não é apenas um espaço de aprendizagem das ciências, mas também um espaço de cobranças, de valores, de diferenças culturais, de olhares reprovadores. Além disso, as emoções que um sujeito manifesta no ato de aprender não advém apenas do espaço escolar, mas das diversas experiências que se expressam na ação do aprender, por meio das configurações subjetivas (González Rey, 2007). A subjetividade social da escola (González Rey, 2005) pode ser desencadeadora de dificuldades que levam ao sucesso escolar, mas em muitos casos também ao fracasso escolar.

Destaca-se, assim, a importância dos processos afetivos no ato de aprender. Como destaca Vigotski (2010), “nenhuma forma de comportamento é tão forte quanto aquela ligada a uma emoção. Por isso, se quisermos suscitar no aluno as formas de comportamento que necessitamos teremos sempre de nos preocupar com que essas reações deixem um vestígio emocional nesse aluno” (p. 143).

Nesse trabalho daremos destaque à dificuldade de aprendizagem escolar, com um olhar para além do cognitivo. Sabe-se, a partir de pesquisas de Rossato e Mitjans Martínez (2011), Mitjans Martínez (2005), González Rey (2005, 2006, 2007), que a aprendizagem não é um processo apenas cognitivo, mas pertence a uma rede de fatores simbólico-emocionais, que faz parte da subjetividade do sujeito e que o leva a aprendizagens totalmente distintas, a depender do sujeito, do contexto, do tempo histórico, das pessoas envolvidas nesse processo. Ou seja, a aprendizagem é complexa e sistêmica e ocorre a partir de um sujeito histórico e culturalmente situado.

Nessa perspectiva o presente trabalho tem como objetivo identificar os trabalhos de pós-graduação no Brasil que tenham como tema central dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade para, a partir da análise dos trabalhos selecionados e da teoria da Subjetividade, traçarmos um conceito para criança com dificuldade de aprendizagem matemática.

Metodologia e resultados

Com o intuito de verificar a necessidade de pesquisas que estudem as dificuldades de aprendizagem matemática, destacando-se aquelas que têm como foco a subjetividade do sujeito, e analisar o conceito de dificuldade de aprendizagem matemática difundido atualmente, realizamos uma pesquisa de teses e dissertações que abordam tais temas. A pesquisa foi feita na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, que mantém os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa brasileiras, e no Banco de Teses da Capes.

Para encontrar os trabalhos que tinham como tema dificuldade de aprendizagem matemática e afetividade utilizamos uma busca nos títulos dos trabalhos. O título de uma dissertação ou tese geralmente traz o foco principal da pesquisa. Com o intuito de analisar trabalhos que tivessem como foco as dificuldades de aprendizagem matemática e a afetividade utilizamos os seguintes descritores: dificuldade matemática; dificuldades matemática; subjetividade matemática; afetividade matemática; afeto matemática; afetos matemática; sentimento matemática; sentimentos matemática; emoção matemática; emoções matemática; sentido subjetivo matemática; configuração subjetiva matemática.

Para seleção dos trabalhos que realmente tratavam das temáticas *dificuldade de aprendizagem matemática* e *afetividade e aprendizagem matemática*, lemos os resumos dos trabalhos e inserimos apenas aqueles que realmente abordavam as referidas temáticas. A partir da busca encontramos o seguinte resultado:

Descritores	Mestrado	Doutorado	Total
Dificuldade (s) matemática	35	13	48
Subjetividade matemática	2	1	3
Afetividade matemática	4	0	4
Afeto (s) matemática	1	1	2
Sentimento (s) matemática	0	0	0
Emoção (ões) matemática	1	0	1
Configuração subjetiva matemática	0	0	0
Sentido subjetivo matemática	0	0	0
Total	43	15	58

Tabela 1: Quantidade de trabalhos de pós-graduação que se referem a dificuldade e afetividade no contexto da aprendizagem matemática.

Observamos que existem muitos trabalhos que falam sobre as dificuldades de aprendizagem matemática, quarenta e oito no total, sendo trinta e cinco de mestrado e treze de doutorado. Sobre a temática afetividade e aprendizagem matemática, onde incluímos todos os outros descritores, por fazerem parte da mesma temática, encontramos poucos trabalhos, oito de mestrado e dois de doutorado, sendo que destes nenhum tinha como foco a relação entre a dificuldade de aprendizagem matemática e os aspectos afetivos envolvidos nessa dinâmica.

Após essa etapa fizemos a análise dos trabalhos que discutem o tema, realizando uma seleção daqueles relevantes para a nossa pesquisa. Para análise dos trabalhos que envolviam a temática “dificuldade de aprendizagem matemática” e “ensino-aprendizagem de matemática e afetividade” utilizamos os seguintes critérios, de acordo com o interesse da nossa pesquisa: Ser um trabalho de doutorado, pois possivelmente traz dados importantes para uma outra pesquisa de doutorado; Ter sido realizada com alunos ou alunos e professores, pois nossa pesquisa terá como foco alunos, logo analisamos pesquisas que tinham o mesmo público; Ter sido realizada dentro dos anos iniciais do ensino fundamental, já que esse será o nosso contexto de pesquisa; Trabalhos que tenham sido produzidos nos últimos 10 anos, pois gostaríamos de ter uma visão sobre as atuais concepções; Ser da área de educação, ensino ou psicologia, pois essas são as áreas de conhecimento envolvidas no presente trabalho.

A partir desses critérios foram selecionados 4 trabalhos para serem analisados, os quais apresentamos a seguir.

a. Dificuldade de Aprendizagem na Matemática: um estudo de intervenção pedagógica com alunos do 4º ano do ensino fundamental, de Gessilda Cavalheiro Müller

O trabalho de Müller (2012) teve como objetivo geral fazer uma análise dos efeitos de uma prática pedagógica em alunos do 4º ano do ensino fundamental com graves e moderadas dificuldades em matemática com relação à recuperação dos fatos aditivos básicos da memória.

Observamos que o trabalho abrange apenas os aspectos intelectuais do indivíduo, destacando a importância dos aspectos neurológicos e cognitivos no processo de aprendizagem.

A própria autora destacou a limitação de seu trabalho na análise das dificuldades de aprendizagem, destacando que seria possível que a motivação, por exemplo, fosse um dos aspectos geradores da dificuldade, destacando, assim, a importância dos aspectos afetivos no processo de aprendizagem da matemática.

b. Crianças com dificuldade em resolução de problemas matemáticos: avaliação de um programa de intervenção, de Graziella Ribeiro Soares Moura

A pesquisa de Moura (2007)

teve como objetivo elaborar, implementar e avaliar um programa de intervenção para crianças que apresentavam dificuldades em compreensão de enunciados escritos de problemas matemáticos e por isso não eram capazes de solucioná-los e desenvolver, nas crianças participantes, um repertório de capacidades cognitivas necessárias para a resolução de problemas matemáticos, que aja em caráter de prevenção às possíveis dificuldades de aprendizagem (p. 14).

O trabalho destaca como problema central as capacidades cognitivas das crianças, que devem ser mobilizadas. Seu referencial teórico está baseado em autores cognitivistas, como César Coll e Sternberg. Dá destaque aos aspectos cognitivos e neurológico, fala algumas vezes sobre a importância da motivação, mas como um aspecto promotor da atividade cognitiva.

Dentro das conclusões do trabalho a autora fez a seguinte consideração: “A tese apresentada mostrou que uma proposta de ensino organizada é capaz de melhorar a aprendizagem das crianças que por ora estejam passando por dificuldades”. (Moura, 2007, 2012, p. 102).

Nossas análises mostram que a maior parte das metodologias que trabalham com processos de intervenção apresentam melhorias e avanços na aprendizagem. É possível que tais avanços sejam em decorrência dos encontros em si e não das estratégias. Intervenções pedagógicas promovem maior contato do sujeito com o conhecimento, além de outros contatos, como a questão afetiva proveniente da nova relação com o conhecimento e até mesmo com o pesquisado, a presença do outro no processo de aprendizagem é um fator importante a ser considerado nesse processo. Será que o que gerou a aprendizagem foram as estratégias cognitivas ou o fato da criança ter sido acolhida, olharem para ela, darem atenção, ou carinho, ou apenas a presença? Será que as intervenções pedagógicas trabalham apenas com o cognitivo ou também com os sentimentos e emoções das crianças? Dependendo do sujeito e de sua subjetividade pode ser que um abraço do professor faça com que o aluno produza sentidos subjetivos mais importantes para a aprendizagem do que algumas aulas com estratégias cognitivas diferenciadas. Mas isso pode variar de sujeito para sujeito, de acordo com sua subjetividade. Existe a emergência em entender o sujeito que aprende matemática em sua complexidade, incluindo os aspectos afetivos.

c. As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção de Síntria Labres Lautert

O trabalho teve como objetivo “investigar o efeito de uma intervenção específica sobre a compreensão do conceito de divisão em crianças, focalizando suas dificuldades nesse domínio, para oferecer caminhos possíveis à construção de novas alternativas para conceitualização da divisão enquanto operação matemática no cenário escolar” (Lautert, 2005, p. 19).

A autora destaca que as principais dificuldades das crianças com a divisão têm natureza epistemológica, psicológica ou didática. Apesar de trazer os aspectos psicológicos, principalmente dentro do excelente referencial de Vergnaud, os aspectos afetivos não foram apresentados no trabalho.

Em sua conclusão Lautert (2005) destaca que

a intervenção auxiliou as crianças a superar as dificuldades com a divisão, sendo capazes de identificar e analisar os princípios invariantes necessários para a compreensão dessa operação matemática, bem como a desenvolver habilidades metacognitivas cruciais para a aprendizagem de conteúdos específicos, no caso conceitos matemáticos (p. 8).

Temos aqui a mesma posição que apontamos no trabalho de Moura (2007). A superação de dificuldades na matemática ocorreu devido à intervenção pedagógica, mas será que elas também não promoveram mudanças afetivas e por isso houve a superação das dificuldades? Logo é importante analisarmos não apenas os aspectos cognitivos, essa superação pode ter tido como causa mudanças nos processos afetivos também, que dentro da rede que envolve a subjetividade levou à superação da dificuldade por meio da produção de novos sentidos subjetivos, que são estabelecidos por meio de interações simbólico-emocionais, que promoveram a aprendizagem matemática.

d. Dificuldades na leitura e na matemática: um estudo dos processos cognitivos da 3ª a 6ª série do Ensino Fundamental de Luciana Vallino Corso

O trabalho de Corso (2008, p. 123) teve como objetivo

descrever os processos cognitivos que subjazem a aprendizagem da leitura e da matemática em crianças brasileiras, com e sem dificuldades de aprendizagem, trazendo, conseqüentemente, avanços para a prática educacional e psicopedagógica nestas áreas, verificar se a teoria dos dois fatores tem um bom poder explicativo para justificar a co-ocorrência de dificuldades na leitura e na matemática em alunos brasileiros e identificar outros possíveis fatores, além dos referentes aos processos cognitivos, que contribuem para o desenvolvimento das dificuldades de aprendizagem na leitura e na matemática.

Novamente apresentamos um trabalho onde a teoria centrada no cognitivo ganha destaque. Porém, no presente caso, a autora ressalta que algumas dificuldades de aprendizagem de leitura

e matemática podem ter fatores motivacionais, afetivos e emocionais, mas não se aprofunda no tema.

Em relação aos alunos a autora apresenta com “dificuldades de aprendizagem aqueles que, independentemente das razões, apresentam desempenho acadêmico abaixo do que seria esperado para o seu nível de escolaridade, necessitando, assim, de um olhar diferenciado” (Corso, 2008, p. 24).

Destaca, ainda, que

a aprendizagem da leitura e da matemática pressupõe um conjunto de condições individuais, ambientais e escolares que agem de forma integrada (...), mas que o estudo deu ênfase aos aspectos individuais, em especial, os cognitivos, que apoiam estas aprendizagens: processamento fonológico (consciência fonológica, memória fonológica, velocidade de processamento), senso numérico, memória de trabalho (componente executivo central), uso de estratégias de contagem e de recuperação da memória” (Corso, 2008, p. 179).

Assim verificamos a forte tendência cognitivista do trabalho, onde o diferencial foi assumir que a análise dos aspectos cognitivos não dão conta da complexidade da análise do sujeito, que vai muito além do cognitivo, mas apresenta, também, aspectos sociais e emocionais, mas que não foram foco do trabalho.

Considerações finais

Os aspectos cognitivos, de acordo com os trabalhos analisados, ainda são estudados de forma separada dos aspectos afetivos, sendo que estes, na maior parte dos trabalhos, não são sequer citados. Os aspectos afetivos e subjetivos, na maior parte das pesquisas, ainda são excluídos do processo de análise da aprendizagem matemática do sujeito.

Os trabalhos mostram um grande destaque aos aspectos cognitivos descartando da análise das dificuldades que um sujeito tem em aprender matemática as emoções que esse estabelece com o conhecimento matemático.

Como destaca Rossato e Mitjás Martínez (2011) “consideramos que um estudante que apresenta problemas de aprendizagem necessita ser compreendido na integralidade do sujeito que aprende” (p. 72). Dentro desse contexto a teoria da subjetividade de González Rey é uma grande norteadora para entender os aspectos afetivos relacionados ao processo de aprender matemática.

A partir das análises teóricas (Rossato e Mitjás Martínez, 2011; Corso, 2008) definimos criança com dificuldade de aprendizagem matemática como aquela que apresenta dificuldade em

dominar conceitos matemáticos dentro do tempo e espaço determinados pelo sistema escolar, mas que podem ser superadas a partir do movimento da sua subjetividade.

Referências bibliográfica

CORSO, Luciana Vellinho. *Dificuldades de leitura e na matemática : um estudo dos processos cognitivos em alunos da 3ª a 6ª série do ensino fundamental*. 2008. 156 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

DAL VESCO, Álida Argenta. *Alfabetização matemática e as fontes de estresse no estudante*. Passo Fundo: UPF, 2002

GÓMEZ CHACÓN, I. M. *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2003.

GONZÁLEZ-REY, Fernando. *Sujeito e subjetividade*. São Paulo: Thomson, 2005.

GONZÁLEZ REY, Fernando. O sujeito que aprende: desafios do desenvolvimento do tem da aprendizagem na psicologia e na prática pedagógica. In: TACCA, Maria Carmem V. R. *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. Campinas: Alínea, 2006.

GONZÁLEZ REY, Fernando. *Psicoterapia, subjetividade e pós-modernidade: uma aproximação histórico-cultural*. São Paulo: Thomson, 2007.

LAUTERT, Síntria Labres. *As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção*. 2005. 325 f. Tese (Doutorado) - Curso de Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

MITJÁNS MARTÍNEZ, Albertina. A Teoria da Subjetividade de González Rey: uma expressão do paradigma da complexidade na psicologia. In: GONZÁLEZ REY, Fernando. *Subjetividade, complexidade e pesquisa em psicologia*. São Paulo, Thompson, 2005.

MOURA, Graziella Ribeiro Soares. *Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos : avaliação de um programa de intervenção*. 2007. 156 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade de Brasília, São Carlos, 2007.

MUNIZ, Cristiano Alberto. Mediação e conhecimento matemático. In: TACCA, Maria Carmem V. R. *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. Campinas: Alínea, 2006.

MULLER, Gessilda Cavalheiro. *Dificuldades de aprendizagem na matemática: um estudo de intervenção pedagógica com alunos do 4º ano do ensino fundamental*. 2012. 100 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

ROSSATO, Maristela e MITJÁNS MARTÍNEZ , Albertina. A superação das dificuldades de aprendizagem e as mudanças na subjetividade. In: TACCA, Carmen Villela Rosa e MITJÁNS MARTÍNEZ, Albertina. *Possibilidades de Aprendizagem: ações pedagógicas para alunos com dificuldade e deficiência*. Campinas: Alínea, 2011. p. 71 – 107.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. *Psicologia pedagógica*. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

LA CALCULADORA DE AHMÉS

Guillem Bonet Carbó – Roser Matas Nadal
gbonet2@xtec.cat – rmatas2@xtec.cat
INS Santa Coloma de Farners - España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: P - Póster

Nivel educativo: Sistema de numeración, ABP, investigación, algoritmo

Resumo

Estudio del propio sistema de numeración decimal a través de la investigación del sistema de numeración egipcio. Se propone una experiencia realizada en el aula de matemáticas con los alumnos de 1º de ESO del instituto INS Santa Coloma de Farners y en coordinación con el departamento de sociales.

El proceso de investigación que se propone consiste en descubrir el sistema de numeración, así como algunos de los algoritmos de cálculo usados por el escriba Ahmés en la cuna de nuestra civilización, el antiguo Egipto. El alumno investiga sobre los métodos de cálculo descubiertos deduciendo propiedades que aplicará, preva validación, en su sistema de numeración.

Paralelamente, en la asignatura de sociales, los alumnos enriquecen su investigación científica pintando el entorno social, cultural y geopolítico del antiguo Egipto. Los alumnos se convierten en investigadores, trabajando no sólo su imaginación e intuición, sino también su razonamiento, sin el cual el aprendizaje de una disciplina no se puede garantizar.

1. Justificación y metodología de trabajo

La actividad que se describe a continuación, realizada por alumnos de 1º de ESO del INS Santa Coloma de Farners a inicios del curso 15-16, forma parte de un proyecto de estudio transversal de la civilización egipcia. Dicho estudio se trabajaba en las asignaturas de matemáticas, sociales y educación visual y plástica, y para el cual se ha dedicado un peso lectivo (en la asignatura de matemáticas) de 8 horas.

Para la planificación de la actividad en las distintas asignaturas que participaban en ella, se quiso dar un giro en el enfoque metodológico en la adquisición de conceptos correspondientes al sistema de numeración decimal; intentando que la actividad resultante fuera rica competencialmente, que implique un reto para el alumno.

Siguiendo las ideas de Brugués (2013), “La adquisición de las competencias matemáticas pide formas de trabajar que potencien su desarrollo [...] El profesor tiene que provocar curiosidad y proponer retos y dar el tiempo suficiente para que el alumno investigue y reflexione. Tiene que animar al alumno a construir su propio aprendizaje y ayudarle a tener conciencia de su propio progreso. [...] eso ayudará a crear una cultura de clase basada más en la interrogación que en la búsqueda de respuestas inmediatas”.

Evidentemente, el cambio metodológico supuso una transformación significativa en las dinámicas del grupo dentro del aula, puesto que los roles de profesor y alumno están absolutamente cambiados. Los alumnos se agrupan en pequeños equipos heterogéneos e investigan sobre los puntos que se les pide en cada sesión.

Finalmente, puesto que el estudio de los números egipcios no es un contenido curricular de 1º de la ESO, sí que lo es el estudio en general del propio sistema de numeración y, en concreto, de los números naturales, los enteros, los racionales y las fracciones. Con este trabajo se pretende ahondar en el estudio del propio sistema de numeración a través de la investigación del sistema de numeración egipcio y sus reglas de cálculo.

2. Investigar como base del aprendizaje

Como se comentó en el punto anterior, se pretende aplicar la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para favorecer un espíritu crítico e investigador en nuestros alumnos. Por este motivo, en cada una de las 8 sesiones planificadas, se propone al alumnado la superación de distintos retos que el alumno tendrá que superar usando una metodología parecida al método científico : observar, hacerse preguntas, hacer hipótesis, experimentar, contrastar las hipótesis, sacar conclusiones, compartir y documentar el trabajo realizado, hacerse nuevas preguntas y vuelta a empezar.

Para que la investigación tuviese una base sólida, se propuso al alumnado investigar sobre la civilización egipcia, conocer sus costumbres, su estructura jerárquica, sus leyes, sus creencias, ... y por qué no, sus conocimientos científicos y matemáticos, y las utilidades que hacían de ellos. Esta parte del trabajo era especialmente importante, puesto que mostraba al alumnado la necesidad de los antiguos egipcios no sólo para aprender ciencias, sino también para transmitir adecuadamente el conocimiento adquirido.

En ese contexto aparece de forma natural, la figura del escriba Ahmés, el papiro Rhind y la figura de Henry Rhind, el gran arqueólogo. La investigación principal se realiza alrededor de la figura de Ahmés y de su papiro, y de los problemas que en él aparecen.

3. Análisis del propio sistema de numeración

Una vez creada una base sólida y enmarcado ya el trabajo, se pide un análisis del propio sistema de numeración, así también del egipcio, para llegar a un punto de familiarización tal que nos permita deducir la suma y la resta en numeración egipcia sin dificultad. En este último punto se trabaja de forma manipulativa con el uso de un ábaco, al igual que hacían los antiguos egipcios, para comprobar las teorías establecidas.

El uso y la comprensión del funcionamiento del ábaco les ayuda también a entender el propio algoritmo de la suma y la resta.

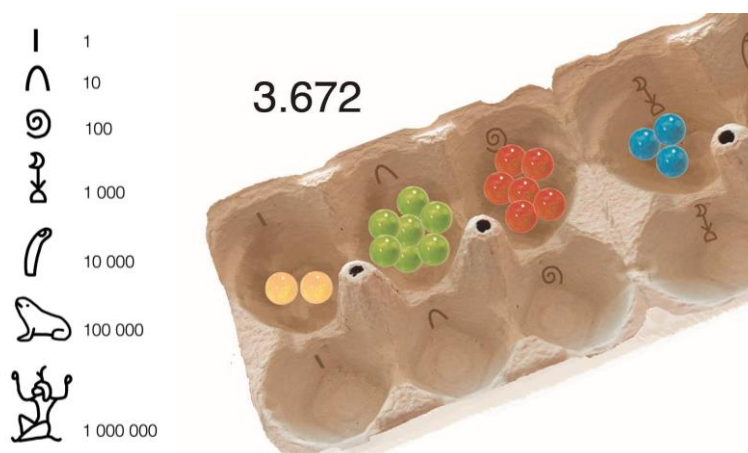


Imagen 1: Numeración egipcia y ábaco improvisado representando el número 3.672

4. Análisis de las operaciones suma y resta

Una vez introducidos e investigados los sistemas de numeración nos proponemos un reto sencillo: buscar un algoritmo para calcular con números egipcios la suma y la resta de dos cantidades. El objetivo real de esta actividad es que el alumno investigue el funcionamiento de las operaciones básicas en el propio sistema de numeración y entienda el mecanismo de cálculo de la suma y la resta, porque “llevamos” cuando sumamos o qué pasa con las restas cuándo nos falta para quitar en una posición. Como ampliación de la actividad se propuso a los alumnos la comprobación del algoritmo con el ábaco fabricado en clase.

Por lo general los alumnos no tienen dificultad en encontrar un buen algoritmo para la suma y la resta, y cabe decir que se maravillan cuando entienden lo que antes hacían de forma repetitiva y mecánica. Para ello el ábaco les ayuda sobre todo a visualizar las distintas operaciones.

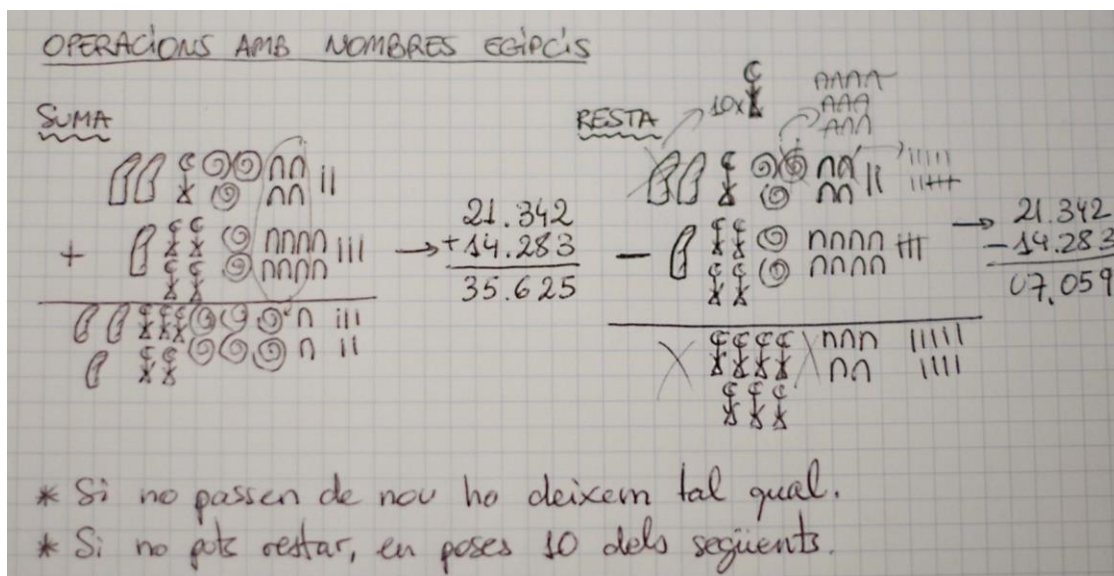


Imagen 2: Detalle de la libreta de un alumno con la propuesta de suma y resta.

Les ayuda, por ejemplo a visualizar que una vez llena una casilla con 10 bolitas, capacidad máxima de cada casilla, el alumno cambia estas 10 bolitas por una situada en la casilla inmediatamente superior, un alumno explicó que esto era como dar cambio de un billete de 10 euros con diez monedas de euro. Una visualización parecida se produce en la resta, van quitando bolitas de cada unidad hasta que no les quedan, entonces compensan una bolita de una unidad superior con 10 de la actual, y continúan sacado. Visualizado y comprendido esto, empiezan a dudar del propio algoritmo y les cuesta visualizar porque se añade una unidad al sustraendo y no restarle una al minuendo. Pero luego llegan a la conclusión que es exactamente la misma operación.

5. Análisis de las operaciones producto y división

Después de analizar las operaciones suma y resta, nos propusimos algo más difícil. Analizar el algoritmo para multiplicar y dividir que usaba Ahmés. Para ello debemos saber que los antiguos egipcios no se sabían las tablas de multiplicar.

Para esto, lo primero que hacemos es proponer al alumno buscar, ingeniar, inventar, un algoritmo de la multiplicación que pudiera haber usado Ahmés. La mayoría de los alumnos tenían tendencia a usar alguna variante del propio, y para ello necesitan dominar las tablas de multiplicar. Visto

el fracaso general, se proponen distintos enunciados de problemas, adaptados al nivel de cada alumno y que podrían haber realizado el mismo escriba. Adjunto a cada problema, se añade la solución y resolución que habría dado Ahmés para solucionar dicho problema.

Los alumnos comparan como ellos hubieran resuelto el problema con lo que hace Ahmés y después de analizar distintos problemas, acaban con un pequeño algoritmo. De este, salen muchas más preguntas: si funciona siempre, porque funciona, qué pasaría con la división, etc. este tipo de preguntas enriquecen y mucho todo el proceso de aprendizaje.

Se añaden a continuación algunos de los problemas usados.

Problema 1: *El faraón donará 41 denares a cada uno de los 105 soldados que han regresado victoriosos de la batalla. Cuantos denares pagará en total?*

I — $\wedge\wedge\wedge$	1 — 41	$ \begin{array}{r} 105 \\ \times 41 \\ \hline 105 \\ 420 \\ \hline 4305 \end{array} $
II — $\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	2 — 82	
IIII — $\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	4 — 164	
IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	8 — 328	
\wedge IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	16 — 656	
$\wedge\wedge$ II — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	32 — 1312	
$\wedge\wedge\wedge$ II — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	64 — 2624	
$\textcircled{\text{I}}$ IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	105 — 4305	

Imagen 3: Resolución de Ahmés del problema 1, traducción y comprobación del resultado.

Los alumnos se dan cuenta que Ahmés empieza a doblar la primera columna, así como la segunda, con lo que cobrarían dichos soldados. Una vez calculados todos los dobles necesarios, suma aquellos que necesita para conseguir el 105 ($105=1+8+32+64$). Y suma luego los que les corresponden a estas cifras ($41+328+1.312+2.624=4.305$).

Problema 2: *Para motivar a los generales que participen en la batalla, el consejo del Faraón saca el siguiente decreto:*

“Se dará un tercio del botín a Neith (diosa de la guerra), como agradecimiento por la victoria conseguida. Otro tercio es para el Faraón (hijo legítimo del dios Ra), que nos quiere como un padre. El último tercio se repartirá entre los generales victoriosos en

la batalla; así como Ra los premia con la victoria, también el Faraón los premiará con la gloria”

Los 6 generales del Faraón Amosis I (1567 aC) entregaron la victoria de la batalla de Caná sobre los hikses. Los vencidos libraron un botín de 702 sueldos al Faraón. Cuántos sueldos corresponden a cada general?

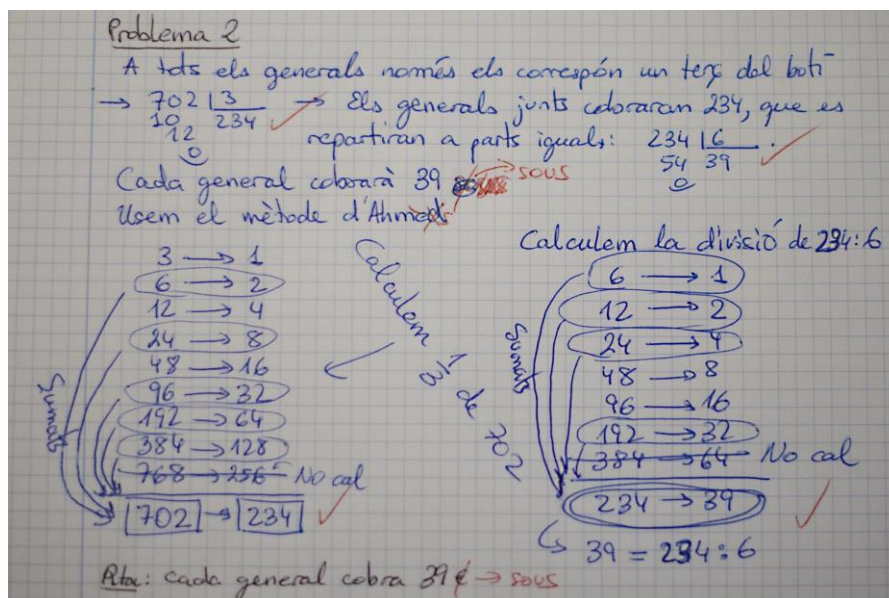


Imagen 4: Detalle de la libreta de un alumno con la resolución del problema 2.

No todos los alumnos son capaces de encontrar la relación entre los números y los cálculos realizados por Ahmés, en este caso, algunos optan por preguntar a los compañeros o al profesor. Si se decantan por esta segunda opción, debemos pensar que el profesor es más un aficionado a la egiptología que no entiende de matemáticas.

Con cada pregunta del alumno el profesor le tendría que contestar con otra pregunta que le ayude a encontrar el camino por sí mismo.

Al finalizar con la actividad, muchos alumnos asumen ya como propio el algoritmo usado para la multiplicación; lo que suscita más dificultades es el algoritmo de la división. Por lo demás, muchos alumnos acaban entendiendo el proceso de la división como la operación inversa de la multiplicación.

Por otro lado, siempre tenemos en clase esa tipología de alumnado que termina las tareas en un abrir y cerrar de ojos. Una vez acaben, deben revisar el trabajo realizado y pedirles una mejora o una ampliación, ya sea perfeccionando los resultados, la presentación, o ampliando la solución dada. Si consideramos que no hay puntos de mejora en el trabajo del alumno, debemos darles

más tareas a realizar, en este caso Ahmés nos propone un sinnúmero de problemas muy interesantes. También les podríamos pedir que investigaran sobre las fracciones en el antiguo Egipto, muchos se llevarían una sorpresa.

Otro punto que debemos comentar en este apartado es que la mayoría de los alumnos acostumbran a ser reticentes a creer que el algoritmo de la multiplicación y división de Ahmés realmente funcione para todos los números. Por este motivo, se puede proponer al alumnado que intente poner como suma de potencias de dos todos los valores menores de 50, o todos los valores del 50 al 100. Una vez queda claro este punto, se les desvanecen las dudas sobre este algoritmo, y les pedimos que lo apliquen en distintos ejemplos.

6. Conclusiones

Por lo que a la dinámica de trabajo se refiere, las valoraciones de la actividad por parte de los alumnos han estado muy por encima de la media. Sobre todo les ha gustado el trabajo de forma transversal, viendo que podían aplicar los conocimientos de una asignatura a otra, que éstos no eran exclusivos sólo de una. Por otro lado, hay que ser algo críticos y advertir que no todos los alumnos se implicaron en la investigación, por bien que este cambio de dinámica de trabajo arrastró a más de los que habitualmente trabajan en el aula.

Por lo que al aprendizaje se refiere, alumnos que tenían dificultad en el cálculo básico, han mejorado notablemente en la comprensión y la aplicación de los algoritmos de la suma y la resta. Por lo general, la mayor parte del grupo ha consolidado los conocimientos ya existentes sobre numeración, contraste de distintas formas de representar el mismo concepto (números egipcios, romanos e indo árabigos).

También ha resultado reforzado el concepto de número fraccionario como distinto a los naturales, útil para representar partes de una cosa.

Finalmente, una vez montada la actividad, y sobre todo, una vez realizada, estamos seguros de haber trabajado competencialmente, consiguiendo que nuestros alumnos sean algo más competentes y autónomos.

Hemos querido crear un contexto que permita a nuestros alumnos experimentar, hacer hipótesis, razonar, escuchar las opiniones de los compañeros y defender las propias, porque en el fondo, creemos firmemente que buscando la superación de nuevos retos el alumno desarrolla más la creatividad, integra nuevos conocimientos a los ya existentes, dialoga y busca consenso con sus

compañeros sobre las ideas consideradas, busca motivos y razones para eliminar un concepto erróneo y no simplemente acata la versión del profesor, desarrollando así un pensamiento crítico. En resumen, esta forma de trabajo familiariza los alumnos con el método científico en lugar de usar procesos de aprendizaje meramente repetitivos y memorísticos.

Referencias bibliográficas

Burgués, C. i Sarramona, J. (coord.) (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.

García, A., i Criado, A.M. (2007) *Investigar para aprender, aprender para enseñar*. Alambrique: Didáctica de las ciencias experimentales. Ed. Graó. Enseñar y aprender investigando. Pàg 73-83.

Gillins, Richard J. (1972) *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1972.

Pozuelos, F.J. (2007) *Las TIC y la investigación escolar actual*. Alambrique: Didáctica de las ciencias experimentales. Ed. Graó. Enseñar y aprender investigando. Pàg 20-27.

Pujol, R. (2007) *Del treball conjectural al rigor: la resolució de problemes als ulls de l'alumne*. Revista Biaix. Núm 26. Pàg 66-80.

SISTEMA ELECTORAL PARA EL CONGRESO DE LOS DIPUTADOS ACORDE CON LAS RECOMENDACIONES DEL CONSEJO DE ESTADO

Victoriano Ramírez - Antonio Palomares Bautista

vramirez@ugr.es – anpalom@ugr.es

Universidad de Granada (España)

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas.

Modalidad: P

Nivel educativo: No específico (a partir de secundaria es válido para todos)

Palabras clave: d'Hondt, Congreso Diputados, Biproporcionalidad.

Resumen

En 2009 el Gobierno encargó al Consejo de Estado un informe para una reforma del sistema electoral del Congreso de los Diputados que fuese acorde con la Constitución. En su análisis, el informe concluye que hay desequilibrios en la representación de los partidos, que deberían corregirse, y sugiere que los restos de escaños de los partidos en las diferentes circunscripciones puedan agruparse, en algunas de ellas, para que los partidos reciban una representación justa. En tal sentido, sería posible asignar a los partidos, en un primer reparto en cada circunscripción, la parte entera de su cuota en esa circunscripción. Después se completa la representación de los partidos políticos, calculando el total de escaños que corresponde a cada uno de acuerdo con sus votos totales, y se distribuyen los escaños adicionales entre las circunscripciones mediante un reparto biproporcional.

I. Mejoras que requiere el sistema electoral del Congreso de los Diputados

A continuación describimos los principales objetivos que debería cumplir una propuesta de reforma electoral para el Congreso de los Diputados de España.

Evitar las grandes discordancias entre votos totales de los partidos y escaños totales recibidos. Por ejemplo en 2011 un partido con 1.143.000 votos recibió 5 escaños mientras que otro con 1.116.000 recibió 16 escaños. En España, la elección del Congreso de los Diputados ha ocasionado muchas grandes discordancias a lo largo de todas las elecciones generales; sin embargo hay sistemas electorales de otros países que nunca han ocasionado una discordancia.

Evitar grandes desequilibrios. Otras veces se han producido grandes desequilibrios en la representación de dos partidos con similar número de votos; por ejemplo, en 2015 un partido con 930.000 votos obtuvo 12 escaños mientras que otro con 927.000 votos obtuvo solo 2 escaños. También en las elecciones de 2016 podemos observar una falta de equidad en la asignación de

escaños a PNV y PACMA, como se ve en la Tabla 1 pues, teniendo prácticamente los mismos votos, el PNV recibe 5 escaños y PACMA ninguno.

Desbloquear las listas electorales. En la Unión Europea solo dos países tienen sus listas bloqueadas. España es uno de ellos. Así pues el desbloqueo de las listas electorales acompañado de medidas para la paridad de género es otra de las mejoras que debiera introducirse en una reforma del sistema electoral del Congreso de los Diputados.

Garantizar representatividad y facilitar la gobernabilidad. La representatividad, aparte de evitar desequilibrios y discordancias, requiere que cada partido político reciba un número de escaños cercano a su cuota (proporción exacta de escaños que corresponden a sus votos totales). La gobernabilidad requiere que el partido vencedor reciba un porcentaje de escaños sensiblemente superior a su porcentaje de votos.

II. Propuesta

Para mejorar el sistema electoral en los aspectos señalados en el apartado anterior, se proponen las siguientes medidas:

Tamaño del Congreso: 400 escaños.

Tamaño de las circunscripciones: Ceuta y Melilla reciben un escaño cada una. Las 50 provincias reciben dos escaños cada una, más los escaños que les correspondan al distribuir los 298 que restan en proporción a su número de habitantes, usando para ese reparto el método de Sainte-Laguë.

Representación de los partidos políticos: Se asignan los escaños en tres pasos:

1. A cada partido en cada circunscripción, se le asigna la parte entera de su cuota. A continuación se aplica una barrera global y continua para obtener la representación de los partidos. Para ello, se calcula el número total de votos válidos a las diferentes candidaturas y consideramos el 0.25% de esa cantidad redondeada al entero por exceso, que llamaremos r (en 2016 sería $r=59687$). Aquellos partidos o candidaturas con menos de r votos a nivel nacional, que no hayan obtenido escaños en el primer reparto, no participan en los siguientes repartos de escaños. Para las restantes candidaturas se consideran sus votos totales reducidos, que son los que resultan de restar r a sus votos totales.

2. Se distribuyen 375 escaños en proporción a los votos reducidos de los partidos usando el método d'Hondt, sin que ningún partido reciba menos escaños de los que ya le habían correspondido en el primer reparto por provincias. Es decir, los escaños que reciba cada partido o coalición en cada reparto están asegurados.
3. Se distribuyen los 400 escaños del Congreso en proporción al cuadrado de los votos totales de los partidos, pero sin que ninguno de ellos reciba menos de los escaños que obtuvo en el reparto anterior. Por tanto solo se reubican los 25 últimos escaños.

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos por cada partido en las elecciones de 2016, los escaños que asigna el método propuesto y los escaños que asigna el método que se aplica en actualidad.

Partido	V=Votos	Cuota	%V	VotosRedu. V-59687	EP=Escaños Propuestos	%EP	EA=Escaños Actuales	%EA
PP	7941236	133,06	33,26	7881549	156	39,00	137	39,14
PSOE	5443846	91,21	22,80	5384159	89	22,25	85	24,29
Podemos	3227123	54,07	13,52	3167436	52	13,00	45	12,86
C's	3141570	52,64	13,16	3081883	51	12,75	32	9,14
En Marea	853102	14,29	3,57	793415	13	3,25	12	3,43
En Común	659771	11,05	2,76	600084	10	2,50	9	2,57
ERC	632234	10,59	2,65	572547	9	2,25	9	2,57
CDC	483488	8,10	2,03	423801	7	1,75	8	2,29
Compromis	347542	5,82	1,46	287855	4	1,00	5	1,43
PNV	287014	4,81	1,20	227327	3	0,75	5	1,43
PACMA	286684	4,80	1,20	226997	3	0,75	0	0,00
Bildu	184713	3,09	0,77	125026	2	0,50	2	0,57
CC	78253	1,31	0,33	18566	1	0,25	1	0,29
Otros	308098	5,16	1,29	-	-			
Totales	23874674	400,00	100,00		400		350	100,00

Tabla 1. Reparto a los partidos usando el método propuesto con datos de 2016.

En la Figura 1 mostramos gráficamente los porcentajes de la Tabla 1, para cada partido, el porcentaje de votos, el porcentaje de escaños que asigna la propuesta de este trabajo y el porcentaje de escaños que asignó el método en vigor. Observamos que ambos métodos otorgan una prima de gobernabilidad al partido más votado muy similar.

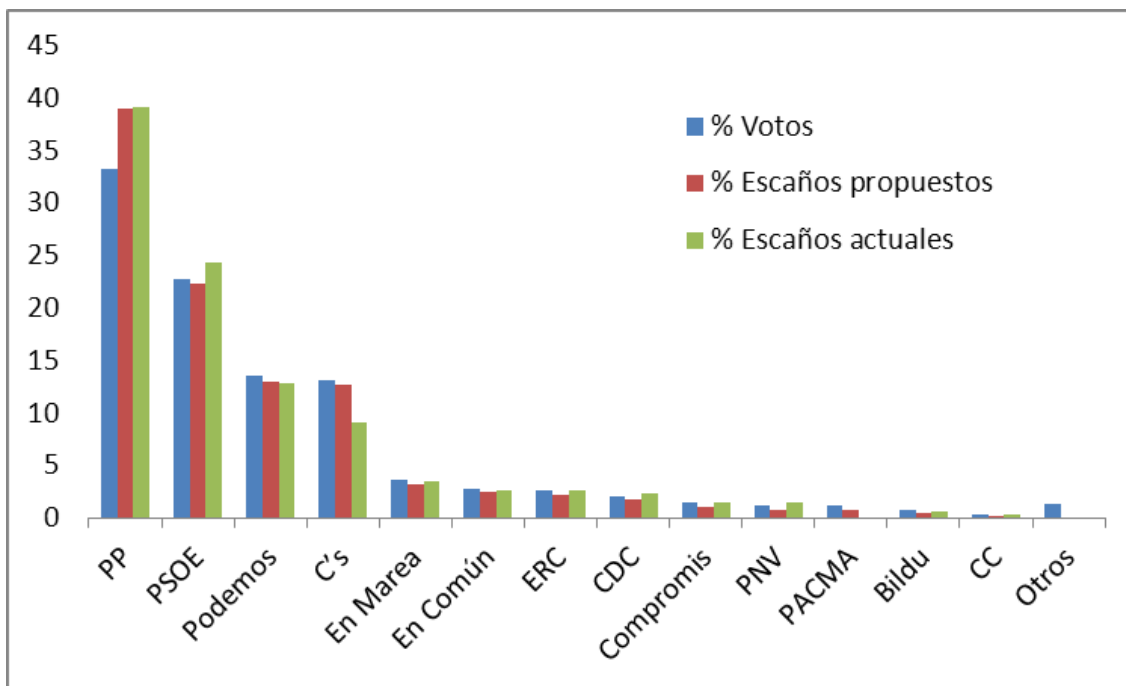


Figura 1. Comparación de porcentajes de votos y escaños

Reparto Biproporcional. Resultados en cada circunscripción

Para distribuir, entre las 52 circunscripciones, los escaños que hayan correspondido a los partidos entre el segundo y tercer reparto se usará un reparto biproporcional. Con esta técnica el total de los escaños de los partidos en cada circunscripción coincide con el tamaño de la circunscripción.

En la Tabla 2 se puede observar el número de escaños que recibe cada partido en cada circunscripción con el método propuesto. En la primera fila aparecen los nombres de los partidos junto al número de escaños obtenidos tras aplicar los tres pasos descritos anteriormente. Por razón de espacio, “Varios” corresponde a En Común + En Marea + Compromís, y B+C es Bildu + CC. Las circunscripciones y sus tamaños aparecen en la primera columna. En la circunscripción

Madrid el PP recibió 1325665 votos que equivalen exactamente a 17.2 escaños y obtuvo 18; la interpretación de los restantes números de las casillas, para los demás partidos y circunscripciones, es idéntica.

Circunc	PP	PSOE	Podem	Cs	Varios	ERC	CDC	PNV	PAC	B+C	Divisor
	156	89	52	51	27	9	7	3	3	2+1	(miles)
Madrid 44	1325665 17.2 18	678340 8.8 8	737885 9.5 9	616503 7.9 8					39117 0.5 1		87
Barcelona 38	357759 5.2 6	444812 6.4 6	0	305075 4.4 5	694315 10.1 10	438126 6.3 6	323824 4.7 4		47660 0.7 1		75
Valencia 18	482855 6.2 6	285732 3.7 3	0	205489 2.6 3	394227 5.1 5				18994 0.2 1		88
Sevilla 15	299884 4.4 5	347470 5.1 5	214663 3.1 3	138086 2.0 2					13389		70
Alicante 14	329628 5.3 6	187484 3.0 3	0	138517 2.2 2	193263 3.1 3				10632		70
Málaga 13	256033 4.5 5	201444 3.5 4	140829 2.5 2	121294 2.1 2					11523		55
Murcia 11	333109 5.2 6	144937 2.2 2	103522 1.6 1	111961 1.7 2					8209		70
Cádiz 10	198876 3.2 4	175498 2.9 3	130643 2.1 2	88029 1.4 1					4234		67
Vizcaya 9	78965 1.1 2	86425 1.2 1	179347 2.6 3	20685 0.3 0				175296 2.5 2	4865	67653 0.9 1	60
Coruña 9	257855 3.7 4	139973 2.0 2	0	60347 0.8 1	148566 2.1 2				6557		80
Baleares 9	163045 3.2 4	93363 1.8 2	118082 2.3 2	67700 1.3 1					7266		53
Las Palmas 9	170316 3.1 4	119351 2.1 2	113256 2.0 2	65172 1.1 1					6730	17982 0.3	50
Asturias 9	209632 3.2 4	147920 2.2 2	141845 2.1 2	74961 1.1 1					6398		60
Tenerife 8	163129 2.7 3	101120 1.7 2	85178 1.4 1	52576 0.8 1					8243	60271 1.0 1	60
Zaragoza 8	179211 2.8 3	125321 2.0 2	104199 1.6 2	86434 1.3 1					5025		65
Pontevedra 8	208921 3.2 3	118816 1.8 2	0	48302 0.7 1	137088 2.1 2				6497		73
Granada 8	172721 2.8 4	151445 2.5 2	86975 1.4 1	66000 1.0 1					5228		58.1
Tarragona 7	51241 1.1 2	53967 1.1 1	0	39082 0.8 1	75328 1.5 1	67759 1.3 1	47226 0.9 1		5680 0.1 0		40
Córdoba 7	153750 2.4 3	139281 2.2 2	85058 1.3 1	55248 0.8 1					4234		60
Girona 7	31035 0.7 1	38558 0.8 2	0	23748 0.5 1	53277 1.2 1	80824 1.8 1	71453 1.6 1		4627 0.1 0		24.5
Guipúzcoa 7	35312 0.6 1	51449 0.9 1	104566 2.0 3	11683 0.2 0				85015 1.6 1	2788	69828 1.3 1	36
Almería 7	131801 3.0 3	84988 1.9 2	40578 0.9 1	41897 0.9 1					2689		50
Toledo 6	159521 2.6 3	97733 1.6 1	53994 0.8 1	47705 0.7 1					3368		70
Badajoz 6	149603 2.4 2	133392 2.1 2	47182 0.7 1	40417 0.6 1					2766		80
Jaén 6	131234 2.1 2	138612 2.2 2	53239 0.8 1	38884 0.6 1					3238		70
Navarra 6	106976 2.0 3	58173 1.1 1	94972 1.8 2	20505 0.3 0					2757	31374 0.6 0	50
Cantabria 6	140250 2.5 3	79407 1.4 1	59845 1.0 1	48626 0.8 1					3369		60
Castellón 6	106746 2.1 2	66062 1.3 1	0	44121 0.9 1	78281 1.4 2				2985		53

Valladolid 5	132026 2.1 2	71780 1.1 1	51637 0.8 1	49283 0.8 1					2225		80
Huelva 5	81959 1.6 2	881000 1.8 1	40023 0.8 1	28685 0.6 1					2850		60
C. Real 5	121622 2.2 2	81728 1.4 1	37510 0.6 1	33126 0.5 1					2334		60
León 5	112723 2.0 2	73681 1.3 1	49484 0.9 1	35870 0.6 1					2184		70
Lleida 5	24503 0.6 1	22533 0.6 1	0	12592 0.3 0	30182 0.8 1	45525 1.2 1	40985 1.1 1		1930		30
Cáceres 5	95419 2.0 2	78767 1.6 1	33164 0.7 1	24343 0.5 1					1690		53
Albacete 5	89717 2.0 2	59617 1.3 1	33509 0.7 1	31976 0.7 1					1985		50
Burgos 4	88785 1.7 2	45724 0.9 1	35705 0.7 0	30361 0.6 1					1782		68
Salamanca 4	97672 1.9 2	43252 0.8 1	25441 0.5 0	31878 0.6 1					1359		60
Lugo 4	91516 1.9 3	45796 0.9 1	0	13343 0.2 0	23752 0.7 0				1939		40
Álava 4	34276 0.8 1	26381 0.6 1	51827 1.2 2	8372 0.2 0				26703 0.6 0	1657	15858 0.8 0	31
Orense 4	92539 2.0 3	93429 0.9 1	0	13133 0.2 0	29136 0.4 0				1671		40
La Rioja 4	73708 1.7 2	42010 0.9 1	28772 0.6 1	24180 0.5 0					1350		54.5
Guadalajara 4	52047 1.6 1	30282 0.9 1	23884 0.7 1	21586 0.6 1					1349		43
Huesca 3	42332 1.1 1	29915 0.7 1	22430 0.5 1	17934 0.4 0					909		41
Cuenca 3	53004 1.3 2	34426 0.9 1	15263 0.4 0	10868 0.2 0					785		40
Zamora 3	52555 1.4 2	26045 0.7 1	15403 0.4 0	12423 0.3 0					537		40
Palencia 3	45955 1.3 2	24751 0.7 1	15077 0.4 0	12428 0.3 0					761		30
Ávila 3	50931 1.5 2	19277 0.5 1	12527 0.3 0	14096 0.4 0					610		34
Segovia 3	40172 1.3 2	19014 0.6 1	13440 0.4 0	13595 0.4 0					612		31
Teruel 3	30913 1.2 2	19724 0.8 1	12558 0.5 0	9871 0.4 0					402		24
Soria 3	22264 1.3 2	12762 0.7 1	7599 0.4 0	5679 0.3 0					260		16
Melilla 1	13522 0.5 1	6805 0.2 0	2667 0.1 0	3352 0.1 0					317		20
Ceuta 1	15991 0.5 1	6974 0.2 0	3345 0.1 0	3549 0.1 0					333		30
divisor	0.847	1.043	1.055	0.89		2.3	2.3	1.8	0.43	1.3	

Tabla 2. Escaños asignados a cada partido en cada circunscripción

Para comprobar que la asignación de un partido en una circunscripción es correcta basta dividir los votos del partido en esa circunscripción por el divisor del partido, que aparece en la última fila y por el divisor de la circunscripción, que aparece en la última columna, y redondear al entero más próximo. Por ejemplo, en Tenerife para Podemos daría: 1.35, que se redondea a 1. Los divisores de En Común, en Marea y Compromís son: 2, 1.7 y 0.9, respectivamente; el divisor de Bildu y el de C es el mismo, 1.3.

Desbloqueo de las listas electorales. En la lista de cada partido en cada circunscripción electoral, a continuación junto a los nombres de los candidatos aparecen unas casillas correspondientes a los calificativos: *excelente, muy bueno, bueno, aceptable, rechazable*. Cada elector puede marcar, si lo desea, un calificativo para cada candidato. La calificación final de un candidato es la mediana de las calificaciones que le hayan otorgado los electores. Los que consigan medianas correspondientes a mejores calificativos reciben las actas de diputado que correspondan a su partido en esa circunscripción.

III. Miniatura

Sistema Electoral para el Congreso de los Diputados acorde con las recomendaciones del Consejo de Estado

Ramírez González, V., vr Ramirez@ugr.es, Univ. de Granada.
 Palomares Bautista, A., anpalom@ugr.es, Univ. de Granada

Resumen

En 2009 el Gobierno encargó al Consejo de Estado un informe para una reforma del sistema electoral del Congreso de los Diputados que fuese acorde con la Constitución. En su análisis, el informe concluye que hay desequilibrios en la representación de los partidos, que deberían corregirse, y sugiere que los restos de escaños de los partidos en las diferentes circunscripciones puedan agruparse, en algunas de ellas, para que los partidos reciban una representación justa. En tal sentido, sería posible asignar a los partidos, en un primer reparto en cada circunscripción, la parte entera de su cuota en esa circunscripción. Después se completa la representación de los partidos políticos, calculando el total de escaños que corresponde a cada uno de acuerdo con sus votos totales, y se distribuyen los escaños adicionales entre las circunscripciones mediante un reparto biproporcional.

Mejoras que requiere el sistema electoral actual

Evitar las grandes discordancias entre votos totales de los partidos y escaños totales recibidos. Por ejemplo en 2011 un partido con 1.143.000 votos recibió 5 escaños mientras que otro con 1.116.000 recibió 16 escaños. En España, la elección del Congreso de los Diputados ha ocasionado muchas grandes discordancias a lo largo de todas las elecciones generales; sin embargo hay sistemas electorales de otros países que nunca han ocasionado una discordancia.

Evitar grandes desequilibrios. Otras veces se han producido grandes desequilibrios en la representación de dos partidos con similar número de votos; por ejemplo, en 2015 un partido con 930.000 votos obtuvo 12 escaños mientras que otro con 927.000 votos obtuvo solo 2 escaños. También en las elecciones de 2016 podemos observar una falta de equidad en la asignación de escaños a PNV y PACMA, como se observa en la tabla pues, teniendo prácticamente los mismos votos, el PNV recibe 5 escaños y PACMA ninguno.

Desbloquear las listas electorales. En la Unión Europea solo dos países tienen sus listas bloqueadas. España es uno de ellos. Así pues el desbloqueo de las listas electorales acompañado de medidas para la paridad de género es otra de las mejoras que debería introducirse en una reforma del sistema electoral del Congreso de los Diputados.

Garantizar representatividad y estimular la gobernabilidad. La representatividad, aparte de evitar desequilibrios y discordancias, requiere que cada partido político reciba un número de escaños cercano a su cuota (proporción exacta de escaños que corresponden a sus votos totales). La gobernabilidad requiere que el partido vencedor reciba un porcentaje de escaños sensiblemente superior a su porcentaje de votos.

Propuesta

Tamaño del Congreso: 400 escaños.

Tamaño de las circunscripciones: Ceuta y Melilla reciben un escaño cada una. Las 50 provincias reciben dos escaños cada una más los que les corresponden al distribuir los 298 que restan en proporción a su número de habitantes, usando para ese reparto el método de Sainte-Lagué.

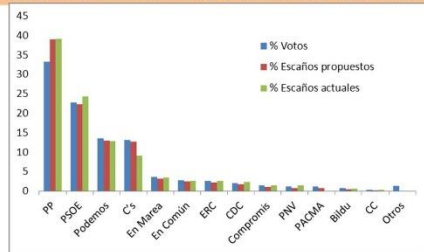
Representación de los partidos políticos: Se asignan los escaños en tres pasos:

1. A cada partido en cada circunscripción se le asigna la parte entera de su cuota. A continuación se calcula el número total de votos válidos a las diferentes candidaturas y el 0,25% de esa cantidad redondeada al entero por exceso, la llamamos r (en 2016 sería $r=59687$). Aquellos partidos o candidaturas con menos de r votos a nivel nacional, que no hayan obtenido escaños en el primer reparto, no participan en los siguientes repartos de escaños. Para las restantes candidaturas se consideran sus votos totales reducidos, que son los que resultan de restar r a sus votos totales.
2. Se distribuyen 375 escaños en proporción a los votos reducidos de los partidos usando el método de Hondt, sin que ningún partido reciba menos escaños de los que ya le habían correspondido en el primer reparto por provincias. Los escaños que reciba cada partido o coalición ya los tiene asegurados.
3. Se distribuyen los 400 escaños del Congreso en proporción al cuadrado de los votos totales de los partidos, pero sin que ninguno de ellos reciba menos de los escaños que obtuvo en el reparto anterior. Por tanto solo se reubican los 25 últimos escaños.

Biproporcionalidad. Para distribuir, entre las 52 circunscripciones, los escaños que hayan correspondido a los partidos entre el segundo y tercer reparto se usará un reparto biproporcional. Con esta técnica el total de los escaños de los partidos en cada circunscripción coincide con el tamaño de la circunscripción.

Desbloqueo de las listas electorales. En la lista de cada partido en cada circunscripción electoral, a continuación de los nombres de los candidatos aparecen unas casillas correspondientes a los calificativos: *excelente, muy bueno, bueno, aceptable, rechazable*. Cada elector puede marcar, si lo desea, un calificativo para cada candidato. La calificación de un candidato es la mediana de las calificaciones que le hayan otorgado los electores. Los que consiguen medianas correspondientes a mejores calificativos reciben las actas de diputado que correspondan a su partido en esa circunscripción.

Comparación en porcentajes de: votos, escaños propuestos y escaños obtenidos con el sistema electoral actual en la elección de 2016



Comparación con datos numéricos totales de los Partidos

Partido	Votos V	Cuota	%V	VotosRedu. V-59687	Escaños Propuestos	%EP	Escaños Actuales	%EA
PP	7941236	133,06	33,26	7881519	156	39,00	137	39,14
PSOE	5443846	91,21	22,80	5384159	89	22,25	85	24,29
Podemos	3227123	54,07	13,52	3167436	52	13,06	45	12,86
C's	3141570	52,64	13,16	3081883	51	12,75	42	9,14
En Marea	853102	14,29	3,57	793415	13	3,25	12	3,43
En Comú	659771	11,05	2,76	600084	10	2,50	9	2,57
ERC	632234	10,59	2,65	572547	9	2,25	9	2,57
CDC	483488	8,10	2,03	423801	7	1,75	8	2,29
Compromís	347542	5,82	1,46	287855	4	1,00	5	1,43
PNV	287014	4,81	1,20	227327	3	0,75	5	1,43
PACMA	286684	4,80	1,20	226997	3	0,75	0	0,00
Bildu	184713	3,09	0,77	125026	2	0,50	2	0,57
CC	78253	1,31	0,33	18566	1	0,25	1	0,29
Otros	308098	5,16	1,29	-	-	-	-	-
Totales	23874674	400,00	100,00	-	400	-	350	100,00

Reparto Biproporcional. Resultados en cada circunscripción

Circunscripción	PP	PSOE	Podemos	C's	En Marea	ERC	CDC	PNV	PAC	Bildu	CC	Otros
Madrid	133566	65380	75386	61940								
44	17,2	8,8	9,5	7,8	8							
Barcelona	35759	44812	0	30575	69415	43176	37804					
2	5,2	6,4	0	4,4	10,3	6,3	4,7	4				
Valencia	86265	28572	0	20898	39477							
3	12,0	4,3	0	3,1	5,8							
Sevilla	29968	34700	21663	18038								
15	4,4	5,1	3,1	2,6	2,8							
Alicante	39668	0	0	18677	16763							
14	5,8	0	0	2,7	2,3							
Málaga	35013	20180	14839	12194								
19	4,5	2,8	2,1	1,7								
Murcia	18139	14967	10352	11361								
11	2,6	2,2	1,6	1,7								
Cádiz	19684	17498	13643	8809								
10	2,8	2,5	2,0	1,3								
Vizcaya	8965	8662	17667	20665								
9	1,3	1,2	2,6	3,0								
Coruña	25265	13973	0	6217	14866							
9	3,7	2,0	0	0,8	2,1							
Salamanca	16366	6382	13830	6780								
8	2,4	0,9	2,0	1,0								
Las Palmas	13316	15561	11376	6512								
9	1,9	2,2	1,6	0,9								
Asturias	20932	14700	14846	2981								
8	2,9	2,1	2,1	0,4								
Tenerife	16179	10170	8078	5076								
8	2,3	1,4	1,2	0,7								
Zaragoza	17611	15321	10436	8644								
8	2,5	2,2	1,6	1,2								
Pantnedra	20921	11866	0	4832	13708							
8	3,0	1,6	0	0,7	2,1							
Canarias	17721	15445	8097	6600								
8	2,4	2,2	1,1	0,9								
Terragona	15241	1967	0	3982	7538	6759	4726					
9	2,1	0,3	0	0,6	1,1	1,0	0,9	1				
Córdoba	10766	15951	8058									
7	1,5	2,2	1,1	0,8								
Granada	11025	8651	0	2708	5277	8204	7563					
7	1,5	1,2	0	0,4	0,8	1,1	1,0	1				
Guipúzcoa	18317	14848	10256	1566								
7	2,6	2,1	1,5	0,2								
Alicante	13101	4488	4078	4187								
6	1,8	0,6	0,6	0,6								
León	14903	11352	4782	4017								
6	2,1	1,6	0,7	0,6								
Madrid	11824	13627	5238	9884								
6	1,6	1,9	0,7	1,4								
Návara	10676	8171	9472	2026								
6	1,5	1,1	1,3	0,3								
Cantabria	14376	7947	5985	4806								
6	2,0	1,1	0,8	0,7								
Castellón	16746	6662	0	4811	7821							
6	2,3	0,9	0	0,7	1,1							
Valencia	11026	9780	5162	4626								
5	1,5	1,4	0,7	0,6								
C. Real	17422	8178	3752	3156								
5	2,2	1,1	0,5	0,4								
León	11723	7381	4944	3670								
5	1,6	1,0	0,7	0,5								
Lleida	24501	25531	0	1342	3018	4525	4085					
5	3,4	3,6	0	0,2	0,4	0,6	0,6					
Ciudad	16419	9767	3164	2451								
5	2,3	1,4	0,4	0,3								
Albacete	8957	10627	3308	1896								
5	1,3	1,5	0,4	0,2								
Burgos	4026	4574	3701	3161								
4	0,6	0,6	0,5	0,4								
Salamanca	9572	4352	2541	1878								
4	1,3	0,6	0,4	0,3								
Lugo	1515	4576	0	1343	2372							
4	0,2	0,6	0	0,2	0,3							
Azuay	14215	26281	15827	8927								
4	1,9	3,5	2,1	1,2								
Orona	9239	0	0	0	1313	2916						
4	1,2	0	0	0	0,4	0,4						
La Rioja	7338	40420	28772	24340								
4	1,0	5,4	4,0	3,3								
Guadalajara	12347	3042	2384	2146								
4	1,6	0,3	0,3	0,3								
Huesca	4232	22915	22432	1754								
3	0,6	3,1	3,0	0,2								
Guena	52001	34426	23263	2088								
3	7,0	4,2	3,1	0,3								
Zamora	5255	2645	1503	1243								
3	0,7	0,3	0,2	0,2								
Palencia	4535	2471	1507	1242								
3	0,6	0,3	0,2	0,2								
Ávila	10011	10277	12527	1806								
3	1,4	1,4	1,7	0,2								
Segovia	10272	19024	15442	1359								
3	1,4	2,6	2,1	0,2								
Teruel	3052	1974	1255	987								
3	0,4	0,3	0,2	0,1								
Soria	2264	1292	759	587								
3	0,3	0,2	0,1	0,1								
Mérida	1352	885	2697	352								
1	0,2	0,1	0,4	0,0								
Ceuta	1501	6974	3348	3543								
1	0,2	1,0	0,5	0,5								
Melilla	1487	148	148	148								

Referencias bibliográficas

Balinski, M. L., and Young, H. P. (1982). *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. New Haven: Yale University Press.

Balinski, M. L. and Demange, G. (1989). Algorithms for proportional matrices in real and integers. *Mathematical Programming*, 45, 193-210.

Ramírez, V. et al. (2013). *Sistema Electoral para el Congreso de los Diputados. Propuesta para un Parlamento más ecuánime, representativo y gobernable*, Edit. Universidad de Granada.

Rubio Llorente, F. et al. (2009), *Informe del Consejo de Estado sobre las propuestas de modificación del Régimen Electoral General*, 24 de febrero de 2009.

INCLUSIÓN DE COMPETENCIAS PROFESIONALES COHERENTES CON UNA EDUCACIÓN PARA LA SOSTENIBILIDAD EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Moreno-Pino, F. – Azcárate, P. – Cardeñoso, J. M.

franciscomanuel.moreno@uca.es – pilar.azcarate@uca.es – josemaria.cardenoso@uca.es

Universidad de Cádiz – España

Núcleo temático: Formación del Profesorado en Matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: Universidad

Palabras clave: Alfabetización Matemática, Sostenibilización Curricular, Complejidad

Resumen

El póster que se presenta forma parte de los resultados de EDINSOST, proyecto I+D+i 2015 del programa estatal de investigación, desarrollo e innovación orientado a los retos de la sociedad, EDU2015-65574-R (MINECO/FEDER), subvencionado por el Ministerio de Economía y Competitividad: España. El objetivo general de EDINSOST es “dotar a los futuros titulados de las competencias necesarias para catalizar el cambio hacia una sociedad más sostenible”. En el cartel se resume una investigación cuyo objetivo es determinar cuál es el estado actual de la Educación Matemática, en relación a la inclusión de competencias profesionales coherentes con una Educación para la Sostenibilidad, en las titulaciones de formación para profesores en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz. La investigación se focaliza en un pilar clave: la dialógica profesor-estudiante. Se establece como marco teórico de referencia para la investigación el paradigma de la complejidad. La metodología empleada en el estudio se advierte obligatoriamente diversa, siendo la finalidad última del análisis el de sugerir un diseño para la mejora de los planes de estudios de la Didáctica de las Matemáticas en su conjunto, considerando la formación en Educación Matemática desde la Educación para la Sostenibilidad Curricular como referente deseable.

1. Introducción

Este trabajo forma parte de los resultados de EDINSOST, proyecto I+D+i 2015 del programa estatal de investigación, desarrollo e innovación orientado a los retos de la sociedad, EDU2015-65574-R (MINECO/FEDER), subvencionado por el Ministerio de Economía y Competitividad: España. El objetivo general de EDINSOST es “dotar a los futuros titulados de las competencias necesarias para catalizar el cambio hacia una sociedad más sostenible”.

No descubrimos nada nuevo cuando afirmamos que es la asignatura de matemáticas una de las materias con la que los alumnos, a lo largo de su enseñanza obligatoria, interaccionan (y no siempre positivamente) durante un tiempo más o menos prolongado.

Una etapa muy importante del sistema educativo, como las investigaciones han ido desvelando, es la educación infantil (Torra, 1994). Paradójicamente, y en contra de lo que la sociedad piensa, su enseñanza para este nivel resulta ser aún más difícil que para otros niveles superiores al requerir, por parte del profesorado, de una formación de la matemática y su didáctica más amplia y bien fundamentada (Chamorro, 2005). Así, los niños desde que nacen, y a medida que se van desarrollando, crean y maduran una serie de capacidades que les permitirán, desde edades muy tempranas, iniciarse en el establecimiento de relaciones y de representación mental básicas para la elaboración del conocimiento matemático, jugando la escuela un papel fundamental en dicha elaboración. *Relacionar* es, por tanto, el primer eslabón en el camino hacia el pensamiento abstracto (Torra, 1994). Pero, matemáticas ¿para qué?, ¿para qué sociedad?, ¿para construir qué cultura?, ¿para formar qué ciudadanos?

Cada vez es mayor la preocupación de las sociedades modernas por asegurar adecuados niveles de alfabetización entre sus ciudadanos. La sociedad actual se encuentra en un momento de crisis sin precedentes, crisis global, emergencia del diálogo de como mínimo tres crisis simultáneas: socio-ambiental, de valores y de conocimiento (Bonil et al, 2010); de reducción de lo político a lo económico y de lo económico al crecimiento desmedido (Morin, 2001). Una característica común a todas las problemáticas globales que a día de hoy afectan a nuestro planeta es que los factores y elementos presentes en cada una de ellas están en permanente *interrelación* influyéndose entre sí, provocando una dinámica de cambios en ocasiones muy intensa y con nuevos efectos. Es de la propia caracterización de estos problemas que se demanda, para su mejor comprensión, de la capacitación de personas para entender el mundo en términos de *relaciones* (Murga-Menoyo, 2013). En este sentido, la educación tiene que “despertar” al cambio de época y ser la herramienta capaz de transformar aquellos escenarios de crisis en escenarios de oportunidad (Bonil et al, 2010). Pero ¿cómo hacer esto?

La inclusión de la Educación para la Sostenibilidad (ES) en los sistemas educativos de los diferentes países del mundo se presenta como alternativa posible por tratarse de un tipo de educación que trabaja desde perspectivas complejas permitiendo profundizar en las *relaciones* que se producen en una determinada realidad. La sostenibilidad en el ámbito educativo debe entenderse como una opción que permite la construcción de posibles respuestas, de soluciones orientadas (Jiménez-Fontana et al, 2015).

La ES resulta ser un área de estudio transversal muy compleja por el hecho de que en ella intervienen muchos saberes y técnicas (Calabuig et al, 2011), lo que hace que no se la deba considerar como una asignatura más sino como punto de encuentro entre diferentes materias entre las cuáles las Matemáticas y la Educación Matemática deben estar presentes como piezas clave en la construcción de dicho conocimiento (Calabuig et al, 2004). Así, contenidos y procesos (matemáticos) se *interrelacionan*, se *retroalimentan*, y juntos forman el conjunto de conocimientos matemáticos que se tienen que aprender para ser un ciudadano matemáticamente alfabetizado en la sociedad del S. XXI (Alsina, 2012). Desde nuestra perspectiva, ser matemáticamente competente no puede reducirse a que los estudiantes elaboren sólo un conocimiento práctico de las matemáticas sino también un conocimiento crítico y reflexivo sobre las condiciones de construcción y aplicación de determinados modelos matemáticos así como una comprensión de sus funciones sociales (Azcárate, 2005). Responder de manera crítica y comprometida, no sólo con el “saber matemático”, sino con la democracia, la justicia social, la ética y la solidaridad es función también de la Educación Matemática (Azcárate et al, en prensa).

2. El papel de la Universidad

La Universidad como institución que forma, investiga y educa, tiene entre sus funciones preferentes la de formar ciudadanos en las competencias necesarias para la sostenibilidad de las sociedades (Aznar y Ull, 2013). En el marco internacional, la Agenda 21 Educativa -derivada de la Agenda 21 aprobada en Río´92- es un instrumento que persigue la sostenibilización de la educación (Murga-Menoyo, 2013). En España, la Comisión Sectorial CRUE-Sostenibilidad en su documento *Directrices para la introducción de la sostenibilidad en el currículum*, propone la formación de profesionales comprometidos con la sostenibilidad, entendida ésta como concepto que incluye la búsqueda de la calidad ambiental, la justicia social y una economía equitativa y viable a largo plazo (CADEP-CRUE, 2012).

Repensar sobre la formación de los futuros ciudadanos es responsabilidad de todos (máxime en los títulos de educación pues sus egresados serán los maestros y profesores de las futuras generaciones), y asomarnos desde nuestro campo de acción -la Educación Matemática- justifica el punto de partida de esta investigación.

3. El problema de investigación

La omnipresencia de las matemáticas en la escuela de la que veníamos hablando al principio de este escrito, el carácter holístico de efecto sistémico-complejo de las grandes problemáticas que afectan hoy al mundo, unida a nuestra posición de formadores en Educación Matemática de futuros docentes e interés en la inclusión de los principios de sostenibilidad en nuestra área de conocimiento, nos lleva a formular el objetivo central de nuestra investigación en los siguientes términos:

¿Cuál es el estado actual de la Educación Matemática, en relación a la inclusión de competencias profesionales coherentes con una Educación para la Sostenibilidad, en las titulaciones de formación para profesores en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz?

En el cartel (figura 1) explicitamos: el problema de investigación que se aborda, una revisión del marco teórico que fundamenta la propuesta en asunción con los principios del paradigma de la complejidad, la metodología de trabajo empleada (obligatoriamente diversa), y las conclusiones a las que esperamos llegar, cuyo fin último es el de sugerir un diseño para la mejora de los planes de estudios de la Didáctica de las Matemáticas en su conjunto, considerando la formación en Educación Matemática desde la Educación para la Sostenibilidad Curricular como referente deseable.

4. Marco teórico

Dos son los pilares básicos que sustentan la fundamentación teórica de esta investigación: de un lado, los principios para una educación en pro del desarrollo sostenible, de otro lado, la nueva conceptualización de alfabetización matemática.

En referencia al primer pilar, el carácter sistémico de la misma realidad educativa unido a la propia caracterización del pensamiento complejo (referente ineludible en el que debiera sustentarse todo modelo educativo que persiga contribuir a una educación para el desarrollo sostenible), nos lleva a establecer, como marco de referencia para nuestra investigación el paradigma de la complejidad que, basado en los principios sistémico, dialógico y hologramático, aboga por una visión compleja del mundo (Morin et al, 2003) percibiendo los procesos de enseñanza-aprendizaje como espacios de diálogo entre una forma de pensar, un marco de valores y un mundo de acción (Bonil et al, 2010).

En referencia al segundo pilar, la nueva conceptualización de alfabetización matemática en el marco curricular a la que actualmente hemos llegado (modelo que subraya los aspectos funcionales de esta área de conocimiento), supone una oportunidad de cambio que permite la convergencia entre los intereses de una Educación Matemática basada en un aprendizaje crítico y reflexivo, y los intereses de una Educación para la Sostenibilidad.

La propia evolución del pensamiento matemático a lo largo de la historia y el devenir del currículo escolar de matemáticas hacia un modelo más funcional, hace emerger el concepto de *Competencia Matemática o Alfabetización Matemática*. “El concepto de competencia matemática muestra la riqueza cognitiva de esta disciplina, expresa los procesos o modos de actuación que tienen lugar por medio de los conocimientos matemáticos, no sólo por su dominio formal” (Rico, 2009, p. 14). Así, el conocimiento matemático no es sólo un conjunto de conceptos o contenidos que deban aprenderse sino que es también un conocimiento técnico y constituye por ello una concreción potente de sus aplicaciones al correspondiente campo de fenómenos y situaciones propias de las sociedades avanzadas (Rico y Lupiáñez, 2014). De esta manera, la Educación Matemática no debe caer exclusivamente en su carácter utilitarista sino que debe permitir visibilizar las grandes problemáticas del mundo que, al comportarse como sistemas dinámicos, tienen movimientos de tal complejidad que resulta imposible toda predicción a largo plazo (Rañada, 1986). Las consecuencias éticas derivadas de la toma continuada de decisiones, en primer lugar, y de sus aplicaciones, en segundo lugar, obliga a una comprensión previa del contexto donde se suceden y de cómo las relaciones hombre-naturaleza-sociedad se verían afectadas y/o alteradas.

Sólo desde el logro tendente (“aspiracional”) en relación al *saber pensar, saber hacer y saber comprender* de la disciplina (matemáticas) se podrá atender los cuatro pilares del desarrollo calificado como sostenible: desarrollo humano, calidad de vida, equidad y -en especial- el de precaución (Murga-Menoyo, 2013). Es, en este contexto, cuando un estudiante se entenderá matemáticamente alfabetizado y para ello, la sostenibilización curricular de la Educación Matemática se hace irremplazable si verdaderamente queremos contribuir a dar respuesta a una demanda compleja (Moreno-Pino et al, 2016).



INCLUSIÓN DE COMPETENCIAS PROFESIONALES COHERENTES CON UNA EDUCACIÓN PARA LA SOSTENIBILIDAD EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Moreno-Pino, F.; Azcárate Goded, P. y Cardeñoso Domingo, J. M.

INTRODUCCIÓN

Grupo de Investigación: Desarrollo Profesional del Docente

Las raíces del actual sistema educativo las encontramos en una época diferente: concebido en la cultura intelectual de la Ilustración y en las condiciones económicas de la Revolución Industrial [1]. Sin embargo, a día de hoy, la huella sobre el planeta dejada por una industrialización galopante nos ha llevado a una situación de crisis socio-ambiental sin precedentes, con toda una retahíla de problemáticas globales reconocidas en diversos foros y cumbres internacionales.

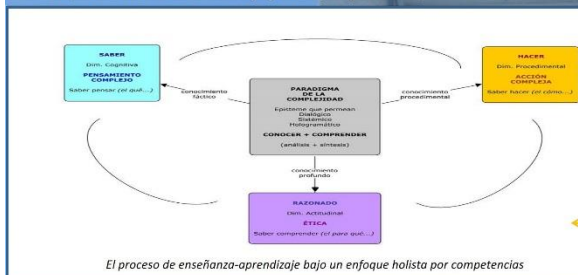
La complejidad de estos fenómenos, resultado de las relaciones que se vinculan entre distintas problemáticas y la variabilidad de factores que las producen, requiere para su comprensión de la capacitación de personas [2] que permita plantear alternativas que incidan sobre las causas de los problemas más que sobre los efectos de los mismos.

La sostenibilidad curricular se constituye como una vía para trasladar los principios que promueve una educación para la sostenibilidad en los currícula universitarios [3]. Hasta ahora, la Universidad ha respondido tibiamente a este desafío, detectándose obstáculos que dificultan la sostenibilización curricular [4]. Sin embargo, repensar sobre la formación de los futuros ciudadanos es responsabilidad de todos y asomarnos desde nuestro campo de acción, la Educación Matemática, es el punto de partida de esta investigación.



REFERENTE TEÓRICO

La educación tiene entre sus funciones preferentes formar a ciudadanos en las competencias necesarias para la sostenibilidad de las sociedades [5]. La capacitación de personas para entender el mundo en términos de relaciones y para intervenir adecuadamente en él es el gran reto del sistema educativo. En este contexto, la Universidad tiene un papel muy importante que asumir.

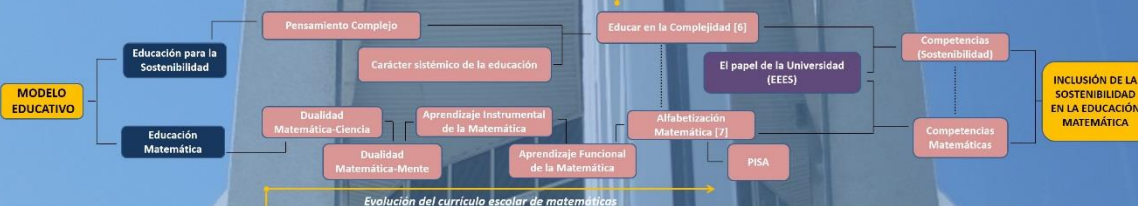


PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La omnipresencia de las matemáticas en la escuela, el carácter holístico de efecto sistémico-complejo de las problemáticas globales que hoy nos acechan, unida a nuestra posición de formadores de futuros docentes, nos lleva a formular el objetivo central de nuestra investigación en los siguientes términos:

¿Cuál es el estado actual de la Educación Matemática, en relación a la inclusión de competencias profesionales coherentes con una Educación para la Sostenibilidad, en las titulaciones de formación para profesores en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz?

Focalizando la investigación en un pilar clave:



METODOLOGÍA

La finalidad de nuestra investigación es aproximarnos al grado de sostenibilización curricular de la Educación Matemática en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz para integrar la sostenibilidad en el currículum de esta área de conocimiento, focalizando dicha investigación en dos aspectos básicos: profesores y estudiantes.

La circunstancia hace que el diseño, la muestra y los instrumentos empleados tengan que ser de diferentes tipos según el problema de investigación en el que nos encontremos. Los estudios previstos en la investigación son:

- E1:** Análisis documental a través de la revisión bibliográfica, programaciones, guías docentes y verificaciones para cada titulación objeto de estudio.
- E2:** Elaboración de instrumentos para evaluar el estado de formación en sostenibilidad del profesorado.
- E3:** Elaboración de instrumentos para evaluar el estado de desempeño competencial en sostenibilidad del alumnado.

CONCLUSIONES ESPERADAS

- Diagnóstico del grado de sostenibilización curricular para cada una de las materias del área de Didáctica de las Matemáticas impartidas en la Universidad de Cádiz, así como un diagnóstico de necesidades.
- Diagnóstico de la situación del profesorado del área de Didáctica de las Matemáticas en relación a la consideración en su práctica de la inclusión de competencias en sostenibilidad, concluyendo necesidades para su desarrollo profesional deseable.
- Diagnóstico de la situación de los estudiantes de cada una de las materias objeto de estudio en relación al nivel del logro competencial en sostenibilidad, concluyendo necesidades para su desarrollo profesional deseable.
- Diseño sugerido para la mejora de los planes de estudios en su conjunto, considerando la formación en Educación Matemática desde la Educación para la Sostenibilidad Curricular como referente deseable.

REFERENCIAS

[1] Fajardo, O. N., y Giordia, J. V. (2014). *Historia de la educación: de la Grecia clásica a la educación contemporánea*. Madrid, España: Dykinson, S.L.

[2] Murga-Menoyo, M. A. (2013). *Desarrollo sostenible: problemáticas, agentes y estrategias*. Madrid, España: McGraw-Hill.

[3] García-González, E. (2016). *Análisis de la presencia de sostenibilidad en propuestas metodológicas universitarias. Estudio de propuestas concretas en la Universidad de Cádiz*. [Tesis doctoral]. Universidad de Cádiz, España.

[4] Barrón, Á., Navarrete, A., y Ferrer-Balás, D. (2010). Sostenibilización curricular en las universidades españolas: ¿Ha llegado la hora de actuar? *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 7(Nº Extraordinario), 388-399.

[5] Aznar, P., y Ull, M. A. (2013). *La responsabilidad por un mundo sostenible*. Bilbao, España: Desclée de Brouwer.

[6] Morin, E., Clurana, E., y Motta, R. (2003). *Educación en la era planetaria*. Barcelona, España: Gedisa.

[7] Rico, L., y Lupiáñez, J. L. (2014). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.

5. Referencias bibliográficas

- Alsina, À. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. Edma 0-6; *Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 1-14.
- Azcárate, P. (2005). El profesor de matemáticas ante el cambio educativo: una visión desde la complejidad. *En Actas del V CIBEM*. Oporto: Universidad de Oporto.
- Azcárate, P., García-González, E., Jiménez-Fontana, R., y Cardeñoso, J. M. (en prensa). La evaluación: actividad profesional clave de la educación matemática. En B. S. D´Ambrosio y C. E. Lopes (Eds.). *Actas First International Conference of Creative Insubordination in Mathematics Education*. São Paulo, Brasil: ICOCIME 1.
- Aznar, P., y Ull, M. Á. (2013). *La responsabilidad por un mundo sostenible*. Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Bonil, J., Junyent, M., y Pujol, R. M. (2010). Educación para la sostenibilidad desde la perspectiva de la complejidad. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 7(Nº Extraordinario), 198-215.
- CADEP-CRUE (2012). *Direcrices para la introducción de la sostenibilidad en el curriculum*. Actualización de la declaración institucional aprobada en 2005. Recuperado de: <http://www.crue.org/Sostenibilidad/CADEP/Paginas/Doumentos>.
- Calabuig, T., Alsina, À., y Geli, A. M. (2004). Diagnóstico del grado de ambientalización de la materia Didáctica de las Matemáticas de la Facultad de Educación y Psicología de la UdG. En R. Mª Pujol y L. Cano. (Eds.). *Nuevas tendencias en investigaciones en Educación Ambiental* (pp. 249-264). Madrid, España: Ministerio de Medio Ambiente.
- Calabuig, T., Geli, A. M., y Alsina, A. (2011). La Ambientalización curricular de la educación matemática. *En Actas del III Congrès Internacional UNIVEST*. Girona: Universitat de Girona.
- Chamorro, C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid, España: Pearson Educación.
- Jiménez-Fontana, R., García-González, E., Azcárate, P., y Navarrete, A. (2015). Dimensión ética de la sostenibilidad curricular en el sistema de evaluación de las aulas universitarias. El caso de la enseñanza aprendizaje de las Ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 12(3), 536-549.

- Moreno-Pino, F., Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. (2016). La inclusión de la sostenibilidad en la educación matemática. *En Actas del XX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*. Málaga: Universidad de Málaga.
- Morin, E. (2001). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Barcelona, España: Paidós.
- Morin, E., Ciurana, E., y Motta, R. (2003). *Educación en la era planetaria*. Barcelona, España: Gedisa.
- Murga-Menoyo, M. Á. (2013). *Desarrollo sostenible: problemáticas, agentes y estrategias*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Rañada, A. F. (1986). Movimiento caótico. *Investigación y ciencia*, 41, 12-17.
- Rico, L. (2009). Currículo de matemáticas y marco de competencias. En L.Rico (Ed.), *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas* (pp. 11-26). Madrid, España: Secretaría General Técnica. Ministerio de Educación.
- Rico, L., y Lupiáñez, J. L. (2014). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Torra, M. (1994). ¿Para qué es necesaria la matemática en la educación infantil? *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 1(1), 7-14.

LA SIMULACIÓN COMO MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROBABILIDAD Y SU ENSEÑANZA EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE PRIMARIA

Edna González Quiza – M. Luisa Martínez Romero
egonzalez@florida-uni.es – marisam@florida-uni.es
Florida Universitaria-Unidad de Educación. España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: Magisterio. Formación inicial de Maestros de Educación Primaria

Palabras clave: Formación de maestros, Educación Primaria, Probabilidad y estadística, Didáctica

Resumen

En este trabajo se describe una metodología para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares básicos. El foco de atención se pone en la revisión y actualización de las competencias de futuros maestros. Se trabaja una parte del contenido escolar de los planes de estudio para los títulos de Maestro en Educación Primaria de la asignatura Didáctica de la geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. La experiencia se ha llevado a cabo con estudiantes del 4º curso de Magisterio de Florida Universitària, centro adscrito a la Universitat de València (UV), durante el primer cuatrimestre del ciclo 2016-2017. Dicha experiencia forma parte de un proyecto de renovación de metodologías docentes de la UV¹ en el que se propone un enfoque basado en el análisis de datos como contrapunto al enfoque basado en modelos teóricos. Este enfoque se completa considerando el llamado conocimiento computacional, necesario para un uso eficiente de las TIC como recurso para la simulación de los problemas en contextos educativos. El proceso de enseñanza/aprendizaje de esta metodología se basa en la indagación, la investigación y el tratamiento de datos que siempre están sujetos a incertidumbre.

Introducción

La enseñanza de la probabilidad y la estadística se empieza a generalizar en los países de la OCDE a finales de la década de los 90 del siglo pasado. Anteriormente, la inclusión de estos contenidos en el currículum escolar se había restringido casi exclusivamente al bachillerato, posiblemente como fruto de los estudios de Piaget y porque su presencia era constante en muchas titulaciones universitarias. Asociado a ello, la formación de maestros no contemplaba una didáctica sobre un contenido escolar inexistente.

¹ Proyecto sobre nuevas metodologías docentes: La simulació de problemes realistes per a l'ensenyament de la probabilitat i l'estadístics en l'escola infantil i primària. Universitat de València. UV-SFPIE_RMD16-417471

En el currículo actual de la LOMCE² aparece la probabilidad y la estadística como forma de tratamiento de la información sujeta a incertidumbre, apostándose en dicha ley por introducirla ya desde la educación primaria, así, la enseñanza de dichos contenidos ya no es competencia exclusiva del profesorado de secundaria sino que lo es también de los maestros y maestras de la enseñanza primaria. Es así que, como parte del proyecto de renovación de metodologías docentes titulado: *La simulación de problemas realistas para la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la escuela infantil y primaria* de la Universitat de València (UV), en este trabajo se presentan las ideas básicas de dicho proyecto y se describe el fundamento de una metodología en la formación de maestros para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares. Dicha metodología tiene como base la indagación, la investigación y el tratamiento de datos sujetos a incertidumbre (Huerta, 2015b).

En la formación de los maestros, Freudenthal (1973, citado en Huerta, 2015a), manifestaba hace muchos años: *To explain to people what mathematics really means, one finds the most convincing examples in probability (Mathematics as an Educational Task, p. 583)*. Sirva esta frase para dar cuenta de lo que se pretende con este proyecto y cuyos objetivos generales son los siguientes:

1. Mejorar la formación en matemáticas y su didáctica de las/os maestras/os: Cultura estadística y probabilística y su enseñanza en la escuela infantil y primaria.
2. Construir un marco para la mirada profesional³ del maestro en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística en la educación infantil y primaria.
3. Introducir la necesidad del conocimiento computacional⁴ y su potencial para la enseñanza de la resolución de problemas de probabilidad por simulación en la educación primaria.

Como parte de los objetivos 1 y 2, durante el primer semestre del ciclo escolar 2016-2017, se ha trabajado la simulación como método de resolución de problemas de probabilidad con estudiantes

² La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa

³ Esto es, siguiendo las ideas de Mason, 2002; Shering, Jacobs y Philipps, 2010 (citados en Callejo, Ma. L., Sánchez-Matamoros, G. y Fernández, C. (2014)), desarrollar la capacidad de identificar aquello que es realmente importante en los procesos involucrados en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, es decir, identificar los elementos matemáticos importantes y relacionarlos con las características de la comprensión matemática de los estudiantes. Esta competencia docente permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza/aprendizaje de una manera profesional, permitiéndole interpretar situaciones complejas en el contexto del aula.

⁴ Conocimiento que permita el desarrollo de materiales o herramientas dentro del entorno curricular pero utilizando los lenguajes de programación propuestos en distintos recursos ya previamente creados con la intención de resolver problemas de probabilidad.

de 4º curso del grado de maestro/a de educación primaria de Florida Universitaria y, en paralelo, con estudiantes del mismo nivel formativo de la Facultat de Magisteri de la Universidad de Valencia, como parte de la asignatura de Didáctica de la geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. Este póster describe el método de resolución de problemas de probabilidad con intención didáctica (Huerta, 2015a, 2015b) proyectado en 8 tiempos de trabajo para dicha resolución por simulación.

Antecedentes

Múltiples autores están de acuerdo en que los maestros deberían estar mejor formados en didáctica de la probabilidad y la estadística (por ejemplo, en Gómez, Batanero y Contreras, 2014; Vázquez y Alsina, 2015), pero no existe un consenso real sobre el qué y en cómo hacerlo. La particularidad de los contenidos, de los problemas y de la tipología del razonamiento que se requieren para su tratamiento, hace que en los libros de texto escolar, junto con maestros en activo, sigan apostando por el enfoque tradicional con el que se ha enseñado las matemáticas, enfoque basado en la enseñanza de modelos teóricos y sus aplicaciones, es decir, un enfoque mecanicista basado en la enseñanza de la regla de Laplace y su posterior utilización en situaciones equiprobables. Pero este enfoque no es el único, también está el enfoque frecuencial o empírico, el cual resulta más complejo y más difícil de gestionar en el aula y es menos “exacto”. Éste requiere de maestros bien preparados en el diseño y gestión del proceso de enseñanza.

En trabajos recientes Huerta (2015a, 2015b) hace la propuesta de introducir la simulación en la resolución de problemas de probabilidad y menciona que este tipo de propuesta ya aparece en recomendaciones de organismos internacionales como la NCTM⁵ y sus estándares curriculares (NCTM, 2000) como perspectiva de futuro. En esos trabajos se basa la propuesta metodológica de los 8 tiempos para la resolución del problema de probabilidad. Además, con la generalización en el uso de las nuevas tecnologías y su incorporación a la enseñanza, va a pareciendo en el mercado software, tanto especializado como educativo, con el cuál es posible tratar la probabilidad y la estadística alejada de los cálculos de lápiz y papel con la que se abordaba en el pasado. Es decir, centrándose en el enfoque frecuencial, se puede considerar a las nuevas tecnologías como una herramienta para la resolución de problemas de probabilidad que implicará el desarrollo de un conocimiento básico sobre ellas que permita programar una simulación que lleve a obtener datos estadísticos que permitan la aproximación a la solución del problema, incluso para aquellos que pueden resultar complejos desde el punto de vista teórico.

Lo anterior concuerda con varios marcos teóricos sobre la formación de maestros para la enseñanza de las matemáticas en los cuales se considera que los futuros profesores deben poseer tanto conocimiento del y sobre el contenido que deben enseñar como conocimiento didáctico

⁵ National Council of Teachers of Mathematics (USA).

sobre el contenido. A este conjunto de conocimientos se les conoce como *conocimiento del contenido para la enseñanza* (Ball, Thames & Phelps, 2008). Otros autores se refieren a él como *conocimiento profesional* (Sosa, 2011). Aunado a este tipo de conocimiento está la introducción de las nuevas tecnología en el ámbito de la enseñanza y se hace necesario que en la formación inicial de los maestros se incorpore al cajón de los conocimientos disponibles por el futuro maestro la tecnología (Niess, 2005). En particular, lo que aquí nos interesa, es su uso para la enseñanza de la resolución de problemas por simulación, lo que requiere de cierto *conocimiento computacional*.

Los futuros maestros del siglo XXI no sólo han de ser competentes con el uso de las TIC, como cualquier otro ciudadano, incluidos sus futuros alumnos, sino que la intención también es completar su formación con conocimientos sobre lenguajes de programación elementales existentes hoy en día y que forman parte ya en proyectos de innovación en la formación de maestros (como puede verse en www.amesames.cat con Scratch <https://scratch.mit.edu>).

La simulación como método en la resolución de problemas de probabilidad. Los 8 tiempos

En este apartado se retoma el trabajo expuesto en Huerta (2015a, 2015b), donde se presenta la simulación o experimentación como método de resolución de problemas sujetos a incertidumbre en un contexto realista.

Durante el proceso de simulación se utilizan los diferentes significados con los que se puede considerar la probabilidad, *objetiva* (clásica o empírica) o *subjetiva* (bayesiana), para responder a la pregunta planteada en el problema de probabilidad.

Para este trabajo se ha heredado la idea de problema de probabilidad resuelto por simulación:

“...diremos que un problema de probabilidad se ha resuelto por simulación si, durante el proceso de resolución el problema formulado, al que llamaremos *problema original*, se ha transformado en otro, al que llamaremos *problema simulado*, mediante algún generador de azar, de tal forma que, desde un punto de vista probabilístico, el problema simulado es equivalente al original, problema éste que se es capaz de abordar y del que se puede proporcionar alguna respuesta a lo que en él se pregunta, y de cuya respuesta (la del problema simulado) se puede inferir una respuesta posible para el problema original (Figura 1). Si la solución del problema simulado depende de un número dado de ensayos o pruebas entonces su fiabilidad o credibilidad dependerá de la manera en la que se considere ley de los grandes o pequeños números. Así pues, en este trabajo usamos la palabra simulación en un doble sentido: como proceso o manera de resolver problemas de probabilidad y como experimentación en el seno del problema simulado.” (Huerta, 2015a, p. 57)

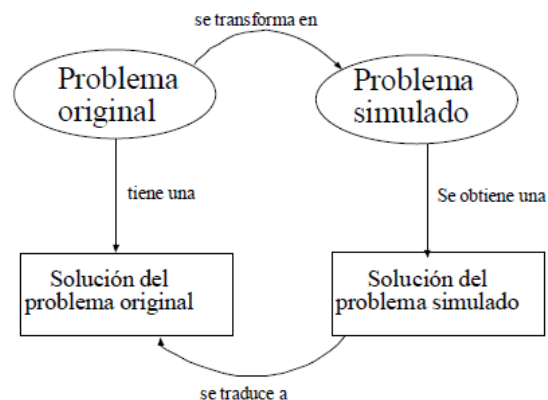


Figura 1. Esquema básico del proceso de resolución de un problema de probabilidad por simulación.

Resolver un problema por simulación implica, por un lado considerar herramientas que transformen el problema original en otro, esto es, buscar la herramienta de simulación tal que el problema original y el problema simulado sean, probabilísticamente equivalentes. El resolutor ha de saber encontrar y formular una respuesta a lo preguntado en el problema original, lo cual exige considerar los instrumentos y métodos estadísticos necesarios para tratar con la información disponible. Por otro lado, la respuesta dada al problema simulado, mediante la solución del problema estadístico, se ha de “devolver” con posterioridad al problema original, lo que necesariamente implica considerar la naturaleza empírica de la probabilidad y su “estabilidad” ante un número elevado de ensayos (Huerta, 2015a).

Este método se centra en la resolución de problemas en cuatro etapas, que se corresponden con lo expuesto en la Figura 1 y un plan de resolución con contenido heurístico en ocho tiempos que se describen a continuación:

Primer tiempo: Exploración de la situación real, identificación de lo que está sujeto a incertidumbre y no lo está, de lo que es conocido y desconocido en la situación real.

Segundo tiempo: Juicios subjetivos a priori derivados del análisis de la situación real.

Tercer tiempo: Fiabilidad o credibilidad de la conjetura.

Cuarto tiempo: Simulación, necesidad y uso de herramientas heurísticas. El problema simulado.

Lenguaje computacional: Scratch. Es en este tiempo donde el resolutor requiere de la formulación de pequeños o grandes problemas estadísticos auxiliares que permitan dar respuesta a las preguntas planteadas. Trasladarlos al lenguaje computacional que se piensa utilizar para programar el simulador de manera que arroje datos que puedan ser interpretados en términos del problema original. Así, el proceso implica el entendimiento del problema original, la identificación de hipótesis y la generación de las preguntas adecuadas para utilizar el lenguaje de

programación correspondiente. Como resultado se produce una herramienta para la simulación del problema original utilizando números aleatorios, la recopilación y análisis de datos para poder dar una respuesta aproximada al problema original bajo la idea de la ley de los grandes números. El diseño de la simulación, ha permitido desarrollar en el alumnado el conocimiento profesional y el conocimiento computacional. Esto porque ha sido necesario, por un lado reconocer y entender los contenidos específicos de probabilidad y estadística que se involucran en la resolución del problema propuesto y, por otro, analizar y utilizar el programa Scratch para producir nuevas herramientas que permitan trabajar dentro del aula una situación similar a la planteada por medio de la simulación.

Quinto tiempo: Simulación productora de la información dependiente de la herramienta usada. Tratamiento de la información, el problema estadístico asociado dependiente del número de simulaciones realizadas.

Sexto tiempo: Equivalencia de problemas simulados dependientes de las herramientas consideradas.

Séptimo tiempo: De la solución del problema simulado a la solución del problema original.

Octavo tiempo: Devolución de la solución al problema original: utilidad y fiabilidad.

El trabajo con el alumnado empieza cuando se enuncia el problema, junto con la tarea del análisis del problema descompuesta en 8 tiempos y un conjunto de cuestiones asociadas a cada tiempo a modo de sugerencias heurísticas. El número de sugerencias es variable y puede ser modificado dependiendo del problema y del nivel de los resolutores.

Reflexión final

En la línea de los trabajos previos, nuestra experiencia con la aplicación del método ha permitido hacer reflexionar a los futuros maestros/as sobre la dificultad que existe en separar una “realidad”, representada por el problema original, del modelo creado para simular. Separación que resulta dura y complicada cuando el resolutor ha de formular dicho problema simulado en función de la herramienta o generador de azar considerado (Tiempo 4). Pero además, al fomentar la mirada profesional con la que los futuros maestros/as aprenden a usar el método de resolución, no sólo les permite apreciar las dificultades en el proceso de resolución, como la relación realidad-modelo, sino que les proporciona una metodología posible de enseñanza de la probabilidad y la estadística en la educación primaria. En el poster se muestra la programación realizada por un estudiante utilizando la herramienta tecnológica Scratch, programación diseñada para obtener un simulador del problema original. El estudiante resolutor ha pasado por la tarea de indagar y explorar nuevas informaciones de las que no disponía con anterioridad y que han sido útiles para la resolución del problema original, de ahí el carácter heurístico.

Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Epsilon*, 31(2), 25-42.

Callejo, Ma. L., Sánchez-Matamoros, G. y Fernández, C. (2014) Cómo desarrollar una mirada profesional en futuros profesores de matemáticas. En Tortosa, Ma. T., Álvarez J. y Pellín, N. (coords.) *XII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria [Recurso electrónico]: El reconocimiento docente: innovar e investigar con criterios de calidad* (pp. 561-570). Universidad de Alicante. Disponible en: <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/40144>. Visitada en marzo 2017.

Huerta, M. P. (2015a). *La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación*. 2ª Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Disponible en <http://jvdiesproyco.es/index.php/actas-de-las-segundas-jornadas>. Visitada en noviembre 2016.

Huerta, M. P. (2015b). La resolución de problemas de probabilidad *con intención didáctica* en la formación de maestros y profesores de matemáticas. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 105-119). Alicante: SEIEM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 509–523.

Sosa, L. (2011) *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Huelva.

Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Evaluación del conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad en profesores de Educación Primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 511-520). Alicante: SEIEM.

La simulación como método de resolución de problemas de probabilidad y su enseñanza en la formación inicial de maestros de primaria

Ma. Luisa Martínez y Edna González
Florida, Universitaria, Unidad de Educación

Introducción

Este trabajo forma parte del proyecto de renovación de metodologías docentes de la Universitat de València: *La simulación de problemas realistas para la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la escuela infantil y primaria*. Se implementa una metodología para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares básicos. El foco de atención se pone en la revisión y actualización de las competencias de futuros maestros de educación básica de 4º curso en la asignatura de Didáctica de la Geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. Se retoman los campos de investigación sobre la resolución de problemas de matemáticas y el de la educación probabilística.

La resolución de problemas de probabilidad se hace con intención didáctica, es decir, enfocada al análisis global del proceso y a las potencialidades del problema y de su resolución en otros niveles educativos. Este enfoque se completa considerando el conocimiento computacional para un uso eficiente de las TIC como recurso para la simulación de los problemas.

Descripción del método de resolución de problemas realistas de probabilidad en un plan de formación inicial de maestros de primaria

El problema: Una conocida firma de pastelería regala con cada uno de sus pasteles una figurita que incluye en el interior del envoltorio con el que los vende. La colección completa está formada por 6 figuritas. ¿Cuántos pasteles crees que, por término medio, tendrás que comprar para tener la colección completa?

La experimentación o la simulación como método ayuda al resolutor a obtener información, que puede usarse para dar respuesta a la pregunta que se formula.

Se utilizan las diferentes naturalezas con las que se puede considerar la probabilidad, *objetiva* (clásica o empírica) o *subjetiva* (bayesiana), para responder a la pregunta.

La metodología planteada se centra en la resolución de problemas en cuatro etapas y un plan de resolución con contenido heurístico en ocho tiempos.

Primer tiempo: Exploración de la situación real, identificación de lo que está sujeto a incertidumbre y no lo está, de lo que es conocido y desconocido en la situación real.

Segundo tiempo: Juicios subjetivos a priori derivados del análisis de la situación real.

Tercer tiempo: Fiabilidad o credibilidad de la conjetura.

Cuarto tiempo: Simulación, necesidad y uso de herramientas heurísticas. El problema simulado.
Lenguaje computacional: Scratch.

Quinto tiempo: Simulación productora de la información dependiente de la herramienta usada. Tratamiento de la información, el problema estadístico asociado dependiente del número de simulaciones realizadas.

Sexto tiempo: Equivalencia de problemas simulados dependientes de las herramientas consideradas.

Séptimo tiempo: De la solución del problema simulado a la solución del problema original.

Octavo tiempo: Evolución de la solución al problema original: utilidad y fiabilidad.



Un resultado de la experiencia. Cuarto tiempo en la resolución del problema y uso de TIC. Lenguaje computacional: Scratch.



Referencias

- Huerta, M. P. (2015a). *La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación*. 2ª Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Disponible en <http://jv.diesproyco.es/index.php/actas-de-las-segundas-jornadas>
- Huerta, M. P. (2015b). La resolución de problemas de probabilidad con intención didáctica en la formación de maestros y profesores de matemáticas. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 105-119). Alicante: SEIEM.
- Baeza, V. M. (2016) Programación- problema de los pasteles. Lenguaje de programación Scratch

EL DIAGRAMA DE MARLO, UNA ALTERNATIVA PARA TRABAJAR LA INTELIGENCIA LÓGICO MATEMÁTICA

Marcos Bautista López Aznar
Pensamosdistintorazonamosigual@gmail.com
Universidad de Huelva. España

Núcleo temático: II La Resolución de Problemas en Matemáticas.

Modalidad: P

Nivel educativo: terciario o bachillerato (16 a 18 años).

Palabras clave: Inteligencia lógica, lógica, competencia matemática, pensamiento crítico.

Resumen

El Diagrama de Marlo supone una nueva perspectiva en la didáctica del razonamiento que, siendo formalizable, integra la incertidumbre como parte de los procesos argumentativos. Es producto de años de investigación teórica y aplicación práctica en el aula con muy buenos resultados, porque se basa en los procesos naturales de análisis y síntesis que emplean los sistemas cognitivos para generar inferencias. Así reconcilia la lógica con el sentido común. Se presentan los fundamentos del Diagrama de Marlo, una herramienta alternativa en la didáctica del razonamiento que puede ser utilizada progresivamente desde edades tempranas en el desarrollo de la inteligencia lógico matemática. Se pretende dar difusión entre la comunidad docente al resultado de años de investigación colaboradora con el alumnado y profesorado de mi centro, especialmente de matemáticas, con grupos de trabajo encaminados a dar soporte visual y tangible a las inferencias.

Formalizar el grado de certeza y la información implícita

Para poder anticipar y comunicar sus expectativas los sistemas cognitivos codifican las relaciones entre variables estableciendo si parte o la totalidad de una variable se relaciona con parte o la totalidad de otra. Así pueden determinar en qué medida es razonable esperar la presencia o ausencia de una variable a partir de otras. En el diagrama, se llama variable a cada una de las divisiones con las que una escala nos permite clasificar estímulos respecto a su grado de ajuste a un criterio. Por economía, emplearemos sistemas dicotómicos de clasificación: ser o justarse a un criterio y no ser o no ajustarse a un criterio.

Las proposiciones expresan de forma explícita en qué medida es razonable esperar B a partir de A. Pero también de forma implícita expresan en qué medida es razonable esperar A a partir de B. Además, las relaciones entre A y B pueden ser expresadas con distintos grados de certeza subjetiva:

1. Suposiciones, conjeturas o hipótesis: cualquier combinación bayesiana de variables es posible *a priori*. Se trata de infinitas posibilidades no confirmada ni refutadas por los hechos y se expresarán gráficamente en el diagrama con una interrogación. Ej.: $b \neg a ? =$ es posible suponer que parte de b se asocie con $\neg a$.

2. Hechos: señalan presencias y ausencias con las que contar durante una situación en curso. Son interpretaciones de la experiencia socialmente compartidas. Se expresarán en mayúscula. Ejemplo: $B \neg A =$ podemos afirmar que está presente $B \neg A$.

3. Teoría: combinación de variables basada en hechos. Señalan expectativas razonables. Pueden tener más o menos evidencias a su favor. Requieren creer en la regularidad del devenir. Las teorías se expresan con minúscula. Ejemplo: $b \neg a =$ hemos comprobado que parte de lo que es b se asocia con parte de lo que no es a .

4. Implicaciones teóricas: postulan qué es imposible en base a las teorías aceptadas.

Los hechos se imponen a las teorías y obligan a su actualización permanente. Las teorías se imponen a las suposiciones.

Al expresar gráficamente una proposición en el diagrama, la variable que ejerce la función de sujeto, S , se toma como figura y es situada en el centro de un círculo que representa al conjunto definido por ella. Si la proposición solo asocia al predicado con una parte del sujeto, dividiremos el círculo. Pero si se relaciona a todo el sujeto con el predicado no lo dividimos. Por otra parte, si la variable predicada, P , no se agota necesariamente en el sujeto, la expresaremos gráficamente al margen del círculo de S como posibilidad $P?$. Sujeto y predicado son funciones intercambiables.

En la figura 1 podemos observar cómo interpretar modelos proposicionales.

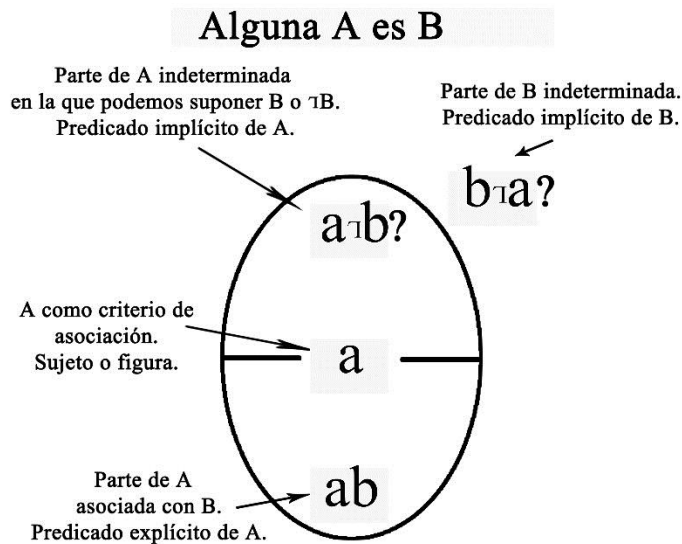


Fig.1. Detalle de un modelo particular-particular

Supongamos que un niño descubre por primera vez que el número 10 es divisible por cinco. a =Ser par; b = ser divisible por cinco. En ese momento sabe seguro que parte de los números pares es divisible por cinco. Por eso puede escribir ab como teoría confirmada por la evidencia, pero solo en una parte del conjunto A: “*Algunos pares son divisibles por cinco*”. Sin embargo, no puede afirmar ni negar que el resto de pares sea divisible por cinco. Hay una parte de los pares desconocida e incierta para él respecto a su divisibilidad por cinco. Por eso mantiene la incertidumbre de poder ser no divisible por cinco en la parte superior del modelo de par: $a¬b?$. Debemos notar que a nivel de conjeturas $ab? = a¬b?$. Por otra parte, en la mente del niño es posible aún suponer que al margen de los números pares haya números divisibles por cinco. Por eso se expresa el margen del círculo de A que $b¬a?$.

Insistimos en que $a¬b?$ y $b¬a?$ son conjeturas sin confirmar ni refutar en su sistema de creencias y por ello se mantienen con la interrogación. No importa que en la mente del profesor dichas interrogaciones ya no existan. Hay que advertir que durante la fase de descubrimiento las proposiciones lógicas están abiertas a la incertidumbre. Luego si se afirma que parte de A se asocia con B, la otra parte de A queda incierta: podría ser finalmente A o bien $¬A$. Esto no es lo que establecen las reglas de la comunicación cotidiana, conforme a las cuales al afirmar que alguna A es B, afirmamos implícitamente que la otra no lo es.

Los casos de la figura 2 expresan primero las cuatro relaciones elementales que puede comunicar una proposición entre una variable que ejerce de sujeto, S, y una variable que ejerce de predicado, P: 1 bicondicional, 2 condicional, 3 condicional inversa y 4 conjunción. Si luego sustituimos S y

P por variables de un sistema dicotómico obtenemos las dieciséis estructuras básicas de la figura 2.

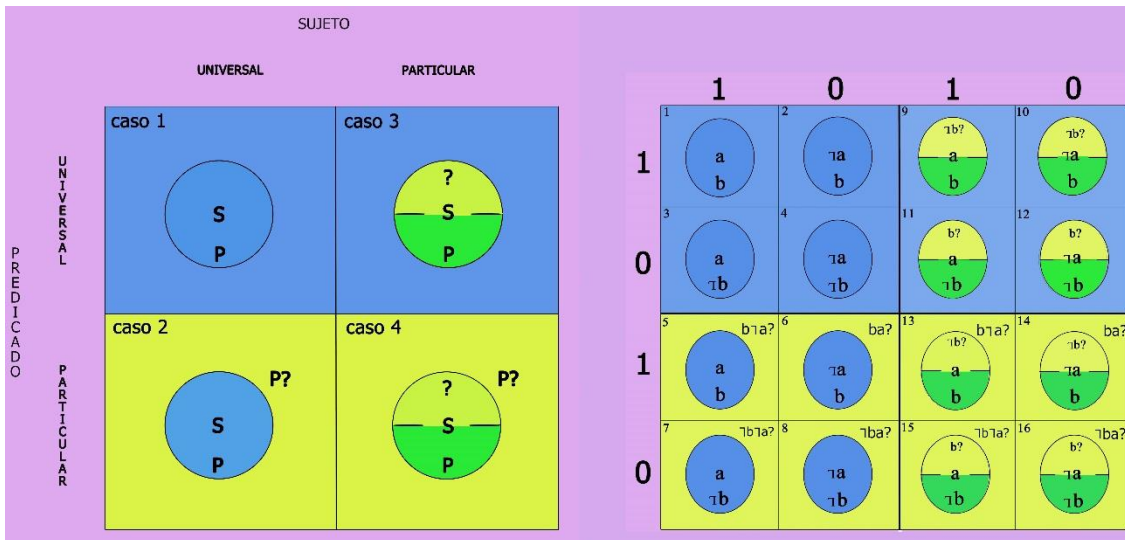


Fig.2. Estructura formal de las proposiciones descriptivas

En los diagramas, azul expresa seguridad, el verde probabilidad y el amarillo incertidumbre.

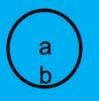



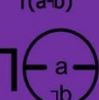


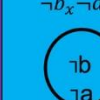

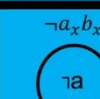

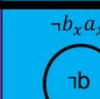




Caso 1. Bicondicional: *padecer esquizofrenia (S) equivale a tener alucinaciones auditivas imperativas (P)*. Al margen de la esquizofrenia no aceptamos la posibilidad de dichas alucinaciones, ni aceptamos dentro de la esquizofrenia la posibilidad de no padecerlas.

Caso 2. Condicional: *Si padeces esquizofrenia (S) tienes alucinaciones auditivas imperativas (P)*. Ahora podemos suponer alucinaciones auditivas imperativas sin padecer esquizofrenia, posibilidad representada por la P? al margen de S.

Caso 3. Solo: *solo los que padecen esquizofrenia (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente se niega que sea posible escuchar voces sin padecer esquizofrenia, por lo que no hay P al margen del sujeto. También se afirma que es seguro que parte de los que padecen esquizofrenia escuchan voces. Implícitamente se deja abierta la posibilidad de padecer esquizofrenia sin escuchar voces (?).

Caso 4. Conjunción: *Los pacientes con esquizofrenia que conozco (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente expresa que tenemos base para afirmar que alguien con esquizofrenia probablemente escuchará voces y que probablemente alguien que escucha voces padecerá esquizofrenia. No obstante, no eliminamos otras posibilidades, siendo posible la existencia al mismo tiempo de objetos ab y objetos $a\bar{b}$ en el conjunto. De la consideración global de una conjunción surge la disyunción.

Representación y conversión de los conectores

		A_n	$\neg A_n$		B_n	$\neg B_n$
$a \times b$ $a \leftrightarrow b$	B_n	$a_x b_x$ 	$\neg(a_x b_x)$ 	A_n	$b_x a_x$ 	$\neg(b_x a_x)$ 
	$\neg B_n$	$\neg(a_x b_x)$ 	$(\neg a_x \neg b_x)$ 	$\neg A_n$	$\neg(b_x a_x)$ 	$\neg b_x \neg a_x$ 
$a \div b$ $a \vee b$	B_n	$\neg(a_x b_x)$ 	$\neg a_x b_x$ 	A_n	$\neg(b_x a_x)$ 	$\neg b_x a_x$ 
	$\neg B_n$	$a_x \neg b_x$ 	$\neg(a_x b_x)$ 	$\neg A_n$	$b_x \neg a_x$ 	$\neg(a_x b_x)$ 

$a \times b$ $a \oplus b$	B_n	$\neg(ab)$ 	$\neg a_x(\%b\%b?)$ 	A_n	$\neg(ba)$ 	$\neg b_x(\%a\%a?)$
	$\neg B_n$	$a_x \neg b$ 		$\neg A_n$	$b_x \neg a$ 	
$\neg a \times b$ $a \vee b$	B_n	$a_x(\%b\%b?)$ 	$\neg a_x b$ 	A_n	$b_x(\%a\%a?)$ 	$\neg b_x a$
	$\neg B_n$		$\neg(\neg a - b)$ 	$\neg A_n$		$\neg(b - \neg a)$
$a \times b$ $a \rightarrow b$	B_n	$a_x b$ 	$\neg a_x(\%b\%b?)$ 	A_n	$b_x(\%a\%a?)$ 	$\neg(\neg ba)$
	$\neg B_n$	$\neg(a - b)$ 		$\neg A_n$		$\neg b_x \neg a$
$a \ b$ $a \wedge b$	B_n	$a_x(\%b\%b?)$ 	$\neg a_x(\%b\%b?)$ 	A_n	$b_x(\%a\%a?)$ 	$\neg b_x(\%a\%a?)$
	$\neg B_n$			$\neg A_n$		

Fig.3. Relaciones expresadas por los conectores. Morado expresa imposibilidad teórica.

Reglas de la síntesis de modelos por identidad.

Las proposiciones que comparten la misma variable sujeto pueden sintetizarse en un único modelo proposicional. Al sintetizar nos encontraremos con dos modelos universales, con dos particulares, o con uno universal y otro particular. Para no incurrir en falacias durante la síntesis tendremos que aplicar los principios elementales de identidad, incertidumbre y distinción, que son la base de las leyes expresadas en la figura 4.

Según el principio de identidad, dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. Se aprecia claramente en el ejemplo de la identidad total de la citada figura 4.

Según el principio de incertidumbre, lo que es incierto en las premisas debe permanecer incierto en las conclusiones. Se aprecia en el ejemplo de identidad parcial propuesto en la figura 4: cuando afirmamos en la primera premisa que si tenemos A tenemos B, dejamos abierta la posibilidad incierta de tener B al margen de A. Por eso, al concluir recogimos esa b? que solo permite afirmar como seguro que parte de B se asocia con C. No obstante, puede haber incertidumbre también en la síntesis total y probable.

El principio de distinción nos obliga a separar provisionalmente en un mismo modelo las variables cuando no existe una razón suficiente para asociarlas como unidad. Por ello al sintetizar, si no es necesario unir las variables, éstas ocuparán lados distintos del modelo. Pero si no se expresa explícitamente que esas variables señalan objetos incompatibles, su combinación es probable. Por ejemplo, si nos informan de un primate que caza pequeños monos en Borneo y nos informan de un primate que limpia la fruta en Borneo, es probable, que se trate de una única especie que caza y limpia fruta. Es una creencia más que posible, pero no llega a ser necesaria. En los modelos complejos, cualquier combinación de sus partes es probable, mientras no se incurra en asociaciones imposibles.

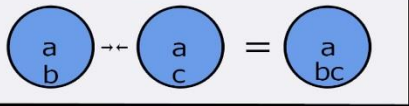
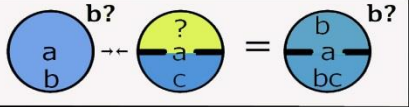
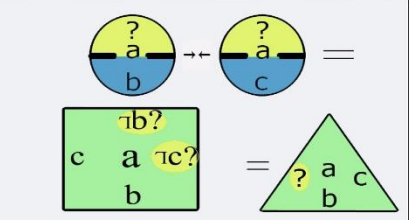
	Leyes de la síntesis	Ejemplos
TOTAL		A equivale a B. A es igual que C. Luego A equivale a BC. Vemos en A que B, la única que hay, se asocia necesariamente con el único tipo de C posible. Por tanto, B equivale a C.
PARCIAL		Si tengo A, tengo B. Solo en parte de A hay C ($c \rightarrow a$). Luego es seguro que en parte de A se asocia la parte verificada de B con la única C teóricamente posible. Luego toda toda C es B, pero solo es seguro de momento que parte de b es C. Luego $c \rightarrow b$
PROBABLE		Es seguro que parte de A contiene todo B, y es seguro que parte de A contiene todo C. Luego teóricamente hay hasta cuatro posibles variables asociadas con A, dos seguras y dos inciertas en base al enunciado. Si condensamos lo incierto en un lado de A obtenemos que es seguro que parte se asocia con todo c y parte con todo b, siendo probable, que no necesaria ni imposible, la relación entre C y B. Luego si C es probable B y viceversa.

Fig.4. Leyes en la síntesis de modelos proposicionales

Reglas del análisis de modelos por contradicción.

Si dos variables mantienen respectivamente relaciones con variables incompatibles entre sí, la relación entre ellas es imposible. Luego si A_1 es B y C_2 es $\neg B$, entonces es imposible que A_1 se asocie con C_2 . Aunque en este caso quedan inciertas las relaciones de otros tipos de A con otros tipos de C. Al enfrentar dos conjuntos definidos con alguna variable excluyente, obtenemos tres tipos de inferencia: 1ª: Ninguna parte de A es C y ninguna parte de C es A; 2ª: Una parte de C no

es A, aunque toda A podría asociarse con una posible parte de C compatible. 3º: Determinados tipos de A y C se excluyen, aunque toda A podría asociarse con algún tipo de C, o bien, toda C podría asociarse con un tipo de A no excluyente. La figura 5 evidencia las asociaciones imposibles, considerando que cada división representa un objeto. Así obtenemos la conclusión del ejemplo de los bípedos: solo es seguro, en base a las premisas, que parte de los primates no pueden ser homínidos, y eso a pesar de que todos los homínidos podrían ser primates.

LEYES DEL ANÁLISIS			EJEMPLO DE CONTRADICCIÓN PARCIAL	
Contradicción	Resolución gráfica		Todos los homínidos son bípedos. Homínido: a; bípedo: b	Algunos primates no son bípedos. Primate: c; No bípedo: b
	Premisas	Inferencia		
Total		$\neg c?$		Parte de los primates queda indeterminada.
Parcial		$\neg a?$		Y aunque es imposible asociar las partes en rojo...
Nula, aunque determinados objetos se repelen.				si sería posible, no necesario, asociar lo que ahora expresamos en verde.

Fig. 5. Leyes del análisis.

Aunque las conclusiones por exclusión se hacen evidentes con la práctica, son las más difíciles de trabajar en el aula, y es que exigen atención, orden y flexibilidad en la consideración de las relaciones imposibles y posibles establecidas por los enunciados. Una capacidad que se mejora al corregir los movimientos oculares erráticos del alumno.



El Diagrama de Marlo, una alternativa para trabajar la inteligencia lógico matemática

Marcos Bautista López Aznar
Universidad de Huelva

pensamosdistintorazonamosigual@gmail.com



INTRODUCCIÓN

El Diagrama de Marlo supone una nueva perspectiva en la didáctica del razonamiento que, siendo formalizable, integra la incertidumbre como parte de los procesos argumentativos. Es producto de años de investigación teórica y aplicación práctica en el aula con muy buenos resultados, porque se basa en los procesos naturales de análisis y síntesis que emplean los sistemas cognitivos para generar inferencias. Así reconcilia la lógica con el sentido común.

PALABRAS CLAVE: inteligencia lógica, competencia matemática, lógica, competencia científica.

OBJETIVOS: Se presentan los fundamentos del Diagrama de Marlo, una herramienta alternativa en la didáctica del razonamiento que puede ser utilizada progresivamente desde edades tempranas en el desarrollo de la inteligencia lógico matemática. Se pretende dar difusión entre la comunidad docente al resultado de años de investigación colaboradora con el alumnado y profesorado de mi centro, especialmente de matemáticas, con grupos de trabajo orientados a dar soporte visual y tangible a las inferencias.

FORMALIZAR EL GRADO DE CERTEZA Y LA INFORMACIÓN IMPLÍCITA

Para poder anticipar y comunicar sus expectativas los sistemas cognitivos codifican las relaciones entre variables estableciendo si parte o la totalidad de una variable se relaciona con parte o la totalidad de otra. Así pueden determinar en qué medida es razonable esperar la presencia o ausencia de una variable a partir de otras. En el diagrama, se llama variable a cada una de las divisiones con las que una escala nos permite clasificar estímulos respecto a su grado de ajuste a un criterio. Por economía, emplearemos sistemas dicotómicos de clasificación: ser o no justarse a un criterio y no ser o no ajustarse a un criterio.

Las proposiciones expresan de forma explícita en qué medida es razonable esperar B a partir de A. Pero también de forma implícita expresan en qué medida es razonable esperar A a partir de B. Además, las relaciones entre A y B pueden ser expresadas con distintos grados de certeza subjetiva:

1. Suposiciones, conjeturas o hipótesis: cualquier combinación heurística de variables es posible *a priori*. Se trata de infinitas posibilidades no confirmadas ni refutadas por los hechos y se expresará gráficamente: ca el diagrama con una interrogación. Ej: $b = a^n?$ es posible suponer que b se asocia con a^n .

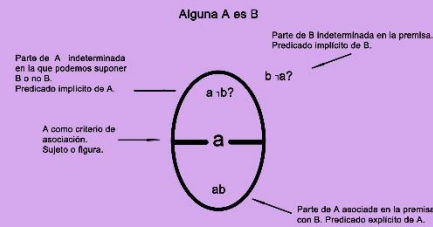
2. Hechos: señalan una asociación y asociación que se constata durante una observación en curso. Son interpretaciones de la experiencia socialmente compartidas. Se expresarán en mayúscula. Ejemplo: $B = A^n$ podemos afirmar que está presente $B = A^n$.

3. Teoría: combinación de variables basada en hechos. Señalan expectativas razonables. Pueden tener más o menos evidencias a su favor. Requieren ser en la regularidad del devenir. Las teorías se expresan con minúscula. Ejemplo: $b = a^n$ hemos conjeturado que parte de lo que es b se asocia con parte de lo que no es a .

4. Implicaciones teóricas: postulan qué es imposible en base a las teorías aceptadas. Las teorías se imponen a los hechos y obligan a su actualización permanente. Las teorías se imponen a las suposiciones.

Al expresar gráficamente una proposición en el diagrama, la variable que ejerce la función de sujeto, S , se toma como figura y es situada en el centro de un círculo que representa al conjunto definido por ella. Si la proposición solo asocia al predicado con una parte del sujeto, dividiremos el círculo. Pero si se relaciona a toda el sujeto con el predicado no lo dividimos. Por otra parte, si la variable predicada, P , no se ajusta necesariamente en el sujeto, la expresaremos gráficamente al margen del círculo de S como posibilidad $P?$. Sujeto y predicado son funciones intercambiables.

En la figura 1 podemos observar cómo interpretar modelos proposicionales.



Supongamos que un niño descubre por primera vez que el número 10 es divisible por cinco. a. Ser $par = b$ ser divisible por cinco. En ese momento sabe seguro que parte de los números pares es divisible por cinco. Por eso puede escribir $b = a$ como teoría confirmada por la evidencia, pero solo en una parte del conjunto A. "Algunos pares son divisibles por cinco". Sin embargo, no puede afirmar ni negar que el resto de pares sea divisible por cinco. Hay una parte de los pares desconocida e incierta para él respecto a su divisibilidad por cinco. Por eso mantiene la incertidumbre de poder ser no divisible por cinco en la parte superior del modelo de $par = a = b?$. Debemos notar que a nivel de conjeturas $ab = a = b?$.

Por otra parte, en la mente del niño es posible aún suponer que al margen de los números pares haya números divisibles por cinco. Por eso se expresa el margen del círculo de A que $b = a?$. Insistimos en que $a = b?$ y $b = a?$ son conjeturas sin confirmar ni refutar en su sistema de creencias y por ello se mantienen con la interrogación. No importa que en la mente del profesor dichas interrogaciones ya no existan.

Hay que advertir que durante la fase de descubrimiento las proposiciones lógicas están abiertas a la incertidumbre. Luego si se afirma que parte de A se asocia con B , la otra parte de A queda incierta podría ser finalmente A o bien $\neg A$. Esto no es lo que establecen las reglas de la comunicación cotidiana, conforme a las cuales al afirmar que alguna A es B , afirmamos implícitamente que la otra no lo es.

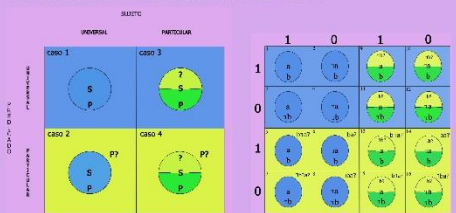
Los casos de la figura 2 expresa primero las cuatro relaciones elementales que puede comunicar una proposición entre una variable que ejerce de sujeto, S , y una variable que ejerce de predicado, P : 1) bicondicional, 2) condicional, 3) condicional inversa y 4) conjunción. Si luego sustituimos S y P por variables de un sistema dicotómico obtenemos las dieciséis estructuras básicas de la figura 2. En los diagramas, azul expresa seguridad, el verde probabilidad y el amarillo incertidumbre.

Caso 1. Bicondicional: *padecer esquizofrenia (S) equivale a tener situaciones auditivas imperativas (P)*. Al margen de la esquizofrenia no aceptamos la posibilidad de dichas alucinaciones, ni aceptamos dentro de la esquizofrenia la posibilidad de no padecerlas.

Caso 2. Condicional: *si tienes esquizofrenia (S) tienes situaciones auditivas imperativas (P)*. Ahora podemos suponer situaciones auditivas imperativas sin padecer esquizofrenia, posibilidad representada por la $P?$ al margen de S .

Caso 3. Solo: *solo los que padecen esquizofrenia (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente se niega que sea posible escuchar voces sin padecer esquizofrenia, por lo que no hay $P?$ al margen del sujeto. También se afirma que es seguro que parte de los que padecen esquizofrenia escuchan voces. Implícitamente se deja abierta la posibilidad de padecer esquizofrenia sin escuchar voces ($P?$).

Caso 4. Conjunción: *los pacientes con esquizofrenia que comen (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente expresa que tenemos base para afirmar que alguien con esquizofrenia probablemente escuchará voces y que probablemente alguien que escuchó voces padecerá esquizofrenia. No obstante, no eliminamos otras posibilidades, siendo posible la existencia al mismo tiempo de objetos a y objetos $\neg a$ en el conjunto. De la consideración global de una conjunción surge la disyunción.



REPRESENTACIÓN Y CONVERSIÓN DE LOS CONECTORES

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
$A \wedge B$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
$A \vee B$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
$A \rightarrow B$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
$A \leftrightarrow B$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}

REGLAS DE LA SÍNTESIS DE MODELOS POR IDENTIDAD

Las proposiciones que comparten la misma variable sujeto pueden sintetizarse en un único modelo proposicional. Al sintetizar nos encontramos con dos modelos universales, con dos particulares, o con uno universal y otro particular. Para no incurrir en falacias durante la síntesis tendremos que aplicar los principios elementales de identidad, incertidumbre y distinción, que son la base de las leyes expresadas en la figura 4.

Según el principio de identidad, dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. Se aprecia claramente en el ejemplo de la identidad total de la ciudad figura 4.

Según el principio de incertidumbre, lo que es incierto en las premisas debe permanecer incierto en las conclusiones. Se aprecia en el ejemplo de identidad parcial propuesto en la figura 4: cuando afirmamos en la primera premisa que si tenemos A tenemos B, dejamos abierta la posibilidad incierta de tener B al margen de A. Por eso al concluir reconocemos $b?$ que solo permite afirmar como seguro que parte de B se asocia con C . No obstante, puede haber incertidumbre también en la síntesis total y probable.

El principio de distinción nos obliga a separar provisionalmente en un mismo modelo las variables cuando no existe una razón suficiente asociarlas como unidad. Por ello al sintetizar, si no es necesario unir las variables, estas ocuparán lugares distintos del modelo. Pero si no se expresa explícitamente que esas variables se refieren a objetos incompatibles, su combinación es probable. Por ejemplo, si nos informan de un primata que caza pequeñas moscas en Borneo y nos informan de un primata que limpia la fruta en Borneo, es probable, que se trate de una única especie que caza y limpia fruta. Es una creencia más que probable, pero no llega a ser necesaria. En los modelos complejos, cualquier combinación de sus partes es probable, mientras no se incurra en asociaciones imposibles.

Leyes de la síntesis	Ejemplos
TOTAL	A equivale a B. A es igual que C. Luego A equivale a C. Vemos en que B, la única que hay, se asocia necesariamente con el único tipo de C posible. Por tanto, B equivale a C.
PARCIAL	Si tengo A, tengo B. Solo en parte de A hay C. Luego, es seguro que en parte de A se asocia la parte verificada de B con la única C teóricamente posible. Luego toda la C es B, pero solo es seguro de momento que parte de B es C. Luego $C = B$.
PROBABLE	Es seguro que parte de A contiene todo B, y es seguro que parte de A contiene todo C. Luego necesariamente hay una cuarta posible variable asociada con A, dos seguras y dos inciertas en base al enunciado. Si corroboramos lo incierto en un lado de B obtenemos que es seguro que parte se asocia con todo B, y parte con todo B, siendo probable, que no necesariamente es probable, la relación entre C y B. Luego si C es probable B y viceversa.

REGLAS DEL ANÁLISIS DE MODELOS POR CONTRADICCIÓN

Si dos variables mantienen respectivamente relaciones con variables incompatibles entre sí, la relación entre ellas es imposible. Luego si A_1 es B y C_1 es $\neg B$, entonces es imposible que A_1 se asocie con C_1 . Aunque en este caso quedan inciertas las relaciones de otros tipos de A con otros tipos de C. Al enfatizar dos conjuntos definidos con alguna variable excluyente, obtenemos tres tipos de inferencia: 1ª. Ninguna parte de a es c y ninguna parte de c es a ; 2ª. Una parte de c no es a , aunque toda a podría asociarse con una posible parte de c compatible; 3ª. Determinados tipos de a y c se excluyen, aunque toda a podría asociarse con algún tipo de c , o bien que toda c podría asociarse con un tipo de a no excluyente. La figura 5 evidencia las asociaciones imposibles, considerando que cada división representa un objeto. Así obtenemos la conclusión del ejemplo de los bipedos: solo es seguro, en base a las premisas, que parte de los primates no pueden ser homínidos, y eso a pesar de que todos los homínidos podrán ser primates.

Aunque las conclusiones por exclusión se hacen evidentes con la práctica, son las más difíciles de trabajar en el aula, y es que exigen atención, orden y flexibilidad en la consideración de las relaciones imposibles y posibles establecidas por los enunciados. Una capacidad que se quiere el corregir los movimientos erráticos erráticos del alumno.

LEYES DEL ANÁLISIS	EJEMPLO DE CONTRADICCIÓN PARCIAL
Contradicción	Todos los homínidos son bipedos. Algunos primates no son bipedos. Por tanto, algunos primates no son homínidos. $C = B$.
Total	Parte de los primates queda indeterminada.
Parcial	Y aunque es imposible asociar las partes en rojo.
Nada, aunque determinados objetos se repelen.	B si sería posible, no necesariamente, asociar lo que ahora expresamos en verde.

BIBLIOGRAFÍA

- Marcos Bautista López Aznar (2016). Innovación en didáctica de la lógica: el Diagrama de Marlo. En: JEJANOS MARTÍNEZ, I. Rutas didácticas de investigación en lógica, argumentación y pensamiento crítico. pp. 102-124. México: Academia Mexicana de la Lógica AC. Libro electrónico.
- (2016). Lógica de predicados en el Diagrama de Marlo cuando asociar o convivir en un juego de niños. En: GARCÍA NORRILLO, J.; DWALIA, G.; JIMÉNEZ, C.; ORDIN JIMÉNEZ, R.F. (coords.). Doctrina de la dificultad de enseñar filosofía. p. 313-336. Madrid: Escolar y Mayo.
- (2016). Estructura formal de los sistemas cognitivos desde el Diagrama de Marlo. En: ESTYLL 2016. XVIII Congreso Latinoamericano sobre Tecnologías y Lógicas Fuzzy. Libro de resúmenes. pp. 108-109. Alcalá de Guadaíra, Donostia-San Sebastián.
- (2015). Adós a babbab's y Vann. Lógica de predicados en el Diagrama de Marlo. Revista de Filosofía y didáctica filosófica número 102. pp. 35-52.
- (2014). Cálculo lógico de modelos proposicionales: la revolución del silogismo en el Diagrama de Marlo. Pamplona 2014. Ed. Circulo Rojo.

Referencias bibliográficas

López Aznar, M. B. (2016). Innovación en didáctica de la lógica: el Diagrama de Marlo. En Rutas didácticas y de investigación en lógica, argumentación y pensamiento crítico. pp. 105-154. Mijangos Martínez, T.; México: Academia Mexicana de la Lógica AC. Libro electrónico.

FRASES Y VIÑETAS MATEMÁTICAS

José A. Herencia

jaherencia@uco.es

Universidad de Córdoba. España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: P (Póster)

Nivel educativo: No específico

Palabras clave: participación, interdisciplinariedad, creatividad, concurso

Resumen

Se presenta una selección de trabajos hechos por alumnos (y alguna muestra del profesor), que han participado de forma voluntaria. El profesor los ha propuesto en forma de concurso (no competitivo, sino motivado por la calificación recibida), buscando la creatividad (mediante aportaciones personales, alejadas del típico trabajo “buscar-cortar-pegar”) y la interdisciplinariedad (tratando temas matemáticos de forma artística y/o literaria). Corresponden a tres modalidades: “frases irracionales” (con palabras cuyo número de letras proporciona los decimales de números irracionales, asociando diez letras al 0), “frases hexadecimales” (con algunas palabras iguales a números hexadecimales, pero escritos en sistema decimal, a modo de código) y “viñetas matemáticas” (con formato libre, pero contenidos estudiados en clase). Así se fomentan hechos como la relación entre Matemáticas y Arte, la participación del alumnado de forma lúdica y sobre contextos cercanos (también propuestos por otros autores), pudiendo mostrar sus habilidades personales y su interés por temas locales (como el “número cordobés”).

En este póster se presenta una selección de trabajos hechos por alumnos de primer curso de Grado universitario (y alguna muestra hecha por el profesor para presentársela al proponerle tales trabajos), aunque el tipo de trabajos considerados es también adecuado a otros niveles.

No se trata de trabajos impuestos, sino que la participación en los mismos ha sido voluntaria, propuesta en forma de concurso, cuyos premios consisten en calificaciones adicionales a las obtenidas durante el curso (permitiendo así mejorar la calificación final de la asignatura). Tampoco se han planteado de forma competitiva (omitiendo un ranking entre los participantes), sino permitiendo que un grupo amplio de alumnos consiga esa posibilidad de mejorar su nota. Además, todo el curso ha votado los trabajos presentados, otorgándose parte de la calificación a los trabajos por el propio alumnado y parte por el profesor.

Los alumnos que consiguen mejores calificaciones en sus trabajos no coinciden necesariamente con quienes llevan mejor la asignatura de Matemáticas, ya que en este tipo de trabajos se busca

y se valora la creatividad (pidiendo aportaciones originales, que se alejen del típico trabajo “buscar-cortar-pegar”) y la interdisciplinariedad (tratando temas matemáticos de forma artística y/o literaria). Así se fomentan hechos como la relación entre Matemáticas y Arte, la participación del alumnado de forma lúdica y sobre contextos cercanos (también propuestos, por ejemplo, en [1], [3] y [4]), pudiendo mostrar sus habilidades personales y su interés por temas locales (como el “número cordobés” [2]).

En el póster se presentan tres modalidades de trabajos con tales características:

1. “Frasas irracionales”: formadas por palabras cuyo número de letras proporciona la parte entera y los primeros decimales de cualquier número irracional (tratándose de una palabra de diez letras cuando se deba corresponder con el dígito 0).
2. “Frasas hexadecimales”: en las que algunas (o todas las) palabras coinciden con números cuando se usa la base hexadecimal, pero estos números se escriben en la frase en sistema decimal, quedando así la palabra correspondiente “oculta” a modo de código (hasta que se efectúe su conversión al sistema hexadecimal).
3. “Viñetas matemáticas”: permitiendo un formato totalmente libre, pero debiendo tratar contenidos estudiados en la asignatura de Matemáticas.

Frases y viñetas matemáticas



José A. Herencia González
Dpto. de Informática y Análisis Numérico,
Universidad de Córdoba (España).
jaherencia@uco.es



VIII CIBEM CONGRESO
IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Madrid 2017

Resumen: Selección de trabajos hechos por alumnos (y alguna muestra del profesor), que han participado de forma voluntaria. El profesor los ha propuesto en forma de concurso (no competitivo, sino motivado por la calificación recibida), buscando la creatividad (mediante aportaciones personales, alejadas del típico trabajo "buscar-cortar-pegar") y la interdisciplinariedad (tratando temas matemáticos de forma artística y/o literaria). Corresponden a tres modalidades: "frases irracionales" (con palabras cuyo número de letras proporciona los decimales de números irracionales, asociando diez letras al 0), "frases hexadecimales" (con algunas palabras iguales a números hexadecimales, pero escritos en sistema decimal, a modo de código) y "viñetas matemáticas" (con formato libre, pero contenidos estudiados en clase). Así se fomentan hechos como la relación entre Matemáticas y Arte, la participación del alumnado de forma lúdica y sobre contextos cercanos (también propuestos, por ejemplo, en [1], [2] y [3]), pudiendo mostrar sus habilidades personales y su interés por temas locales (como el "número cordobés" [4]).

FRASES "IRRACIONALES" sobre el n° :

π
11 ¿Ves? Y cose y pinta estrellas, al querer dejar por cielo cuidadas nebulosas, huellas inefables por el sol queridas, como poesía de añil lienzo, del día perdidas, del ya artista extasiado, autor entusiasta de admirado prodigio. Luna y maravilla, armonía y estela, inspirada, tan friamente orgullosa, por excelso poeta.

e (de Euler)
12 Yo, natural y habitual de Scotland y conocido de renombre: John Neper, respetado matemático como pocos, sé que vivir con número irracional es bastante difícil para existir y ser capaz de sonreír.

13 Es curiosa y acertada la cualidad y maestría de Leonhard Paul Euler, excelente matemático.

14 ¡Sí, observa! "e" progresa al infinito! ¿Y antemano es diminuto cual pulga? ¡Increíble!

ϕ (áureo)
15 ϕ , soñado y acogedor patrimonio con luz magnífica, engalana historia, cultura, vida; surgiendo entonces Andalucía, gran conocida, cuna peculiar de Maravillas.

16 Y surgió, y sabiendo habilidoso que aun escapando costaría evitarlo, intentó huir ignorando banderas, blandiendo para advertir esos peligros de cocodrilo casi libres.

c (cordobés)
17 c: tan fantástica, grande, linda creada en Andalucía, citada como Mezquita: atesora pasado que refleja pasión, deseo, ... en Catedral.

$\sqrt{2}$
18 Y tuve a José en Córdoba como a ella en Sevilla, como a otro en Granada, como a Luis en Almería. Pero, y cómo no nombrar Pepa y Juan, es crucial.

Núcleo temático: recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Nivel: no específico.
Palabras clave: participación, viñeta, irracional, hexadecimal.

FRASES "HEXADECIMALES"

H1 3050 48830 2762 51966 222 13548250.

H2 2762 707258 222 COMPRAR UN 205 222 43962 Y OTRO 222 44252.

H3 EL 43949 57022 FOMENTAR LA 254 222 51930 48830.

H4 65246 SE 707258 222 IR CON 3050 10 TOMAR 51966.

H5 EL 48830 222 3050 48830 AGUA 14 IRENE TOMA 16431834.

H6 LA CHICA 222 UNA 14600922 222 60845 48830 51966 MIENTRAS 764906 COMO UN 48830 AL VER QUE SU 4074 HERMANA 707258 222 COMER 16431834.

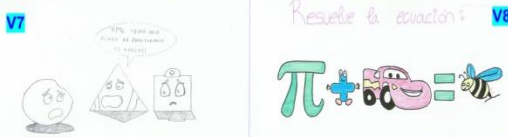
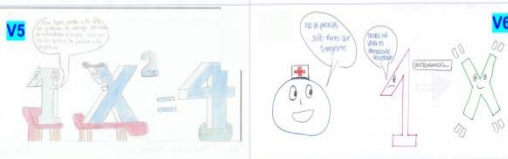
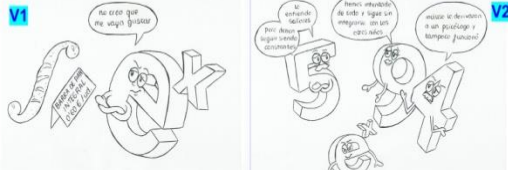
H7 "57022 222 SER UN 12192683 CON UNA 60845 INFERIOR 10 50" NOS COMENTABA EL 982704 10 LOS 53454, TRAS COMERSE UN 49344 UN POCO 61680.

H8 EL 2748 707258 222 PUBLICAR LA 60845 ADECUADA PARA TOMAR 51966.

decimal \leftrightarrow hexadecimal

10 \leftrightarrow A	43949 \leftrightarrow ABAD
14 \leftrightarrow E	43962 \leftrightarrow ABBA
50 \leftrightarrow 32	44252 \leftrightarrow ACDC
205 \leftrightarrow CD	48830 \leftrightarrow BEBE
222 \leftrightarrow DE	49344 \leftrightarrow COCO
254 \leftrightarrow FE	51930 \leftrightarrow CADA
2748 \leftrightarrow ABC	51966 \leftrightarrow CAFÉ
2762 \leftrightarrow ACA	57022 \leftrightarrow DEBE
3050 \leftrightarrow BEA	60845 \leftrightarrow EDAD
4074 \leftrightarrow FEA	61680 \leftrightarrow FOFO

65246 \leftrightarrow FEDE
707258 \leftrightarrow ACABA
764906 \leftrightarrow BABELA
982704 \leftrightarrow EFEBO
12192683 \leftrightarrow BAOBAB
13548250 \leftrightarrow CEBADA
14600922 \leftrightarrow DECADA
16431834 \leftrightarrow FABADA



BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Emmer, «La perfección visible: matemática y arte». *Artnodes*, UOC (2005). <http://www.uoc.edu/artnodes/esp/art/emmer0505.pdf>.
- [2] L. Muñoz, P. Alonso y L.J. Rodríguez, «El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas». *UNIÓN*, 39 (2014), 19-33.
- [3] Consejo editorial, «Matemáticas de cerca». *SUMA*, 77 (2014), 3-6.
- [4] R. de la Hoz (1995), «La proporción cordobesa». *Actas de las VII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales" (Córdoba)*, 67-84.

AUTORES

- | | | | |
|-----------------|----------------|--------------------|-------------------|
| H1 M. Barbuo | V1 A. Barranco | V7 M. A. Palacios | H1 S. Muriel |
| H2 R. Fernández | V2 A. Barranco | V8 I. Lastres | H2 J. Soldán |
| H3 L. García | V3 Y. Allalou | V9 A. Barranco | H3 R. M. Esquinas |
| H4 M. Pérez | V4 L. Gago | V10 J. Soldán | H4 J. A. Herencia |
| H5 A. Notario | V5 S. Tello | V11 M. Labella | H5 A. Notario |
| H6 M. Labella | V6 V. Castro | V12 J. A. Herencia | H6 R. Fernández |
| H7 V. Castro | | | H7 A. Aranda |
| H8 P. Navas | | | H8 R. M. Esquinas |

Referencias bibliográficas

- [1] Consejo editorial (2014). Matemáticas de cerca. SUMA, 77, 3-6.
- [2] de la Hoz, R. (1995). La proporción cordobesa. En *Actas de las VII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales" (Córdoba)*, 67-84.
- [3] Emmer, M. (2005). La perfección visible: matemática y arte. <http://www.uoc.edu/artnodes/esp/art/emmer0505.pdf>. Consultado 24/02/2017
- [4] Muñiz, L., Alonso, P. y Rodríguez, L.J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. UNIÓN, 39, 19-33.

UNA HERRAMIENTA PARA ANALIZAR EL GRADO DE PARTICIPACIÓN EN LA INTERACCIÓN DE MAESTRO Y ESTUDIANTES CUANDO RESUELVEN CONJUNTAMENTE TAREAS MATEMÁTICAS

Sánchez-Barbero, B.^a – Ramos, M.^b – Chamoso, J.M.^a – Vicente, S.^b – Rosales, J.^b – Rodríguez, M.^a.M.^a

beatrizsanchezb@usal.es – martaramos@usal.es – jchamoso@usal.es – sanvicente@usal.es – rosales@usal.es – meros@usal.es

^a Dpto. Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Salamanca. España

^b Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad de Salamanca

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática

Modalidad: P

Nivel educativo: Infantil, Primaria, Secundaria y Universidad

Palabras clave: práctica de aula, participación de los estudiantes, interacción y tareas matemáticas.

Resumen

Analizar la práctica real del aula permite conocer aspectos de cómo se desarrolla la enseñanza y el aprendizaje. En este sentido, la forma de participación de los estudiantes cuando se desarrollan interacciones en el aula de forma conjunta con el profesor influye en el aprendizaje de los mismos. Valorar esa participación permite conocer particularidades que favorecen una interacción más rica. En este trabajo se pretende desarrollar una herramienta que analice la participación de los estudiantes en las interacciones que se producen entre docente y estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas en el aula, basada en trabajos previos. Considera cuatro categorías discretas de análisis en función del grado de participación de los alumnos, desde una nula participación del estudiante hasta una completa participación del mismo. Esta herramienta, que se depurará a partir de su aplicación en contextos de interacción reales, puede tener implicaciones educativas al permitir clarificar aspectos concretos de la interacción referido al grado de responsabilidad de los estudiantes.

Introducción

Las investigaciones que analizan la práctica educativa en el aula de Matemáticas se centran en aspectos tales como el tipo de tarea que se utiliza, los procesos cognitivos que se promueven o el grado de participación de maestro y alumnos que se produce (por ejemplo: Burgos, Domínguez, Rojas, Planas & Vilella, 2006; Sánchez, Carrillo, Vicente & Juárez, 2015). El presente trabajo se centra en este último aspecto ya que el grado de participación de los estudiantes cuando se desarrollan interacciones en el aula de forma conjunta con el profesor influye en el aprendizaje de los mismos (Cai & Lester, 2010). En este sentido, Nathan & Knuth (2003) analizaron el

intercambio de contenidos matemáticos centrándose en la dirección del flujo de información (si la dirección de la información iba de profesor a alumnos, de alumnos a profesor o de alumnos a alumnos); y Sánchez, García, De Sixte, Castellano & Rosales (2008) propusieron un sistema de análisis con cinco categorías, desde categoría 0 para designar que la construcción del contenido es íntegro del maestro hasta categoría 4 para designar que dicha construcción es íntegra del alumno, teniendo en cuenta el tipo de ayudas por parte del maestro al alumno y los feedbacks recibidos.

Objetivo

En este trabajo se pretende desarrollar una herramienta que permita analizar la participación de los estudiantes en las interacciones que se producen entre docente y alumnos cuando resuelven tareas matemáticas en el aula.

Descripción

Basándose en trabajos previos como el de Nathan & Knuth (2003) y el de Sánchez, García, De Sixte, Castellano & Rosales (2008), se consideran cuatro categorías discretas: Grado P (profesor), Pa (profesor-alumnos), Ap (alumnos-profesor) y A (alumnos) en función del grado de participación de los alumnos. Para ello, se tiene en cuenta quién es el responsable de la construcción de la idea principal desde una nula participación del estudiante (Grado P) a una completa participación del mismo (Grado A) y cómo es la intervención en la interacción, quién comienza y finaliza dicha intervención y qué tipo de preguntas o feedback existen. En concreto, las categorías son:

Categoría		Construcción de la idea principal	Intervención
GRADO BAJO	Grado P	Es asumida por el maestro de forma autónoma, sin la participación de los alumnos.	Maestro comienza la intervención y puede cerrarla
	Grado Pa	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con una mayor participación del maestro.	Maestro comienza la intervención con una pregunta cerrada o invasiva Maestro puede finalizar la intervención con un feedback de añadir o redirigir
GRADO ALTO	Grado Ap	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con una mayor participación del alumno.	Maestro comienza la intervención con una pregunta abierta Maestro o alumno puede finalizar la idea con un feedback

	Grado A	Es asumida por el alumno de forma autónoma, sin la participación del maestro.	Alumno comienza la intervención y puede cerrarla
--	----------------	---	--

Tabla 1. Categorías del Grado de Participación

Una vez categorizadas las intervenciones, la participación se agrupa en dos grados, quedando como grado bajo de participación aquel que agrupó a los grados P y Pa, y como grado alto de participación aquel que agrupó a los grados Ap y A. De este modo se posibilita una visión más global y operativa de la participación en el aula.

Conclusiones

Esta herramienta se experimentará en el análisis de prácticas educativas reales cuando maestros y alumnos resuelvan tareas en clases de matemáticas. Esta experimentación permitirá depurar dicha propuesta. Además, será necesario validarla a partir de un análisis interjueces con el fin de obtener el índice de Kappa de Cohen.

Puede tener implicaciones educativas al permitir clarificar aspectos concretos de la interacción referidos al grado de participación de los estudiantes que puedan favorecer una interacción más rica. En este sentido, conocer este grado de participación promovido en un aula cuando se resuelven tareas matemáticas, permitiría enriquecer la práctica docente. Es decir, solo a partir de lo que ya se hace se podrían proponer pautas realistas que potencien una mayor autonomía del alumno (Sánchez, García & Rosales, 2010).



Una herramienta para analizar el grado de participación en la interacción de maestros y estudiantes cuando resuelven conjuntamente tareas matemáticas

¹Sánchez-Barbero, B., ²Ramos, M., ¹Chamoso, J. M^a., ²Vicente, S., ²Rosales, J. & ¹Rodríguez, M^a. M.

¹Dpto. Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. *Universidad de Salamanca*
²Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación. *Universidad de Salamanca*

RESUMEN

Analizar la práctica real del aula permite conocer aspectos de cómo se desarrolla la enseñanza y el aprendizaje. En este sentido, la forma de participación de los estudiantes cuando se desarrollan interacciones en el aula de forma conjunta con el profesor influye en el aprendizaje de los mismos. Valorar esa participación permite conocer particularidades que favorecen una interacción más rica. En este trabajo se pretende desarrollar una herramienta que analice la participación de los estudiantes en las interacciones que se producen entre docente y estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas en el aula, basada en trabajos previos. Considera cuatro categorías discretas de análisis en función del grado de participación de los alumnos, desde una nula participación del estudiante hasta una completa participación del mismo. Esta herramienta, que se depurará a partir de su aplicación en contextos de interacción reales, puede tener implicaciones educativas al permitir clarificar aspectos concretos de la interacción referido al grado de responsabilidad de los estudiantes.

Palabras claves: práctica de aula, participación de los estudiantes, interacción, tareas matemáticas.

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones que analizan la práctica educativa en el aula de Matemáticas se centran en aspectos como, por ejemplo, el tipo de tarea que se utiliza, los procesos cognitivos que se promueven o el grado de participación de maestro y alumnos que se produce (por ejemplo: Burgos et al., 2006; Sánchez et al., 2015). El presente trabajo se centra en este último aspecto ya que el grado de participación de los estudiantes cuando se desarrollan interacciones en el aula de forma conjunta con el profesor influye en el aprendizaje de los mismos (Cai & Lester, 2010).

OBJETIVO

Desarrollar una herramienta que analice la participación de los estudiantes en las interacciones que se producen entre docente y alumnos cuando resuelven tareas matemáticas en el aula.

DESCRIPCIÓN

Basándose en trabajos previos como el de Nathan & Knuth (2003) y el de Sánchez et al. (2008), se consideran cuatro categorías discretas en función del grado de participación de los alumnos, desde una nula participación del estudiante (Grado P) a una completa participación del mismo (Grado A). En concreto:

CATEGORÍAS

GRADO BAJO	Grado P	Es asumida por el maestro de forma autónoma, sin la participación de los alumnos.
	Grado Pa	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con mayor participación del maestro.
GRADO ALTO	Grado Ap	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con mayor participación del alumno.
	Grado A	Es asumida por el alumno de forma autónoma, sin la participación del maestro.

PARA MÁS INFORMACIÓN:



CONCLUSIONES

Esta herramienta se depurará a partir de su aplicación en contextos de interacción reales. Puede tener implicaciones educativas al permitir clarificar aspectos concretos de la interacción referido al grado de participación de los estudiantes que puedan favorecer una interacción más rica.

REFERENCIAS

- Burgos, S., Domínguez, M., Rojas, F. J., Planas, N. & Vilella, X. (2006). La participación en el aula de Matemáticas. En J. M. Goñi (coord.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp.49-62). Barcelona: Graó.
- Cai, J. & Lester. F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning? *National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nathan, M. J. & Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and instruction*, 21 (2), 175-207.
- Sánchez, E., García, J. R., De Sixte, R., Castellano, N. & Rosales, J. (2008). El análisis de la práctica educativa y las propuestas instruccionales: integración y enriquecimiento mutuo. *Infancia y Aprendizaje*, 31 (2), 233-258.
- Sánchez, B., Carrillo, J., Vicente, S., & Juárez, J. A. (2015): "Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de Primaria". *XIV Conferencia interamericana de Educación Matemática (XIV CLAEM)*. Chiapas (México).

Referencias bibliográficas

Burgos, S., Domínguez, M., Rojas, F. J., Planas, N. & Vilella, X. (2006). La participación en el aula de Matemáticas. En J. M. Goñi (coord.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp.49-62). Barcelona: Graó.

Cai, J. & Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning? *National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, VA: Author

Nathan, M. J. & Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and instruction*, 21 (2), 175-207

Sánchez, E., García, J. R., De Sixte, R., Castellano, N. & Rosales, J. (2008). El análisis de la práctica educativa y las propuestas instruccionales: integración y enriquecimiento mutuo. *Infancia y Aprendizaje*, 31 (2), 233-258.

Sánchez, B., Carrillo, J., Vicente, S., & Juárez, J. A. (2015): “Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de Primaria”. *XIV Conferencia interamericana de Educación Matemática (XIV CIAEM)*. Chiapas (México).

Sánchez, E., García, J.R., & Rosales, J. (2010). *La lectura en el aula. Qué se hace, qué se debe hacer y qué se puede hacer*. Barcelona: Graó.

¿A QUIÉN LE GUSTA ENSEÑAR MATEMÁTICAS? MAESTROS EN FORMACIÓN Y GUSTO POR LA DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

José María Marbán - Ana Maroto - Andrés Palacios
josemaria.marban@uva.es amaroto@am.uva.es palacios@psi.uva.es
Universidad de Valladolid (España)

Núcleo temático: IV Formación de maestros.

Modalidad: P

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Gusto hacia la docencia de las matemáticas, gusto hacia las matemáticas, ecuaciones estructurales, formación de maestros.

Resumen

El estudio del dominio afectivo matemático de los maestros en formación es un elemento clave en cualquier sistema educativo. El objetivo principal de este trabajo es valorar la influencia de algunos factores afectivos matemáticos en el gusto por la docencia de las matemáticas en maestros de Primaria en formación. Mediante escalas de contrastada fiabilidad sobre el dominio afectivo matemático (gusto por las matemáticas, autoconcepto matemático, ansiedad hacia las matemáticas, etc.) y modelos de ecuaciones estructurales se construye un modelo predictivo del gusto por la docencia de las matemáticas. Nuestros resultados confirman la influencia que diferentes factores emocionales tienen sobre el gusto por la docencia de las matemáticas; a su vez, este influye de manera directa y significativa sobre el gusto por el estudio de su didáctica. Además, el modelo señala a la ansiedad hacia las matemáticas como uno de los factores más determinantes de las actitudes hacia la práctica docente. Esta ansiedad influye de manera directa sobre el gusto hacia las matemáticas, la percepción de dificultad, la percepción de utilidad de las matemáticas y sobre el autoconcepto matemático. Estos factores son los que determinarían el gusto por la enseñanza de las matemáticas en los maestros en formación.

Introducción

Profundizar en el dominio afectivo matemático de los maestros en formación es una tarea esencial en cualquier sistema educativo dado su impacto en los procesos de enseñanza-aprendizaje asociados tanto a su propia formación matemática universitaria como a los que estarán en el desarrollo de su futura labor docente. Las experiencias matemáticas preuniversitarias de estos futuros maestros muestran una fuerte influencia –con frecuencia negativa– sobre el propio proceso de aprender a enseñar matemáticas.

En este trabajo entendemos por gusto por la docencia de las matemáticas en el sentido de aprecio hacia la posibilidad de enseñar matemáticas y, por tanto, sinónimo de *actitudes hacia la docencia de las matemáticas*.

Hay claras evidencias de la relación entre las actitudes hacia la docencia de las matemáticas y la autoeficacia percibida en matemáticas. Según Bates, Latham y Kim (2011) los maestros en formación con altas percepciones de autoeficacia en matemáticas muestran actitudes positivas hacia su enseñanza, al tiempo que consideran que pueden influir positivamente en el rendimiento de sus alumnos.

En Palacios, Hidalgo, Maroto, y Ortega (2013) se concluye que a los estudiantes del Grado en Educación Primaria les gusta ser docentes de Primaria, quieren impartir clases, preparar sus materiales y ser unos buenos maestros, pero no es su actitud hacia las matemáticas precisamente lo que les ha llevado a elegir esta profesión. Asumen que una de las asignaturas que tienen que impartir son las matemáticas y, aunque no las rechazan abiertamente, no son una de sus materias preferidas para la docencia. Además, confían en que la Didáctica de las Matemáticas les aporte las herramientas necesarias para desarrollar la labor docente sorteando así las carencias que pudieran tener en el aspecto cognitivo.

En esta misma línea, en Maroto (2015) se muestra una relación significativa entre la percepción de rendimiento que tienen los maestros en formación de sí mismos y su gusto por la enseñanza de las matemáticas.

El objetivo general de este trabajo es analizar la influencia de factores afectivos matemáticos en el gusto por la docencia de las matemáticas en maestros de Primaria en formación.

Método

La investigación se ha llevado a cabo utilizando como técnica de análisis multivariante modelos de ecuaciones estructurales. Se recurrió a un tipo de muestreo no probabilístico por accesibilidad para obtener una muestra final conformada por 1433 estudiantes del Grado de Educación Primaria de distintas Universidades públicas españolas (A Coruña, Zaragoza, La Rioja, Complutense de Madrid y Valladolid) durante los cursos 2010-2011, 2011-2012, 2012-2013, 2013-2014 y 2016-2017.

Los instrumentos empleados (Tabla 1) han sido elaborados por el equipo investigador; se trata de siete escalas tipo Likert que fueron cumplimentadas por los sujetos de la muestra en presencia de profesores colaboradores y donde todos los ítems se responden según el grado de acuerdo con

el enunciado en una métrica tipo Likert de cinco puntos (valores de 0 a 4). La investigación fue financiada en el marco del proyecto I+D+IEDU2009-12063.

Nombre	Ejemplos de ítems	Alfa de Cronbach	Fuentes
<i>Escala de gusto por la docencia de las Matemáticas (EAEDM)</i>	Me gusta ser profesor de matemáticas en Primaria Preferiría no tener que explicar matemáticas en mi futuro ejercicio como maestro. Me siento cómodo explicando cómo he resuelto un problema de matemáticas Si he elegido ser maestro es para poder explicar matemáticas Me gusta más enseñar matemáticas que cualquier otra materia del curriculum de Primaria	,90	McGinnis et. al. (2002); Nisbet (1991)
<i>Escala de Actitudes hacia la Didáctica de las Matemáticas (EAEDM)</i>	La didáctica de las matemáticas me acerca a las matemáticas y me hace apreciar su enseñanza La Didáctica de las matemáticas me ayuda a entender las matemáticas La didáctica de las matemáticas me ha hecho valorar el trabajo del profesor de matemáticas	,86	
<i>Escala de Agrado hacia las Matemáticas (EAM)</i>	Las matemáticas son una de las asignaturas más aburridas No soporto estudiar matemáticas, incluso las partes más fáciles Puedo pasarme horas estudiando matemáticas y haciendo problemas; el tiempo se me pasa rapidísimo Las clases de matemáticas se me hacen eternas y muy pesadas Me gusta estudiar matemática en mi casa. Me alegraría no tener matemáticas el curso que viene Me gustan las matemáticas	,90	Aiken (1974); Fennema y Sherman (1976)
<i>Escala de Autoconcepto Matemático (EAUM)</i>	Las matemáticas se me dan bastante bien Tengo confianza en mí cuando me enfrento a un problema de matemáticas Me considero muy capaz y hábil en matemáticas Me siento un poco tonto para las matemáticas Soy bueno en matemáticas Normalmente he tenido dificultad con las matemáticas	,93	Pietsch, Walker y Chapman (2003)
<i>Escala de Ansiedad hacia las Matemáticas (EANM)</i>	Las matemáticas es una de las asignaturas que más temo Las matemáticas hacen que me sienta incómodo y nervioso Me dan miedo las matemáticas La palabra matemáticas me sugiere terror y pánico Cuando estudio matemáticas estoy más tenso que cuando lo hago con otras asignaturas Tengo una predisposición negativa ante un problema de matemáticas Me siento generalmente inseguro cuando hago problemas de matemáticas Las matemáticas son, para mí, un problema	,95	Richardson y Suinn (1972)
<i>Escala de Percepción de Dificultad de las Matemáticas (EPDM)</i>	Me resulta difícil comprender los conceptos matemáticos Siempre he tenido problemas con las matemáticas El mayor problema que yo veo en las matemáticas es su dificultad	,82	Aiken (1974); Fennema y

<i>Escala de Percepción de Utilidad de las Matemáticas (EPUM)</i>	Las matemáticas son útiles y necesarias en todos los ámbitos de la vida		Sherman (1976)
	Las matemáticas ayudan a entender el mundo de hoy	,76	
	Una cierta comprensión de las matemáticas es hoy en día esencial para cualquier ciudadano		

Tabla 1. Descripción de las escalas para la toma de datos

Resultados y análisis

Para el análisis estadístico de los datos se utilizó un modelo de ecuaciones estructurales basado en las varianzas de las variables intervinientes, el algoritmo de Mínimos Cuadrados Parciales (Partial Least Squares o PLS) y el programa informático Smart PLS 3.2.3.

Los datos obtenidos confirman la importancia que diferentes factores emocionales tienen sobre el gusto por la docencia de las matemáticas, que explican en conjunto casi el 60% de su varianza. A su vez, este gusto por la docencia tiene un efecto significativo sobre las actitudes hacia el estudio de la didáctica de las matemáticas como materia, en una relación claramente directa: mayor gusto por la docencia, mayor interés por estudiar su didáctica. El modelo de ecuaciones estructurales indica además que la ansiedad influye de manera significativa sobre el diversos factores afectivos matemáticos como son el gusto hacia las matemáticas, el autoconcepto matemático, la percepción de utilidad y la percepción de dificultad de las matemáticas, factores estos últimos que actuarían de forma directa sobre el gusto por la enseñanza de las matemáticas (Figura 1).

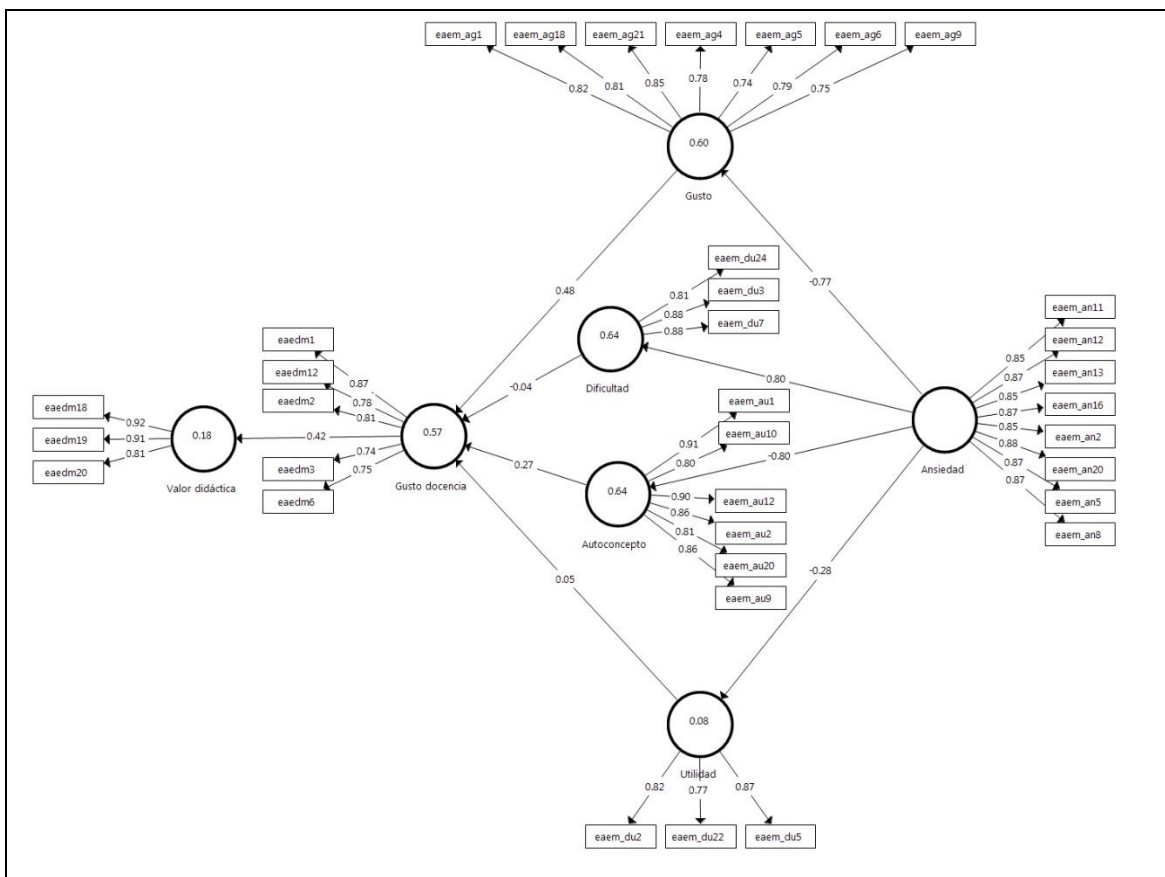


Figura 1 Modelo de ecuaciones estructurales

En el modelo de la Figura 1, la ansiedad matemática explica la relación con variables afectivas como el gusto por las matemáticas, el autoconcepto matemático, la percepción de utilidad y dificultad de las matemáticas de una manera significativa. Los futuros maestros con altos niveles de ansiedad evitan tener contacto con esta materia, rechazándola si tienen la ocasión percibiéndola como difícil, poco útil y percibiéndose como menos capaces para aprender-enseñar matemáticas. Resultados estos últimos que han sido obtenidos en trabajos previos (Bursal y Paznokas, 2006; Çatlıoğlu, Gürbüz, y Birgin 2014; Palacios, Hidalgo, Maroto, y Ortega 2013).

Conclusiones

Como hemos indicado, nuestros resultados confirmarían la influencia que diferentes factores emocionales tienen sobre el gusto por la docencia de las matemáticas; a su vez, el gusto por la docencia de las matemáticas influye de manera directa y significativa sobre el gusto por el estudio de su didáctica.

Además, podemos concluir que el 57% del gusto por la docencia matemática puede ser explicado por factores afectivos como son la ansiedad, el gusto hacia las matemáticas, el autoconcepto matemático, la percepción de utilidad y la percepción de dificultad de las matemáticas. La ansiedad matemática es uno de los factores más influyentes pues afectan de manera directa al resto de factores y es, a través de esta influencia, como actuaría sobre el gusto por la docencia de las matemáticas. La dirección de esta relación podría explicarse así: altos niveles de ansiedad actúan de forma negativa en los componentes afectivos matemáticos y esto, a su vez, repercute negativamente en el gusto por su docencia. Así pues, la disminución de los niveles de ansiedad produciría efectos beneficiosos sobre determinados factores afectivos matemáticos y estos, a su vez, influirían aumentando las ganas de ser maestro de matemáticas.

Estos resultados nos permiten caracterizar el prototipo de estudiante que responde a la pregunta que sirve de título a este trabajo. Este se caracteriza por tener unos bajos niveles de ansiedad matemática, lo que repercute positivamente en el gusto hacia las matemáticas, un alto nivel de autoconcepto, una baja percepción de dificultad de las matemáticas y una alta percepción de utilidad de las mismas, influyendo todo ello de una manera positiva en el gusto por la enseñanza de las matemáticas, lo que atribuye así un importante papel a la Didáctica de las Matemáticas.



¿A QUIÉN LE GUSTA ENSEÑAR MATEMÁTICAS?

MAESTROS EN FORMACIÓN Y GUSTO POR LA DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

José María Marbán Prieto, Ana Maroto Sáez y Andrés Palacios Picos
Universidad de Valladolid

Introducción

Profundizar en el dominio afectivo matemático de los maestros en formación es una tarea esencial en cualquier sistema educativo dado su potencial impacto en los procesos de enseñanza-aprendizaje asociados, tanto en los vinculados a su formación matemática universitaria como en los que estarán en el desarrollo de su futura labor docente.

En este trabajo entendemos *actitudes hacia la docencia de las matemáticas* en el sentido de aprecio hacia o gusto por la enseñanza de las matemáticas, así como en términos de predisposición a conocer nuevos métodos de enseñanza de las matemáticas.

Las experiencias matemáticas preuniversitarias de este tipo de estudiantes muestran una fuerte influencia –con frecuencia negativa– sobre el propio proceso de aprender a enseñar matemáticas.

Hay claras evidencias de la relación entre la autoeficacia percibida en matemáticas y las actitudes hacia la docencia de las matemáticas. Según Bates, Latham y Kim (2011) los maestros en formación con altas percepciones de autoeficacia en matemáticas muestran actitudes positivas hacia su enseñanza, al tiempo que consideran que pueden influir positivamente en el rendimiento de sus alumnos.

En esta misma línea, en Maroto (2015) se muestra una relación significativa en maestros en formación entre la percepción de rendimiento que tienen estos estudiantes de sí mismos y su gusto por la enseñanza de las matemáticas.

Objetivo

Analizar la influencia de factores afectivos matemáticos en el gusto por la docencia de las matemáticas en maestros de Primaria en formación.

Resultados y análisis

Para el análisis estadístico de los datos se utilizó un modelo de ecuaciones estructurales basado en las varianzas de las variables intervinientes, el algoritmo de Mínimos Cuadrados Parciales (Partial Least Squares o PLS) y el programa informático Smart PLS 3.2.3.

El modelo de ecuaciones estructurales obtenido (Figura 1) indica que la ansiedad juega un importante papel en algunos factores afectivos matemáticos como son el gusto hacia las matemáticas, el autoconcepto matemático, la percepción de utilidad y la percepción de dificultad de las matemáticas, ejerciendo estos a su vez una clara influencia en el gusto por la enseñanza de las matemáticas.

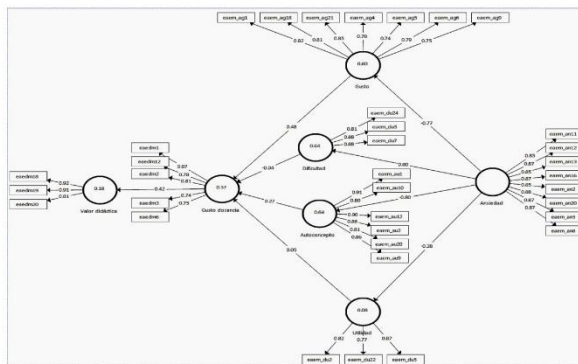


Figura 1: Modelo de ecuaciones estructurales obtenido referido a las actitudes hacia la enseñanza de las matemáticas

Conclusión

El análisis de factores afectivos matemáticos de los maestros en formación nos permite caracterizar el prototipo de estudiante que responde a la pregunta que sirve de título a este trabajo. Este se caracteriza por tener unos escasos niveles de ansiedad, lo que repercute positivamente en el gusto hacia las matemáticas, un alto nivel de autoconcepto, una baja percepción de dificultad de las matemáticas y una alta percepción de utilidad de las mismas, influyendo todo ello de una manera positiva en el gusto por la enseñanza de las matemáticas, lo que atribuye así un importante papel a la Didáctica de las Matemáticas.

Referencias

- Bates, A. B., Latham, N. & Kim, J. (2011). Linking Preservice Teachers' Mathematics Self-Efficacy and Mathematics Teaching Efficacy to Their Mathematical Performance. *School Science and Mathematics*, 111(7), 325–333.
- Cathoğlu, H., Gürbüz, R. & Birgin, O. (2014). Do pre-service elementary school teachers still have mathematics anxiety? Some factors and correlates. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 110-127 .DOI: 10.1590/1980-4415v28n48a06
- Maroto, A. (2015). Perfil afectivo-emocional matemático de los maestros de Primaria en formación. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid.

Método

La investigación se ha llevado a cabo utilizando como técnica de análisis multivariante modelos de ecuaciones estructurales. Se recurrió a un tipo de muestreo no probabilístico por accesibilidad para obtener una muestra final conformada por 1433 estudiantes del Grado de Educación Primaria de distintas Universidades públicas españolas (A Coruña, Zaragoza, La Rioja, Complutense de Madrid y Valladolid) durante los cursos 2010-2011, 2011-2012, 2012-2013, 2013-2014 y 2016-2017.

Los instrumentos empleados han sido elaborados por el equipo investigador (Tabla 1) consistiendo en ocho escalas tipo Likert que fueron cumplimentadas por los sujetos de la muestra en presencia de profesores colaboradores y donde todos los ítems se responden según el grado de acuerdo con el enunciado en una métrica tipo Likert de cinco puntos (valores de 0 a 4). La investigación fue parcialmente financiada en el marco del proyecto I+D+EDU2009-12063.

Nombre	Ejemplos de ítems	Alfa de Cronbach	Fuentes
Escala de gusto por la docencia de las Matemáticas (EADM)	Me gusta ser profesor de matemáticas en Primaria Preferiría no tener que explicar matemáticas en mi futuro ejercicio como maestro. Me siento cómodo explicando cómo he resuelto un problema de matemáticas. Si he elegido ser maestro es para poder explicar matemáticas. Me gusta más enseñar matemáticas que cualquier otra materia del currículum de Primaria	.60	McGinnis et. al (2002); Nisbet (1991)
Escala de Actitudes hacia la Didáctica de las Matemáticas (EADM)	La didáctica de las matemáticas me acerca a las matemáticas y me hace apreciar su enseñanza. La Didáctica de las matemáticas me ayuda a entender las matemáticas. La didáctica de las matemáticas me ha hecho valorar el trabajo del profesor de matemáticas	.86	
Escala de Agradación hacia las Matemáticas (EAM)	Las matemáticas son una de las asignaturas más aburridas No soporto estudiar matemáticas, incluso las partes más fáciles. Puedo pasarme horas estudiando matemáticas y haciendo problemas; el tiempo se me pasa rapidísimo. Las clases de matemáticas se me hacen eternas y muy pesadas. Me gusta estudiar matemática en mi casa. Me alegraría no tener matemáticas el curso que viene. Me gustan las matemáticas	.90	Aiken (1974); Fennema y Sherman (1976)
Escala de Autoconcepto Matemático (EAM)	Las matemáticas se me dan bastante bien Tengo confianza en mí cuando me enfrento a un problema de matemáticas. Me considero muy capaz y hábil en matemáticas. Me siento un poco torfo para las matemáticas. Soy bueno en matemáticas. Normalmente he tenido dificultad con las matemáticas	.93	Pietsch, Welker y Chapman (2003)
Escala de Ansiedad hacia las Matemáticas (EAM)	Las matemáticas es una de las asignaturas que más temo Las matemáticas hacen que me sienta incómodo y nervioso Me dan miedo las matemáticas. La palabra matemáticas me sugiere terror y pánico Cuando estudio matemáticas estoy más tenso que cuando lo hago con otras asignaturas. Tengo una predisposición negativa ante un problema de matemáticas. Me siento generalmente inseguro cuando hago problemas de matemáticas. Las matemáticas son, para mí, un problema	.95	Richardson y Suinn (1972)
Escala de Percepción de Dificultad de las Matemáticas (EPDM)	Me resulta difícil comprender los conceptos matemáticos Siempre he tenido problemas con las matemáticas El mayor problema que yo veo en las matemáticas es su dificultad	.82	Aiken (1974); Fennema y Sherman (1976)
Escala de Percepción de Utilidad de las Matemáticas (EPUM)	Las matemáticas son útiles y necesarias en todos los ámbitos de la vida. Las matemáticas ayudan a entender el mundo de hoy. Una cierta comprensión de las matemáticas es hoy en día esencial para cualquier ciudadano	.76	

Tabla 1: Descripción de las escalas para la toma de datos

Bibliografía

- Aiken, L. R. (1974). Two scales of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71. doi: 10.2307/748616.
- Bates, Latham & Kim (2011) Linking Preservice Teachers' Mathematics Self-Efficacy and Mathematics Teaching Efficacy to Their Mathematical Performance. *School Science and Mathematics*, 111(7), 325–333.
- Bursal, M., y Paznokas, L. (2006). Mathematics anxiety and preservice elementary teachers' confidence to teach mathematics and science. *School Science and Mathematics*, 106(4), 173-180.
- Çatlıoğlu, H., Gürbüz, R. y Birgin, O. (2014). Do pre-service elementary school teachers still have mathematics anxiety? Some factors and correlates. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 28(48), 110-127 .DOI: 10.1590/1980-4415v28n48a06.
- Fennema, E., y Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324-326. doi: 10.2307/748467.
- Maroto, A. (2015). Perfil afectivo-emocional matemático de los maestros de Primaria en formación. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid.
- McGinnis, J. R., Kramer, S., Shama, G., Graeber, A. O., Parker, C. A., y Watanabe, T. (2002). Undergraduates' attitudes and beliefs about subject matter and pedagogy measured periodically in a reform based mathematics and science teacher preparation program. *Journal of Research in Science Teaching*, 39(8), 713-737. doi: 10.1002/tea.10042.
- Nisbet, S. (1991). A new instrument to measure pre-service primary teachers' attitudes to teaching mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 3(2), 34-56. doi: 10.1007/BF03217226.
- Palacios, A., Hidalgo, S., Maroto, A. y Ortega. T. (2013). Causas y consecuencias de la Ansiedad Matemática mediante un Modelo de Ecuaciones Estructurales. *Enseñanza de las Ciencias*. 31(2), 93-111
- Pietsch, J., Walker, R., y Chapman, E. (2003). The relationship among self-concept, self-efficacy, and performance in mathematics during secondary school. *Journal of Educational Psychology*, 95(3), 589-603. doi: 10.1037/0022-0663.95.3.589.
- Richardson, F. C., y Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), 551-554. doi: 10.2466/pr0.2003.92.1.167.

UNA HERRAMIENTA PARA ANALIZAR LOS PROCESOS QUE SE PROMUEVEN ENTRE EL PROFESOR Y LOS ALUMNOS AL RESOLVER TAREAS MATEMÁTICAS EN EL AULA

Sánchez-Barbero, B.^a – Ramos, M.^b – Chamoso, J.M.^a – Vicente, S.^b – Rosales, J.^b – Rodríguez, M.^aM.^a

beatrizsanchezb@usal.es – martaramos@usal.es – jchamoso@usal.es – sanvicente@usal.es – rosales@usal.es – meros@usal.es

^a Dpto. Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Salamanca. España

^b Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad de Salamanca

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática

Modalidad: P

Nivel educativo: Infantil, Primaria, Secundaria y Universidad

Palabras clave: práctica educativa, interacción, procesos y tareas matemáticas

Resumen

El análisis real de la práctica educativa permite obtener conocimiento del desarrollo de la enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en las aulas. Respecto a ello, un aspecto de interés son los procesos que se promueven en la resolución conjunta de tareas matemáticas entre el profesor y los estudiantes. Partiendo de investigaciones previas, este trabajo pretende desarrollar una herramienta que analice los procesos promovidos al resolver tareas de matemáticas en el aula de forma conjunta entre el profesor y los estudiantes. Dicha herramienta se depurará a partir de su aplicación en interacciones reales y permitirá descubrir aspectos que favorecen el razonamiento de los estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas de forma conjunta con el profesor.

Introducción

La práctica educativa de un maestro cuando resuelve conjuntamente tareas matemáticas con sus alumnos en el aula ha suscitado interés en el ámbito de la Educación Matemática (por ejemplo: Chapman, 2006; Depaepe, De Corte & Verschaffel, 2010; Rosales, Vicente, Chamoso, Múñez & Orrantia, 2012). Conocer los procesos que surgen en la resolución conjunta de tareas matemáticas puede generar un enriquecimiento en la interacción.

Objetivo

En este trabajo se pretende desarrollar una herramienta que analice los procesos promovidos al resolver tareas matemáticas en el aula de forma conjunta entre el profesor y los estudiantes.

Descripción

Basándose en estudios previos como el de Depaepe et al. (2010) y el de Rosales et al. (2012), se consideran seis categorías diferentes en función del proceso promovido al resolver tareas conjuntas en el aula. Las cuatro primeras categorías están relacionadas directamente con el proceso de resolución de una forma cognitiva –selección e integración- y/o metacognitiva –generalización y regulación-. El control y la lectura son procesos generales relacionados con la atención y el orden, así como con la lectura de la tarea a resolver, generales a todas las tareas. A continuación se describe cada una de ellas:

- a) Selección: Referido a información o datos que aparecen, explícitamente, en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución.
- b) Integración: Referido a aspectos que relacionan o comparan información o datos que aparecen explícitamente en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución de forma adecuada y justificada.
- c) Generalización: Referido a aspectos del proceso de resolución que son más generales que los específicos del problema que se está considerando, no dirigidos directamente a lo numérico ni lo matemático.
- d) Regulación: Referido a aspectos del proceso de resolución relacionados con acciones de planificación, supervisión y evaluación.
- e) Control: Referido a aspectos relacionados con aspectos de atención y orden o aspectos organizativos, sin relación en ningún sentido con el proceso de resolución.
- f) Lectura: Referido a la lectura del problema y a aclaración de conceptos, siempre previo al desarrollo del proceso de resolución.

Conclusiones

Esta herramienta, que será depurada a partir de su aplicación en contexto de interacción real, podría permitir conocer qué aspectos de la práctica docente favorecen el razonamiento cuando se resuelven tareas matemáticas.



Una herramienta para analizar los procesos que se promueven entre el profesor y los alumnos al resolver tareas matemáticas en el aula

Sánchez-Barbero, B.¹, Ramos, M.², Chamoso, J.M.^{a.1}, Vicente, S.², Rosales, J.² & Rodríguez, M.^{a.M.1}

¹Dpto. Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Universidad de Salamanca

²Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad de Salamanca

RESUMEN

El análisis real de la práctica educativa permite obtener conocimiento del desarrollo de la enseñanza-aprendizaje que tiene lugar en las aulas. Respecto a ello, un aspecto de interés son los procesos que se promueven en la resolución conjunta de tareas matemáticas entre el profesor y los estudiantes. Partiendo de investigaciones previas, este trabajo pretende desarrollar una herramienta que analice los procesos promovidos al resolver tareas de matemáticas en el aula de forma conjunta entre el profesor y los estudiantes. Dicha herramienta se depurará a partir de su aplicación en interacciones reales y permitirá descubrir aspectos que favorecen el razonamiento de los estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas de forma conjunta con el profesor.

Palabras claves: práctica educativa, interacción, procesos, tareas matemáticas.

INTRODUCCIÓN

La práctica educativa de un maestro cuando resuelve conjuntamente tareas matemáticas con sus alumnos en el aula ha suscitado interés en el ámbito de la Educación Matemática (por ejemplo: Chapman, 2006; Depaepe et al., 2010; Rosales et al., 2012). Conocer los procesos que surgen en la resolución conjunta de tareas matemáticas puede generar un enriquecimiento en la interacción.

OBJETIVO

En este trabajo se pretende desarrollar una herramienta que analice los procesos promovidos al resolver tareas matemáticas en el aula de forma conjunta entre el profesor y los estudiantes.

DESCRIPCIÓN

Basándose en estudios previos como el de Depaepe et al. (2010) y el de Rosales et al. (2012), se consideran seis categorías diferentes en función del proceso promovido al resolver tareas conjuntas en el aula. Las cuatro primeras categorías están relacionadas directamente con el proceso de resolución de una forma cognitiva –selección e integración- y/o metacognitiva –generalización y regulación-. El control y la lectura son procesos generales relacionados con la atención y el orden, así como con la lectura de la tarea a resolver, generales a todas las tareas.

CATEGORÍAS	DEFINICIÓN
Selección	Referido a información o datos que aparecen, explícitamente, en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución.
Integración	Referido a aspectos que relacionan o comparan información o datos que aparecen explícitamente en el enunciado del problema o surgen en el proceso de resolución de forma adecuada y justificada.
Generalización	Referido a aspectos del proceso de resolución que son más generales que los específicos del problema que se está considerando, no dirigidos directamente a lo numérico ni lo matemático.
Regulación	Referido a aspectos del proceso de resolución relacionados con acciones de planificación, supervisión y evaluación.
Control	Referido a aspectos relacionados con aspectos de atención y orden o aspectos organizativos, sin relación en ningún sentido con el proceso de resolución.
Lectura	Referido a la lectura del problema y a aclaración de conceptos, siempre previo al desarrollo del proceso de resolución.

PARA MÁS INFORMACIÓN:



CONCLUSIONES

Esta herramienta, que será depurada a partir de su aplicación en contexto de interacción real, podría permitir conocer qué aspectos de la práctica docente favorecen el razonamiento cuando se resuelven tareas matemáticas.

REFERENCIAS

- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 211–230.
- Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education*, 26, 151-160.
- Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J.M., Múñez, D. & Orrantía, J. (2012). Teacher-student interaction in joint word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and teacher education*, 28 (8), 1185-1195.

Referencias bibliográficas

Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 211–230.

Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education*, 26, 151-160.

Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J.M., Muñoz, D. & Orrantia, J. (2012). Teacher-student interaction in joint word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and teacher education*, 28 (8), 1185-1195.

A EVASÃO NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: O CASO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS/RS - BRASIL

Marley Maria Tedesco Radin
marleyradin@gmail.com

Myriam Siqueira da Cunha
mcpel@gmail.com

Universidade Católica de Pelotas – Brasil Instituto Federal Rio Grande do Sul - Brasil

Stivie Sena Leston
stiviesena@gmail.com

Rozane da Silveira Alves
rsalvex@gmail.com

Universidade Católica de Pelotas – Brasil Universidade Federal de Pelotas - Brasil

Núcleo temático: Aspectos socioculturais da educação matemática.

Modalidad: P

Nível educativo: Educação de adultos

Palabras clave: Política Social. Educação Superior. Educação a Distância. Evasão.

Resumo

Este estudo tem como objeto a evasão de alunos na Educação a Distância no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pelotas. Foram investigados os elementos que influenciaram o fenômeno da evasão de alunos, em um Polo de Apoio localizado no sul do Brasil. Foi realizado um estudo de caso, fazendo-se uso de várias fontes de evidências: entrevista semiestruturada com coordenadores, professores, tutores, alunos evadidos e análise de documentos. Os resultados obtidos indicam que, em 2011/1, no polo investigado, foram matriculados 50 estudantes e formados 23 alunos, permanecendo três alunos em recuperação e 24 alunos evadiram, atingindo um percentual de 48% de evasão. A pesquisa mostrou que os fatores mais apontados como motivadores da evasão foram o desconhecimento sobre a modalidade Educação a Distância, atraso de feedback por parte dos tutores, dificuldades no ambiente virtual de aprendizagem, dificuldade na leitura e interpretação de textos, sentimento de isolamento, frustração das expectativas com relação ao curso, falta de adaptação à metodologia e pouca dedicação aos estudos. Esses resultados indicam que a evasão, no caso estudado, está ligada a uma multiplicidade de fatores, o que torna sua superação mais complexa e desafiadora.

Introdução

A democratização do acesso à educação superior é uma questão complexa e de muita relevância para a sociedade brasileira, principalmente no cenário contemporâneo, em tempos de globalização, revolução tecnológica e mudanças nas relações de trabalho. Para Johann (2012), a educação não tem sido plena no que se refere ao alcance de todos os cidadãos, assim como no que se refere à conclusão de todos os níveis de escolaridade. A evasão escolar é ainda um desafio

a ser superado em todo o país. No entanto, falar sobre evasão não é tarefa fácil, embora as altas taxas sejam denunciadas, as respostas têm sido lentas e difíceis. No Brasil, existe, em andamento, um processo de universalização do acesso à educação básica, que promove crescimento na educação superior, além das demandas crescentes por educação continuada. Essa ampliação de ingresso causa a exigência de qualidade nas atividades acadêmicas, o que tem sido um grande desafio para as Instituições de Ensino Superior (IES), considerando as lacunas de aprendizado deixadas nos ensinos fundamental e médio. Tudo isso, projetado num país com as dimensões do Brasil, potencializa a complexidade inerente à educação superior. Nesse contexto, a EaD aparece como possibilidade e alternativa para atender à missão educacional de maneira mais ampliada, tendo papel central para a democratização do acesso à informação, à cultura e à educação superior. Considerando a importância que o tema evasão assume no cenário da EaD, esta pesquisa buscou responder à seguinte questão: quais os fatores que influenciaram na evasão de alunos no Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal de Pelotas – Polo de Apoio ao Ensino a Distância? Para responder a esse problema, teve-se como propósito investigar os fatores que influenciaram a evasão de alunos na modalidade de EaD do CLMD no Polo de Apoio ao Ensino a Distância. Para isso, foram delineados os seguintes objetivos específicos: a) contextualizar a EaD como política pública de educação; b) caracterizar o fenômeno evasão; c) conhecer a percepção dos coordenadores, professores, tutores e alunos evadidos sobre as causas da evasão. Assim compreendido o problema, apesar dos estudos existentes, é notável que a evasão carece, ainda, de diferentes olhares na busca de soluções. Com o propósito de responder à questão proposta e de alcançar os objetivos estabelecidos, tornou-se fundamental compreender a EaD como integrada às políticas públicas de educação no Brasil. A evasão escolar faz parte dos debates e reflexões da educação brasileira, ocupando um espaço de destaque no cenário das políticas públicas educacionais (Johann, 2012). A abrangência da ação do poder público federal, no que diz respeito à segurança de proteção social e à geração de oportunidades para os brasileiros, ganha concretude através de um conjunto de políticas e programas que, fornecendo bens, serviços e benefícios à população, tem a distribuição e a redistribuição de recursos, saúde, educação, cultura, assistência social, assistência à criança e ao adolescente, trabalho e renda, turismo, meio ambiente, dentre outros (IPEA, 2009). A partir dessa compreensão, a educação se reafirma como pública, sendo função e dever do Estado, para que cada cidadão possa partilhar, de forma consciente e crítica, de uma sociedade mais digna. A fim de que a educação cumpra seu dever de chegar a todos, com igualdade de condições e acesso, iniciativas de políticas específicas

de inserção educacional daqueles que, até hoje, foram excluídos do processo educacional vêm sendo criadas.

Educação a distância

Em 1996, a EaD foi inserida na legislação educacional, com a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), nº 9.394/1996, que reconhece a Educação a Distância como uma modalidade de educação no seu artigo 80 (Brasil, 1996). Em fevereiro de 1998, as iniciativas de Educação a Distância foram normatizadas pelo artigo 2º do Decreto nº 2494/98. Mesmo com inúmeros projetos da EaD, criados pelo governo e por instituições privadas, essa modalidade de ensino foi oficializada somente a partir da metade da década de 1990.

Evasão na educação a distância

A capacidade de resposta da EaD aos desafios e propósitos colocados tem sido enfraquecida pelos números da evasão. A evasão, nas instituições de ensino em geral, sejam públicas ou privadas, é um fenômeno social complexo, que tem alertado gestores e pesquisadores. Para Castro (2012), a evasão traz consequências negativas às instituições e aos próprios alunos, podendo ocasionar perda financeira e de tempo.

O Polo de Apoio ao Ensino a Distância

O Polo de Apoio ao Ensino a Distância (PAED) investigado pertence à UFPel e oferta o curso de Licenciatura em Matemática a Distância. Está localizado no Rio Grande do Sul, nas dependências de uma escola municipal. Apesar de todo o aparato político, legal e de infraestrutura que lhe dá sustentação, a UFPel convive com percentuais significativos de evasão nos seus diferentes polos. Conforme dados obtidos junto à coordenação do curso, em agosto de 2015, em 2011/1 foram oferecidas 1100 vagas e matriculados 960 alunos. Ao final de 2014, foi outorgada a titulação de Licenciados em Matemática a Distância a 259 alunos (26,97%). Dos 960 matriculados, 651 alunos evadiram durante o curso, ficando o índice de evasão em torno de 67,81%. Embora o curso tenha chegado ao fim de seus oito semestres curriculares, 50 alunos (5,20%) ainda encontravam-se em recuperação de alguns eixos e com a possibilidade de aprovação. No PAED, em 2011, foram matriculados 50 alunos. Em 2014, formaram-se 23 alunos (46%). Até 2015, permaneciam no curso três alunos (6%) e 24 evadiram, o que representa 48% do total de matriculados. A análise permite afirmar que há uma expressiva evasão no CLMD, como um todo, sendo que mais da metade dos alunos que ingressaram na instituição desistiram

antes de concluir o curso. Nesse contexto, para responder às questões colocadas e alcançar os objetivos propostos para esta investigação, explicita-se abaixo a trajetória metodológica percorrida.

Caminhos metodológicos da pesquisa

Foi realizado um estudo de caso, de abordagem qualitativa. Para coleta de dados, realizou-se entrevistas semiestruturadas com coordenadores, professores, tutores e alunos evadidos, além de análise documental. A unidade de análise foi o Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da UFPel, no Polo PAED. Os achados foram analisados em três momentos interligados, que envolveram: 1) desmontagem dos textos em unidades de significado; 2) estabelecimento de relações entre essas unidades, para promover a sua categorização; e 3) emergência de um entendimento renovado do todo (Minayo, 2010). Também utilizou-se o software Nvivo 10 para análise léxica das entrevistas.

O olhar de coordenadores, professores, tutores e alunos evadidos

Os coordenadores do CLMD apontam como uma das principais causas da evasão dos acadêmicos o fato de a Licenciatura em Matemática a Distância não ser o curso desejado por certos alunos. Quando o aluno se defronta com uma carreira – neste caso, o magistério – pouco valorizada na sociedade, é possível que haja dificuldades de adaptação, como também frustração em relação ao curso escolhido (VIOLIN, 2012). Outro ponto destacado pelos coordenadores do CLMD é a percepção prévia ao ingresso no curso que os alunos têm de que a EAD possui baixo nível de exigência acadêmica. De acordo com a visão dos professores que participaram desta pesquisa, as dificuldades que englobam a conciliação do curso com outras atividades, tais como trabalho e compromissos familiares, são apontadas como um dos principais fatores associados à evasão de alunos, seja na modalidade EaD, seja na presencial. Segundo os docentes, outra causa que motiva a evasão dos alunos é o distanciamento entre eles e a instituição em que estão matriculados. Para os professores do CLMD, os alunos evadidos sentem-se abandonados e não buscam o contato presencial com o polo. Nesse contexto, Martins (2013) observou em sua pesquisa que uma parcela significativa dos tutores avaliados concordava que o atendimento do tutor presencial influencia diretamente na decisão do aluno de desistir ou permanecer no curso. Nessa perspectiva, os tutores participantes desta pesquisa apontam as dificuldades acadêmicas como causa fundamental da evasão no CLMD. Percebe-se, dessa forma, que a complexidade de alguns

conteúdos e exercícios, bem como a falta de entendimento acerca deles, provoca no aluno desmotivação para continuar no curso. De acordo com a visão dos alunos, os resultados desta pesquisa sugerem significativa dificuldade no que diz respeito ao fato de conciliar as práticas do curso com atividades profissionais e/ou familiares. Almeida (2007) salientam a sobrecarga no trabalho, bem como a falta de tempo para dedicar-se ao curso e a dificuldade em conciliar estudo, trabalho e família como fatores propulsores da evasão. Além disso, observou-se que a falta de tempo decorre de fatores como a alta carga horária dedicada a atividades laborais e as obrigações familiares. Os alunos também destacaram as dificuldades acadêmicas como determinantes para o abandono da graduação. Neste estudo, os alunos destacam a distância entre os conteúdos aprendidos no ensino médio e os temas abordados na graduação e, por conseguinte, a complexidade das atividades propostas no CLMD. A amostra deste estudo destaca que os contatos estabelecidos com tutores foram insuficientes, de modo que recebiam, mas com atraso, os *feedbacks*, seja dos exercícios, seja das avaliações. Dessa forma, nota-se ainda mais a importância do tutor a distância nesses casos, pois as dificuldades acadêmicas enfrentadas pelos alunos, em conjunto com a falta de apoio, podem impulsionar significativamente a evasão. A esse motivo se somam problemas como doença na família, dificuldade de acesso ao Ambiente Virtual de Aprendizagem, dificuldade na leitura e interpretação de textos, sentimento de isolamento, falta de adaptação à metodologia e pouca dedicação aos estudos. Por fim, os alunos também mencionaram, nos excertos apresentados, o fato de a Licenciatura em Matemática a Distância não ser o curso desejado por eles, visto que não planejavam lecionar após a conclusão da graduação, indo ao encontro da visão dos coordenadores.

Considerações finais

A turma de 2011/1 a 2014/2 contou com a oferta de 50 vagas no Polo de Apoio ao Ensino a Distância. Fizeram matrícula 50 alunos e 24, evadiram, atingindo um percentual de 48% de evasão. Esses números significativos não podem ser desconsiderados, visto que a evasão é fator que obstaculiza a democratização do acesso à educação superior, tema relevante e chave para a redução das desigualdades sociais no Brasil. Após sistematização e análise dos dados obtidos, foi possível verificar que, na visão de coordenadores, professores, tutores e alunos, a evasão ocorreu por diferentes fatores, todos relacionados, de alguma forma, ao curso escolhido, ao Polo de Apoio ao ensino a distância ou às próprias características dos alunos evadidos. Como se pode verificar, a evasão é um fenômeno multifacetado, ligado a uma multiplicidade de fatores, o que

torna sua superação complexa e desafiadora. Sem a pretensão de encerrar a discussão da evasão na EaD, este estudo aponta para a necessidade de realização de outros estudos que incluam alunos evadidos de outros cursos nessa modalidade, buscando desvelar dificuldades e pretensões e, quem sabe, abrangendo as demais licenciaturas da UFPEI/UAB, dado os relevantes índices de evasão que alcançam.

A EVASÃO NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: O CASO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS/RS - BRASIL



Marley Maria Tedesco Radin, Myriam Siqueira da Cunha, Stívie Sena Eston, Rozane Dalveira Alves

Universidade Católica de Pelotas, Universidade Federal de Pelotas

marleyradin@gmail.com

OBJETIVOS

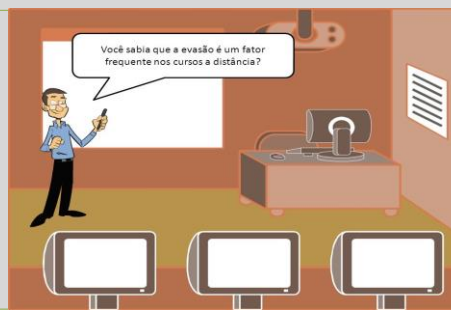
Investigar os fatores que contribuíram para a evasão de alunos na modalidade de EaD no LMD.



contextualizar a EaD como política pública de educação;

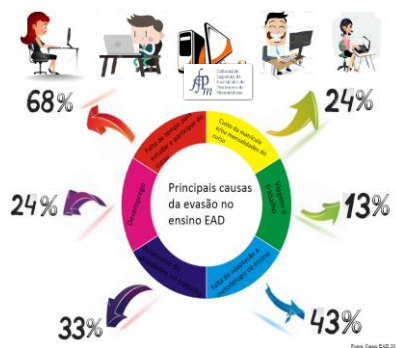
caracterizar o fenômeno evasão;

conhecer a percepção dos coordenadores, professores, tutores e alunos evadidos sobre as causas da evasão.



METODOLOGIA

Foi realizado um estudo de caso, de abordagem qualitativa. Para coleta de dados, realizou-se entrevista semiestruturada com coordenadores, professores, tutores e alunos evadidos, além de análise documental. Os dados foram analisados em três momentos interligados, que envolveram: 1) a desconstrução dos textos em unidades de significado; 2) o estabelecimento de relações entre essas unidades, para promover sua categorização; 3) a emergência de um entendimento renovado do todo (Minayo, 2010). Também utilizou-se o software Nvivo 10 para análise de conteúdo das entrevistas.



RESULTADOS

- ✓ desconhecimento sobre a modalidade Educação a Distância;
- ✓ atraso de feedback por parte dos tutores;
- ✓ dificuldades no ambiente virtual de aprendizagem;
- ✓ dificuldade na leitura e interpretação de textos;
- ✓ sentimento de isolamento;
- ✓ frustração das expectativas com relação ao curso;
- ✓ falta de adaptação à metodologia e pouca dedicação aos estudos.

CONCLUSÕES

A turma de 2011/1 a 2014/2 contou com a oferta de 50 vagas no PAED. Todas as vagas foram preenchidas e 24 alunos evadiram, atingindo um percentual de 48% de evasão. Esses números significativos não podem ser desconsiderados, visto que a evasão é fator que obstaculiza a democratização do acesso à educação superior, tema relevante e chave para a redução das desigualdades sociais no Brasil.

A evasão ocorreu por diferentes fatores, todos relacionados, de alguma forma, ao curso escolhido, ao PAED ou às próprias características dos alunos evadidos.

Sem a pretensão de encerrar a discussão da evasão na EaD, este estudo aponta para a necessidade de realização de outros estudos que incluam alunos evadidos de outros cursos nessa modalidade, buscando desvelar dificuldades e pretensões e, quem sabe, abrangendo as demais licenciaturas da UFPel/UAB, dado os relevantes índices de evasão que alcançam.

REFERÊNCIAS

- Censo EAD.BR (2015). Relatório Analítico da Aprendizagem a Distância no Brasil. Curitiba: Ibpx.
- Minayo, M. C. de S. (2010). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Rio de Janeiro: Vozes.

<http://www.cibem.org/index.php/pt>

Referências bibliográficas

Almeida, O. C. de S. de. (2007). Evasão em cursos a distância: validação de instrumento, fatores influenciadores e cronologia da desistência. 2007. 164 f. Dissertação (Mestrado em Gestão Social e Trabalho) - Universidade de Brasília, Brasília.

Brasil. (1996). Decreto-lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Consultado 14/06/2013.

Castro, A. K. S. S. (2012). Evasão no Ensino Superior: um estudo no curso de psicologia da UFRGS. 118f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Curso de Pós-Graduação em Psicologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

IPEA. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. (2009). Brasil em desenvolvimento: estado, planejamento e políticas públicas. Brasília, DF, v. 3. http://www.ipea.gov.br/bd/pdf/Livro_BrasilDesenvEN_Vol03.pdf. Consultado 10/03/2014.

Johann, C. C. (2012). Evasão escolar no Instituto Federal Sul Rio-Grandense: Um estudo de caso no Campus Passo Fundo. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Passo Fundo, RS.

Martins, C. Z. (2013). Evasão no curso de Administração na modalidade a distância: um estudo de caso. 2013. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Curso de Educação, Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, SP.

Minayo, M. C. de S. (2010). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Rio de Janeiro: Vozes.

Violin, L. A. B. (2012). Evasão Escolar na Educação Superior: Percepções de Discentes. 2012. 94 f. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) – Programa de Pós-graduação em Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba –PR.

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NAS CRECHES

Neichelli Fabrício Langona – Renata Prenstteter Gama
neichelli@yahoo.com.br – renatapgama@gmail.com
UFSCar- Sorocaba / Brasil

Núcleo temático: Formação de professores de matemática

Modalidade: P

Nível educativo: Formação e atualização de ensino

Palavras chave: Coordenador pedagógico, Formação continuada, Educação Matemática, Creches.

Resumo

O presente estudo foi desenvolvido em 2016 com o objetivo de compreender o trabalho dos coordenadores pedagógicos na formação continuada dos professores que ensinam matemática nas creches com crianças de 0-3 anos. Para isso, a pesquisa é de natureza qualitativa e interpretativa, utilizando como instrumento de coleta de dados questionários semi-estruturado com os coordenadores que desenvolveram as propostas de formação durante o ano de 2016, entrevista e a análise dos projetos de formação elaborados anualmente pelos coordenadores pedagógicos de uma rede municipal de ensino que contemplam propostas de formação continuada direcionados aos professores que ensinam matemática nas creches. O referencial teórico para a análise dos dados se remete a formação de professores (IMBERNÓN, FIORENTINI e LORENZATO); relação à escola como locus da formação em serviço e o coordenador pedagógico como agente ativo deste processo (FUSARI, CHISTOV e CASSALATE). Os resultados indicam que as propostas de formações continuadas envolvendo à relação da criança com a matemática prevê aspectos voltados ao cotidiano de maneira lúdica. O grande desafio apontado pelos coordenadores é o de mobilizar ações formativas para que os professores percebam a importância de desenvolver conceitos matemáticos através da problematização dos jogos simbólicos e do vocabulário fundamental.

Introdução

A busca pela democratização e pela qualidade do ensino tem exigido que a escolareavaliie a sua forma de ensinar e busque alternativas que favoreçam a aprendizagem dos alunos. A escola não pode se limitar a transmitir o conhecimento, sendo necessário investir na formação de professores.

Nesse sentido, Imbernón (2011) afirma que a educação vem se tornando uma atividade cada vez mais complexa e para atender essa nova realidade, a profissão docente precisa renovar

suas competências profissionais, já que possuir conhecimento formal sobre determinado assunto não é mais suficiente para assumir a capacidade de ensiná-lo.

Dentre os conhecimentos, o professor precisa fazer suas escolhas pedagógica e tomar decisões sobre os problemas enfrentados diariamente nos processos de ensino aprendizagem. Para isso, é fundamental que ele participe de atividades formativas que lhes possibilitem repensar as práticas pedagógicas.

Nesse contexto a formação do professor não pode ser aquela que o aprisiona em uma função de técnico que desenvolve ou implementa inovações prescritas (IMBÉRNOM. 2011.p.21), mas sim a de um profissional que é capaz de agir mobilizando ações e articulando seus conhecimentos.

Cochran-Smith e Llytle (1999) consideram que para atender a essa nova necessidade escolar é importante que o professor adote uma postura investigativa sobre a sua prática a medida que cada espaço utilizado por ele se torne um local potencial de investigação. A investigação como postura proposta pelas autoras pressupõe o professor em movimento constante de problematização para questionar as formas em que os conhecimentos são construídos e assim adotar uma postura mais ativa e autônoma.

Assim, tornou-se oportuno investigar como são desenvolvidas as propostas de formação continuada oferecidas pelos coordenadores pedagógicos destinadas aos professores que ensinam matemática nas creches.

O trabalho formativo do coordenador pedagógico.

A formação continuada, citada na Lei 93.94/96 no parágrafo único do artigo 62, indica o direito do professor (a) de receber formações em serviço no local de trabalho ou em instituição de educação básica e superior.

Muitos autores (Nóvoa, 1992; Fusari, 2000; Imbernón, 2011) defendem a própria escola como local de formação continuada, já que é nesse espaço que o professor enfrenta os problemas peculiares da sua realidade.

Sendo o coordenador pedagógico o principal responsável por mobilizar as ações formativas dentro das escolas (Almeida, 2003; Geglio, 2003; Placco, Assunção e Falcão, 2015) ele pode favorecer a discussão e a busca coletiva por soluções possíveis para os problemas da escola.

Nas palavras de Geglio (2003.p.117):

Os momentos de atuação do coordenador pedagógico como agente de formação continuada do professor em serviço são aqueles em que ele se reúne com o conjunto dos docentes da instituição escolar para discutir questões e problemas pedagógicos, isto é, pertinentes à sala de aula, ao conteúdo de ensino, ao desempenho dos educandos e ao relacionamento com os alunos.

É nesse momento de mediação que o CP mobiliza a equipe para um trabalho coletivo, favorecendo a troca entre os pares e a análise crítica dos problemas enfrentados pelos professores.

Fiorentini e Lorenzato (2012) discorrem sobre a importância dos professores tentarem fazer da sua prática pedagógica um campo de estudo e pesquisa. Nas palavras dos autores: “ninguém parece discordar que o professor, ao refletir e sistematizar sua prática escolar, produz e renova saberes”(p.72).

Assim, surge a necessidade de espaços de formação para orientar e acompanhar o professor nesse exercício reflexivo. A própria escola pode oferecer uma proposta de formação continuada que coadune com essa necessidade de reflexão, colocando o professor como protagonista de seu processo formativo.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa foi realizada durante o ano de 2016 com os coordenadores pedagógicos que atuam na Secretaria Municipal de Educação de uma cidade no interior do estado de São Paulo.

A abordagem do estudo foi de natureza qualitativa, pois como propõem Lüdke e André (1986, p. 18), “o estudo qualitativo [...] é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada”. Além disso, na perspectiva das mesmas autoras, a pesquisa qualitativa enfatiza o processo e visa desenvolver a compreensão do fenômeno a que se propõe a pesquisa

A coleta de dados iniciou com a aplicação de questionário aos 159 coordenadores pedagógicos via redes sociais. Desses questionários enviados, 29 retornaram preenchidos.

Os questionários respondidos foram separados por segmento de acordo com o quadro abaixo:

Nº de questionários preenchidos	Segmentos de Ensino
2	Creches (0-3 anos)
3	Educação Infantil (4-5 anos)
23	Ensino Fundamental I (6-10 anos)
1	Ensino Fundamental II (11-14 anos)

Fonte: quadro elaborado pela pesquisadora

Para o presente trabalho selecionamos apenas os coordenadores responsáveis pela formação dos professores que atuam em creches.

A segunda etapa da coleta de dados foi a análise dos projetos de formação elaborados anualmente por esses coordenadores como requisito para assumir a função de coordenador pedagógico neste município. Apenas um dos coordenadores previa ações formativas com foco nos saberes matemáticos em seu projeto de formação, o que justificou a sua participação na entrevista realizada como uma terceira etapa da coleta de dados.

Para a análise optou-se pela triangulação dos dados coletados levando em consideração os três instrumentos utilizados: questionário, análise dos projetos de formação e entrevista com o coordenador pedagógico escolhido.

O trabalho formativo realizado pelo coordenador pedagógico com os professores que ensinam matemática nas creches.

A coordenadora que participou do estudo possui duas licenciaturas (Pedagogia e Psicologia) e duas pós-graduações (Gestão Escolar e Educação Infantil), atua como professora a mais de 15 anos e como coordenadora pedagógica desde 2002.

De acordo com as respostas dessa coordenadora mediante questionário, a matemática na creche permeia outros saberes e está presente em atividades como brincadeiras, jogos simbólicos, movimento, jogos de construção e na utilização dos espaços e materiais diversos.

Mediante resposta em questionário, a coordenadora afirma que ao proporcionar o contato da criança com diversos materiais ela tem a oportunidade de resolver problemas que envolvem os saberes matemáticos como um instrumento para interpretar questões que estão ligadas ao cotidiano.

Nas palavras da coordenadora entrevistada *“No momento de planejar as atividades, o professor precisa ter um olhar apurado para prever situações problematizadoras que envolvam o aluno na resolução dessas questões”*.

O trabalho realizado nesse município com a matemática nas creches já foi pautado nas propostas do RCN, depois passou a seguir a proposta curricular do próprio município que foi elaborada em 2011 e agora se baseia na nova proposta curricular do município elaborada em 2016.

Essa nova proposta trata a matemática como um saber a ser vivenciado pelo aluno nas mais diversas situações sem que seja necessariamente sistematizado. De acordo com o documento:

“... em relação aos saberes matemáticos, entende-se que, no que condiz às propostas voltadas a educação de crianças de 0 a 3 anos, há a apropriação de conceitos através das experiências e vivências das mais variadas, que perpassam os demais saberes. É através da experimentação e exploração corporal e espacial, das relações entre os seres, ambientes e objetos que a criança tem a oportunidade de resolver problemas. Dessa forma, não há segmentação de conhecimentos matemáticos a serem ensinados e sistematizados.” (Proposta Curricular do Município, 2016, p. 50)

Neste contexto, a formação em serviço realizada pelo coordenador pedagógico da unidade, pode subsidiar o trabalho do professor oferecendo a ele a possibilidades de planejar as atividades para desenvolver os saberes matemáticos articulados à problematização das questões cotidianas que envolvem os alunos.

Propostas de formação realizadas pelo coordenador pedagógico.

O projeto de formação elaborado pela coordenadora trazia a proposta de trabalho voltado aos saberes matemáticos com base em um texto intitulado: *“As crianças e o conhecimento*

matemático: experiências de exploração e ampliação de conhecimentos de conceitos e relações matemáticas” da autora Priscila Monteiro.

O texto trata sobre a necessidade organizar situações que desafiem os alunos a articular as experiências extraescolares aos saberes matemáticos socialmente construídos.

O texto foi lido e discutido com as professoras e as auxiliares de desenvolvimento infantil durante as reuniões de horário de trabalho pedagógico coletivo (HTPC) que ocorre semanalmente nas escolas.

Quando questionada sobre as dificuldades quanto ao trabalho formativo dos professores que trabalham com alunos de 0-3 anos, a coordenadora respondeu que muitos professores chegam à creche com um olhar mais voltado para a matemática escolarizada, com conteúdos bem delimitados visando atender expectativas de aprendizagem para essa área de saber.

Como a nova proposta curricular considera que o trabalho da matemática deve estar implícito em outros saberes, os professores demonstram dificuldades em propor ou problematizar situações que atendam essa proposta de trabalho.

Além da leitura e discussão do texto, a coordenadora relatou durante a entrevista que costuma utilizar filmagens das atividades como proposta formativa. Nesse caso, ela costuma observar as aulas realizadas pelos professores, filmar as atividades propostas com os alunos e utilizar as imagens nos momentos de formação.

Na transcrição de um trecho da entrevista, a coordenadora relata como as filmagens colaboram para que o professor identifique situações que poderiam ter potencializado o trabalho realizado e servem de exemplo para os professores mais novos.

“Costumo utilizar filmagens realizadas durante a execução das propostas de atividades dos professores mais experientes para tematizar a prática dos professores mais novos. Com base nessas filmagens, os professores podem verificar as potencialidades e as fragilidades da proposta realizada com os alunos. É comum ouvir dos professores durante a exibição das filmagens: Nossa, olha que oportunidade que eu perdi nesse momento...”

Sobre a utilização de filmagens como estratégia formativa Brito (2006, p. 2) considera que “o vídeo pode ser utilizado como importante estratégia mediadora do processo de formação, pois permite que o professor teça novo olhar sobre si mesmo e sua ação, confrontando teorias, criando conflitos, provocando transformações.”

Além disso, a troca de experiências entre os professores mediante a avaliação coletiva da proposta de trabalho analisada através dos vídeos pode ser um material rico para a reflexão sobre a prática e a discussão de novas posturas e encaminhamentos sobre o ensino da matemática.

Nesse sentido, o coordenador pedagógico exerce a função de mediar a reflexão do professor sobre a sua própria prática. Nas palavras de Cassalate (2007, p.23):

O coordenador pedagógico assume um trabalho de formação continuada ao subsidiar e organizar a reflexão entre os docentes sobre as razões que justificam suas opções pedagógicas e sobre as dificuldades que encontram para desenvolver seu trabalho criando possibilidades adequadas à realidade da escola e às necessidades do corpo docente.

Assim, o trabalho formativo realizado com o professor que ensina matemática nas creches pautado na troca de experiências entre os profissionais e na reflexão sobre a prática pode enriquecer as propostas que envolvem os saberes matemáticos.

Considerações finais.

O presente estudo elucidou o trabalho formativo desenvolvido com os professores que ensinam matemática aos alunos de 0-3 anos com foco no trabalho realizado pelo coordenador pedagógico nos momentos semanais de formação.

Os resultados indicam que as propostas de formações continuadas envolvendo à relação da criança com a matemática prevê aspectos voltados ao cotidiano de maneira lúdica. O grande desafio apontado pela coordenadora é o de mobilizar ações formativas para que os professores percebam a importância de desenvolver conceitos matemáticos através da problematização dos jogos simbólicos e da exploração do vocabulário fundamental.

Com isso, pudemos verificar que a formação em serviço é fundamental para que o professor tenha oportunidade de refletir sobre sua prática por meio de compartilhamentos de suas experiências realizados durante as reuniões.

Tanto o uso do texto quanto as filmagens puderam contribuir para que os professores reavaliassem suas propostas de trabalho e aprimorassem as suas concepções para com o trabalho frente aos saberes matemáticos.

O coordenador, enquanto formador de professores, pode contribuir para a construção de uma prática mais autônoma ao favorecer espaços de formação utilizando essas experiências como ponto de partida para a reflexão coletiva, tornando o professor mais seguro para desempenhar seu papel educativo.

Referências bibliográficas

- Almeida, L. R. (2003). Um dia na vida de um coordenador pedagógico de escola pública. In *O coordenador pedagógico e o cotidiano da escola*, Capítulo 2, pp.21-47. São Paulo: Loyola. Ser
- Assunção, O.H.G; Falcão, R.O. (2015). *O coordenador pedagógico e a formação continuada de professores: uma pesquisa- ação no município de Fortaleza* Reunião da ANPED.
- BRASIL, Lei de Diretrizes e Bases. Lei nº 9.394/96 de 20 de dezembro de 1996.
- Brito, F.C(2006). *O vídeo como recurso mediador do exercício de reflexividade sobre a prática docente*. consultado em http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/2006.gt2/GT2_2006_23.PDF.
- Cassalate, M. S.(2007) *A atuação do professor coordenador na formação continuada docente: concepções, práticas e dificuldades*. 98f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade do Oeste Paulista- UNOESTE: Presidente Prudente –SP.
- Cochran-Smith, M. & Lytle, S. L. (1999). *Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities*. In Review of Research in Education.USA, 24 p. 249-305.Tradução do GEPFPM/Unicamp
- Imbernón, F. (2011). *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*; [tradução Silvana Cobucci Leite] 9. Ed. São Paulo: Cortez.
- Fusari, J. C. (2000). Formação continuada de educadores na escola e em outras situações. In *O coordenador pedagógico e a formação docente*. Capítulo 2, pp. 17-24. 8ª ed. São Paulo. Loyola.
- Fiorentini, D; Lorenzato. (2012). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3ª Ed.Rev. Campinas –SP: Autores associados.
- Geglio, P.C. (2003). O papel do coordenador pedagógico na formação do professor em serviço. In *O coordenador pedagógico e o cotidiano da escola*. Capítulo 8, pp.113-120. São Paulo: Loyola.
- Lüdke, M. e andré, E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Novoa, A. (1992). *Formação de professores e formação docente*. In Nóvoa A. (Org) Os professores e sua formação. Lisboa: Dom Quixote.
- Placco, V.M.N.S; Souza, V.L.T; Almeida. (2012). *O coordenador pedagógico: aportes à proposição de políticas públicas*. Caderno de Pesquisa,v.42, n.147, 754-771.
- PREFEITURA MUNICIPAL DE JUNDIAÍ, Proposta curricular de Educação Infantil. 2016.

OS POR QUÊS MATEMÁTICOS DOS ALUNOS: O QUE NOS REVELAM?

Rodrigo D. Serra – Bárbara C. M. Sicardi Nakayama – Sergio Lorenzato
rod.matematica@gmail.com-barbara@ufscar.br-slorenzato@sigmanet.com.br

Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) /campus Sorocaba, Brasil

Núcleo temático: Ensino e aprendizagem de matemática em diferentes modalidades e níveis educativos.

Modalidade: Pôster (P)

Nível Educativo: Terciário (16 a 18 anos)

Palavras-chave: Por quês matemáticos, aprendizagem significativa, conhecimento matemático, formação de professores.

Resumo

Trata-se de uma pesquisa que está em desenvolvimento no Programa de Mestrado em Educação da Universidade Federal de São Carlos - Campus Sorocaba-SP, Brasil, e está vinculado ao Observatório da Educação em Educação Matemática. Essa pesquisa tem como objetivo geral quais são os Por Quês apresentados pelos alunos de ensino médio de cinco escolas, na cidade de Campinas-SP, e de que maneira esses por quês sinalizam possíveis estratégias para a superação de dificuldades de aprendizagem matemáticas. Como procedimento metodológico, será feito o registro dos por quês por meio de uma urna, denominada 'octaedro dos por quês', a qual contará com uma abertura para depósito das questões-dúvidas, sem obrigatoriedade de identificação. O tipo de pesquisa a ser utilizada para o procedimento metodológico será survey, explanatória e de corte-transversal. Espera-se que esta pesquisa contribua para indicar os conteúdos matemáticos que apresentem uma maior dificuldade de aprendizagem, sinalize possíveis estratégias de ensino para superar essas dificuldades e mais atenção na maneira como são tratados nos livros didáticos, nos cursos de licenciatura, formação de professores, extensão e que colabore para que os professores reflitam suas estratégias de ensino e possíveis melhorias em suas práticas, bem

como a linguagem matemática e recursos didáticos empregados nas aulas, diminuindo a lacuna entre uma suposta ideia de aprendizagem e uma aprendizagem realmente significativa.

APRESENTAÇÃO

Muitas vezes, enquanto aluno, surgiram por quês em vários conteúdos matemáticos, e enquanto muitos foram esclarecidos, outros compreendi mais tarde em séries posteriores ao ensino fundamental I, mas muitos ficaram sem respostas, ou melhor, tiveram respostas como: “é assim”, “é uma regra da matemática”, “decore e pronto”, ou “porque é assim: em matemática só existe uma resposta”. Questões como ‘Por que todo número elevado a zero dá 1?’, ‘Por que, ao dividirmos duas frações, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda?’, ‘Zero é par?’, ‘Por que o volume da esfera é $\frac{4}{3} \pi R^3$?’, ‘4 é par?’, ‘Quanto dá 0 dividido por 0?’, ‘Por que a área do trapézio é $\frac{(B+b)h}{2}$?’ e outras, permaneceram em minha trajetória escolar enquanto aluno e grande parte de minha carreira como professor, a qual atualmente completa 20 anos.

Incomodado com essa questão – a de não compreender os porquês – e para buscar uma resposta para diversas situações de prática que vivenciei enquanto aluno e para as que vivencio enquanto professor é que desenvolvo esta pesquisa. Nas palavras de Freire:

“[...] ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade”. Freire (1996, p. 16)

Estudo abrangente realizado por Lorenzato (1993, p. 73), durante o período de 1978-1991, com 1700 professores participantes em cursos de aperfeiçoamento por ele ministrados em 9 países latino-americanos (Argentina, Brasil, Chile, Equador, Honduras, Panamá, Paraguai, República Dominicana e Venezuela) e 18 cidades de 14 Estados brasileiros (Acre, Amapá, Amazonas, Bahia, Distrito Federal, Goiás, Maranhão, Mato Grosso), no qual elaborou um questionário para professores, constituído de perguntas propostas pelos alunos durante aulas. Foi solicitado aos professores que dessem as mesmas respostas que dariam aos alunos, se eles lhes propusessem, em sala de aula, tais questões.

Barbosa (2011) apresentou um trabalho no qual apresenta e discute a inclusão dos questionamentos matemáticos dos alunos da educação básica, os POR QUÊS, na formação de professores de matemática, ancorado na teoria do Modelo dos Campos Semânticos de Lins (1997, 1999, 2004).

MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011 realizaram um trabalho sobre estado da arte sobre os por quês matemáticos da educação básica publicados em artigos da Revista do Professor de Matemática, no qual foram investigadas 70 edições publicadas entre 1982 e 2009, distribuídas em CD oficial, e os resultados mostraram 34 por quês e respectivas respostas.

Esses excelentes trabalhos possuem como foco a formação dos professores, no ensino, nos conteúdos didáticos da matemática, pois os por quês registrados em (Lorenzato 1993, Barbosa 2011, MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011) foram inventariados, categorizados, analisados, e os resultados obtidos revelam e/ou sugerem que parece haver uma lacuna na formação dos professores, nos cursos de licenciatura e livros didáticos, como nos esclarece Lorenzato (1993):

“Por 15 anos ensinei Matemática para crianças e adolescentes e há 27 anos trabalho com a preparação e aperfeiçoamento de professores em serviço. Durante essa vivência observei que: - os alunos frequentemente apresentam aos seus professores os POR QUÊS; - os PORQUÊS não estão presentes nos cursos de formação de professores” Lorenzato (1993, p. 73)

E que indicam que os problemas/por quês encontrados na prática de sala de aula, possuem natureza diferente dos trabalhados nos cursos de licenciatura ou de formação inicial, como nos esclarece:

“Além disso, autores como Bicudo & Garnica (2001), Lins (2004), Moreira & David(2005), Yee (2006), Linardi (2006), Castro (2006), Francisco (2009), nos indicam que os problemas matemáticos encontrados na sala de aula, pelos professores de matemática, não são do mesmo tipo dos apresentados nas disciplinas ou cursos cânones da formação inicial. (Barbosa2011)”

As conclusões do trabalho de (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011) também sinalizam para um problema na formação dos professores, preparação inadequada para

responderem os por quês dos alunos e pouca discussão sobre essas questões, como nos esclarece (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011) :

“há um predomínio na RPM de *Por quês?* sobre Aritmética (ligados à Números e Operações matemáticas), em detrimento da Trigonometria, Geometria e Álgebra. A literatura indica que licenciandos e professores de Matemática têm demonstrado preparação insuficiente para responder questões sobre esta temática [...]

“predominam questões de natureza Conceitual, cujas respostas exigem o conhecimento de um ou mais conceitos. A literatura indica preparação docente inadequada para responder questões deste tipo, embora haja na graduação muitas disciplinas tratando do conhecimento matemático (LORENZATO, 1993). Este descompasso pode ser porque, de modo geral, a Licenciatura pouco ou nada tem discutido sobre as questões matemáticas colocadas pela prática (BICUDO; GARNICA, 2001; CASTRO, 2006; FIORENTINI, 2003; FRANCISCO, 2009; LINARDI, 2006; LINS, 2004; MOREIRA; DAVID, 2005; YEE, 2006) e por abordar a Matemática escolar em termos de revisão propedêutica dentro do curso (MORIEL JUNIOR, 2011; NACARATO; PASSOS, 2007; SANTOS, 2005; SBEM, 2003)”

Como complemento a esses trabalhos, essa pesquisa pretende verificar o que os por quês dos alunos nos revelam, de que forma retratam as dimensões do conhecimento matemático, e como sinalizam possíveis estratégias – recursos didáticos para superação da dificuldade de aprendizagem.

PROBLEMA, QUESTÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA

A importância de pesquisar os por quês apresentados pelos alunos surge de uma contradição/dificuldade percebida na prática e uma lacuna que existe entre uma situação suposta de aprendizagem e uma aprendizagem significativa. Um dos significados do verbo retratar (transitivo direto e pronominal) refere-se a rever conceitos e, informalmente, podemos atribuir os significados como refletir, expressar, reproduzir, mostrar – e, apoiado nesses

significados, destaco a importância do tema em um primeiro aspecto, desses por quês refletirem, mostrarem e reverem as dimensões do conhecimento matemático e de que maneira esses por quês evidenciam problemas conceituais, dificuldade de aprendizagem e ensino e sinalizam quais estratégias de ensino poderão ser utilizadas a partir desses por quês, pelos professores que, em algum momento, provavelmente, tiveram essas dúvidas, por quês (enquanto estudantes), e agora se deparam com muitas delas enquanto professores.

Procurando investigar os possíveis motivos dessa dificuldade percebida na prática, momento em que os alunos apresentam seus por quês, com vistas a diminuir a lacuna entre uma suposta aprendizagem e uma aprendizagem significativa, espero que esta pesquisa responda à seguinte questão:

O que os por quês dos alunos do ensino médio da Educação Básica revelam em relação às dimensões do conhecimento matemático e às dificuldades de ensino-aprendizagem?

OBJETIVOS

- . Compreender a relação dos por quês matemáticos dos alunos com o processo de ensino-aprendizagem;
- . Identificar quais conteúdos revelam maior incidência das fragilidades conceituais de professores e alunos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O método de pesquisa a ser utilizado será o survey, que é pertinente quando o pesquisador pretende investigar o que, porque, como ou quanto se dá determinada situação, não sendo possível através do método, determinar variáveis dependentes e independentes; a pesquisa dá-se no momento presente ou recente e trata situações reais do ambiente. (FREITAS et al. 2000).

O tipo de pesquisa survey a ser utilizado é a explanatória, que tem por objetivo identificar a existência de uma determinada situação, suas causas e se existe relação entre teoria e situação proposta (Silva, 2013).

Quanto ao tempo, será uma survey de corte-transversal (cross-sectional), que ocorre em um único momento, buscando-se estabelecer a relação entre as variáveis em dada situação no momento proposto. (Freitas et al.2000)

O tipo de amostra é a não – probabilística, em que é utilizado algum critério para seleção dos elementos, que resulta que nem todos os elementos da população serão selecionados.

O método Survey deve ser realizado com rigor metodológico para que os dados obtidos tenham confiabilidade científica e envolve a coleta de informações através de um instrumento de entrevistas, seja digital, escrito ou presencial com o pesquisador, em uma amostra definida da população em estudo. O instrumento de pesquisa deve proporcionar que o pesquisador extraia os dados, de forma que possa analisá-los através de uma escala mensurável (Silva, 2013) Como procedimento metodológico será feito o registro dos por quês por meio da construção de uma urna, denominada octaedro dos por quês, de material reciclável, com uma abertura, para depósito das questões/dúvidas, sem a obrigatoriedade de identificação, norteado pela seguinte questão:

Coloque sob a forma de por quê uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático.

Esta urna será deixada durante as aulas que ministro no ensino médio, em 5 escolas particulares diferentes, A, B, C, D e E, em regiões distintas, na cidade de Campinas-SP, durante o mês de março, tendo como público alvo um total de 500 alunos.

Portanto, a produção de dados será focada:

- Na educação básica; no ensino médio; nos alunos; nos temas curriculares da matemática; na cidade de Campinas; em 5 escolas diferentes.

Após a produção desses por quês, para o tratamento dos dados, pretende-se estabelecer as seguintes categorias de análise:

- . Área de matemática que esses por quês estão localizados (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria)
- . Natureza desses por quês (conceitual, convencional, etimológico, histórico)
- . Nível de habilidade exigida (memória e compreensão)
- . Nível de Escolaridade (Médio, Fundamental 2 ou Fundamental 1)

Após esse registro, pretende-se categorizar esses por quês e verificar os que eles nos revelam, quais conteúdos didáticos apresentam maior dificuldade, como, a partir, desses por quês, pensar em estratégias/recursos didáticos que permitam eliminar lacunas no/do processo de ensino aprendizagem de matemática e de que maneira colaboram para uma reflexão da prática docente. Espera-se que esta pesquisa contribua para indicar os conteúdos que apresentam uma maior dificuldade de aprendizagem e necessitam de um olhar mais atento na maneira como são

tratados nos livros didáticos, nos cursos de licenciatura, formação de professores, extensão e que esta colabore para que os professores reflitam suas estratégias de ensino e possíveis melhorias em suas práticas, bem como a linguagem matemática e recursos didáticos empregados nas aulas, diminuindo a lacuna entre uma suposta ideia de aprendizagem e uma aprendizagem realmente significativa.



OS POR QUÊS MATEMÁTICOS DOS ALUNOS: O QUE NOS REVELAM?

Rodrigo Donizete Serra, Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama, Sergio Lorenzato

rod.matematica@gmail.com

barbara@ufscar.br

slorenzato@sigmanet.com.br

Grupo de pesquisa: **GEPRAE**

Programa de Pós-graduação em Educação -UFSCAR- *Campus Sorocaba*

INTRODUÇÃO

Trata-se de uma pesquisa que está em fase inicial no Programa de Mestrado em Educação da Universidade Federal de São Carlos - campus Sorocaba e está vinculada ao Observatório da Educação em Educação Matemática. Essa pesquisa tem como objetivo geral investigar quais são os POR QUÊS apresentados pelos alunos, de ensino médio, de cinco escolas na cidade de Campinas-SP e de que maneira esses por quês sinalizam possíveis estratégias para a superação de dificuldades matemáticas.

Para Lorenzato (1993), um momento frequente e muito importante no processo de ensino-aprendizagem da Matemática em sala de aula é afloramento da curiosidade discente sob forma do Por Quê. Cabe ao professor não só conhecer a resposta correta, isto é, o Por Quê, como também saber ensiná-la. Mas o que vem a ser o POR QUÊ? POR QUÊ significa procedimento matemático ou o seu resultado e, portanto, é elemento básico para a aprendizagem significativa; sem o significado a aprendizagem se dá de maneira superficial, sem compreensão.

Para Barbosa (2011) os POR QUÊS matemáticos apresentados pelos alunos são de fundamental importância na formação do professor, pois dentro da contextualização que se apresentam e do universo rico, que é a sala de aula, a medida que dada a devida importância e atenção pelo professor constituem fonte de pesquisa, de saber, de mudança de paradigmas, de revisão de aula e da metodologia de ensino.

JUSTIFICATIVA

A importância de pesquisar os por quês apresentados pelos alunos surge de uma contradição/dificuldade percebida na prática e uma lacuna que existe entre uma situação suposta de aprendizagem e uma aprendizagem significativa. Um dos significados do verbo retratar (transitivo direto e pronominal) refere-se a rever conceitos e informalmente podemos atribuir os significados – refletir, expressar, reproduzir, mostrar – e apoiado nesses significados, destaco a importância do tema em um primeiro aspecto desses por quês refletirem, mostrarem e reverem as dimensões do conhecimento matemático e de que maneira esses por quês evidenciam problemas conceituais, dificuldade de aprendizagem e ensino e sinalizam quais estratégias de ensino poderão ser utilizadas a partir desses por quês, pelos professores que em algum momento, provavelmente, tiveram essas dúvidas, por quês (enquanto estudantes), e agora se deparam com muitas delas enquanto professores.

Procurando investigar os motivos dessa dificuldade percebida na prática, momento em que os alunos apresentam seus por quês, com vistas a diminuir a lacuna entre uma suposta aprendizagem e uma aprendizagem significativa, espero que esta pesquisa responda a seguinte questão:

O que os por quês dos alunos do ensino Médio da Educação Básica revelam

OBJETIVOS

- Compreender a relação dos por quês matemáticos dos alunos com o processo de ensino-aprendizagem;
- Identificar quais conteúdos revelam maior incidência das fragilidades conceituais de professores e alunos.

METODOLOGIA

Estratégias metodológicas:

- Octaedro dos por quês, criado para coletar questões.
- 5 Escolas de Campinas-SP. março de 2017, 500 alunos de E.M.
- Questão proposta aos alunos: oloque sob a forma de por quê uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático
- Tipo de pesquisa: Survey, explanatória e de corte-transversal.
- Após esse registro pretende-se categorizar esses por quês e verificar os que eles nos revelam, quais conteúdos didáticos apresentam maior dificuldade, como, a partir, desses por quês, pensar em estratégias/recursos didáticos que permitam eliminar lacunas no/do processo de ensino aprendizagem de matemática e de que maneira colaboram para uma reflexão da prática docente

RESULTADOS ESPERADOS:

- Após o desenvolvimento da pesquisa, elejo como expectativas as seguintes hipóteses, referente ao material da amostra coletado:
 - . Encontrar dificuldades / por quês nas/das diversas áreas da matemática.
 - . Uma forte intersecção dos por quês de Ensino Médio com do Ensino Fundamental 1 e 2.
 - . Que os por quês apresentados irão mostrar o predomínio da memorização em oposição à compreensão do conteúdo matemático.
 - . Muitos por quês/dúvidas dos alunos também são por quês dos professores.

REFERÊNCIAS

- .AUSUBEL, D.P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune & Stratton.
- . AUSUBEL, D.P. (1968). Educational psychology: a cognitive view. New York: Holt, Rinehart and Winston
- .BARBOSA, E. P. Os por quês matemáticos dos alunos na formação dos professores. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, 13.2011, Recife. Anais. Recife, 2011. P. 1-12. Disponível em: public/611-9763-1-PB.pdf
- LORENZATO, S. Os "Por quês" matemáticos dos alunos e as repostas dos professores. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n.1, p.73-77, 1993
- MOREIRA, P. C. e DAVID M. M. S. (2005). O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação, Nº 28. P. 50-61
- . MORIEL JUNIOR, J.G; WIELEWSKI, G. D. Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. Revista de Educação Pública (UFMT), v. 22, p. 975-998, 2013.
- PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Artigo publicado em 1992, em J. P. Ponte (Ed.), Educação matemática: Temas de investigação (pp.185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Bibliografia

AUSUBEL, D.P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune & Stratton.

_____ Educational Psychology: A Cognitive View. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

BARBOSA, E. P. Os por quês matemáticos dos alunos na formação dos professores. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, 13.2011, Recife. Anais. Recife, 2011. P. 1-12. Disponível em: <public/611-9763-1-PB.pdf> >

BRASIL/MEC/SEF. Parâmetros curriculares nacionais de matemática, Brasília: MEC/SEF, 1988.

DUARTE, A.W.B.D. Survey. In: OLIVEIRA, D.A.; DUARTE, A.M.C.; VIEIRA, L.M.F. DICIONÁRIO: trabalho, profissão e condição docente. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação, 2010. CDROM. Disponível em <http://www.gestrado.org/?pg=dicionario-verbetes&id=203>. Acesso em 21/03/2017.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, SP: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, Henrique et al. O método de pesquisa survey. Revista de Administração, São Paulo, v. 35, n. 3, p.105-112, jul. 2000. Trimestral. Disponível em: <http://www.unisc.br/portal/upload/com_arquivo/o_metodo_de_pesquisa_survey.pdf>. Acesso em: 20 out. 2013.

LORENZATO, S. Os “Por quês” matemáticos dos alunos e as repostas dos professores. Pro-Posições, Campinas, v, 4,n.1,p.73-77,1993

MOREIRA, P. C. e DAVID M. M. M. S. (2005). O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação, Nº 28. P. 50-61. MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; WIELEWSKI, Gladys Denise .Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. Revista de Educação Publica (UFMT), v. 22, p. 975-998, 2013.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Artigo publicado em 1992, em J. P. Ponte (Ed.), Educação matemática: Temas de investigação (pp.185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

TANCREDI, Regina Maria Simões Puccinelli. Que matemática é preciso saber para ensinar na educação infantil? Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p. 284-298, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>

ESTUDOS DA ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA INFÂNCIA

Costa, Michel - michel.costa@unimes.br
Figueiredo, Auriluci Carvalho - auriluci.figueiredo@unimes.br
Silva, Márcia Roberta S. Pires - marcia.silva@unimes.br
Universidade Metropolitana de Santos - Santos – S.P.

Núcleo temático: Ensino e Aprendizagem de matemática nos diferentes níveis e modalidades educacionais

Modalidad: Pôster (P)

Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)

Palavras-chave: Aleatoriedade. Probabilidade. Educação Estatística. Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Resumo:

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa em andamento, desenvolvida no âmbito da Educação Básica acerca do Ensino da Estatística e Probabilidade. O estudo apresentado objetiva compartilhar aspectos desvelados acerca das concepções infantis acerca do raciocínio probabilístico, realizado por meio de uma pesquisa realizada em um escola pública desse nível de ensino. Como instrumentos metodológicos foram utilizadas entrevistas semiestruturadas com alunos do Ciclo de Alfabetização, na faixa etária compreendida de 6 a 8 anos. Procuramos nessas entrevistas compreender o que sabem esses educandos, bem como suas ideias acerca das suas interpretações em situações-problema que envolviam aleatoriedade e raciocínio probabilístico e ainda, o que pensam acerca de alguns vocábulos presentes no campo semântico da Estatística e Probabilidade, tais como possível, improvável, entre outros. O fato de associarem algumas situações-problema a fatos externos ao ambiente escolar revelam a forte relevância social desses conteúdos, cabendo à escola propiciar situações fecundas de aprendizagem respeitando a faixa etária e nível dos alunos.

Palavras-chave: Raciocínio Probabilístico; Aleatoriedade; Estatística.

Introdução

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa em andamento, desenvolvida no âmbito da Educação Básica acerca do Ensino da Estatística e Probabilidade. O estudo apresentado objetiva compartilhar aspectos desvelados acerca das concepções infantis sobre o raciocínio probabilístico, realizado por meio de uma pesquisa de natureza qualitativa realizada em uma escola pública de ensino fundamental.

Metodologia

Por meio de dados coletados em seções de entrevistas semiestruturadas com alunos do Ciclo de Alfabetização, faixa etária compreendida de 6 a 8 anos, procuramos compreender o que sabem esses educandos, bem como suas ideias acerca das suas interpretações em situações-problema que envolviam aleatoriedade e raciocínio probabilístico. E também, o que pensam sobre alguns vocábulos presentes no campo semântico da Estatística e Probabilidade, tais como possível, improvável, entre outros.

Para essa análise buscamos bases na teoria Batanero (2002), mais especificamente em relação aos significados de probabilidade no contexto dos anos iniciais do ensino fundamental.

Análise dos Dados

Os alunos demonstraram total desconhecimento do termo estatística, onde todos eles afirmaram nunca terem ouvido ninguém falar em estatística no ambiente escolar. No entanto, quando perguntado sobre gráficos, a maioria (63,3%) demonstrou que já aprendeu e/ou se deparou com gráficos, tanto no contexto escolar, quanto fora dele. Supomos que os alunos mostram desconhecer a palavra estatística pelo fato dos professores não associá-la no contexto de suas salas de aulas com o Tratamento da Informação.

Em relação à palavra probabilidade, parece já fazer mais sentido no contexto dessas crianças, pois 86,7% dos pesquisados afirmam já terem ouvido falar em probabilidade, inclusive no ambiente não escolar.

Quanto às ideias pertinentes a alguns outros termos presentes no campo semântico da probabilidade, tais como eventos prováveis, possíveis, impossíveis, pouco provável, entre outros emergentes durante as entrevistas ficou evidenciado que os alunos têm bastante compreensão, pois associam à situação do próprio cotidiano.

Considerações Finais

A associação das crianças com algumas situações-problema a fatos externos ao ambiente escolar revelam a forte relevância social desses conteúdos, cabendo à escola propiciar situações fecundas de aprendizagem respeitando a faixa etária e nível dos alunos.

Referências

- BATANERO, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. Em: Penalva, C. Torregrosa, G. y Valls, J. (Eds.), **Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales**. Alicante (ES): Universidad de Alicante, pp. 95-120.
- BORBA, R. e GUIMARÃES, G. (2016). Pesquisas e Atividades para o Aprendizado Matemático na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Educação Matemática em Revista. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, número 48, São Paulo.
- COSTA, M., PRADO, M.E.B.B e SILVA, A.F.G. (2016). **Ensino de Estatística na formação do Professor dos Anos Iniciais** in Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana. Universidade de Pernambuco, Recife.
- FERNANDES, J. A., BATANERO, C., CONTRERAS, J. M. e DÍAZ, C. A. (2009). **A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações**. Quadrante, XVIII (1 y 2), pp. 161-183.
- PIETROPAOLO, R. C., CAMPOS, T. M. M. e SILVA, A.F.G. (2015). Research about the knowledge required from teachers to teach Probability notions in final years of elementary school. **Memorias Congreso Internacional Didactica de la Matemática: Una mirada epistemológica y empírica**. Universidad de La Sabana, Facultad de Educación, Santa Marta (Colombia).

SILVA, C. B. (2007). **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática.** Tese de Doutorado da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), São Paulo.



Estudos da Estatística e Probabilidade na Infância

Costa, Michel - michel.costa@unimes.br
Figueiredo, Auriluci Carvalho - auriluci.figueiredo@unimes.br
Silva, Márcia Roberta S. Pires - marcia.silva@unimes.br
Universidade Metropolitana de Santos - Santos – S.P.

Introdução

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa em andamento, desenvolvida no âmbito da Educação Básica acerca do Ensino da Estatística e Probabilidade. O estudo apresentado objetiva compartilhar aspectos desvelados acerca das concepções infantis sobre o raciocínio probabilístico, realizado por meio de uma pesquisa de natureza qualitativa realizada em uma escola pública de ensino fundamental.

Palavras-chave: Raciocínio Probabilístico; Aleatoriedade; Estatística.

Metodologia

Por meio de dados coletados em seções de entrevistas semiestruturadas com alunos do Ciclo de Alfabetização, faixa etária compreendida de 6 a 8 anos, procuramos compreender o que sabem esses educandos, bem como suas ideias acerca das suas interpretações em situações-problema que envolviam aleatoriedade e raciocínio probabilístico. E também, o que pensam sobre alguns vocábulos presentes no campo semântico da Estatística e Probabilidade, tais como possível, improvável, entre outros.

Para essa análise buscamos bases na teoria Batanero (2002), mais especificamente em relação aos significados de probabilidade no contexto dos anos iniciais do ensino fundamental.

Análise dos Dados

Os alunos demonstraram total desconhecimento do termo estatística, onde todos eles afirmaram nunca terem ouvido ninguém falar em estatística no ambiente escolar. No entanto, quando perguntado sobre gráficos, a maioria (63,3%) demonstrou que já aprendeu e/ou se deparou com gráficos, tanto no contexto escolar, quanto fora dele. Supomos que os alunos mostram desconhecer a palavra estatística pelo fato dos professores não associá-la no contexto de suas salas de aulas com o Tratamento da Informação.

Em relação à palavra probabilidade, parece já fazer mais sentido no contexto dessas crianças, pois 86,7% dos pesquisados afirmam já terem ouvido falar em probabilidade, inclusive no ambiente não escolar.

Quanto às ideias pertinentes a alguns outros termos presentes no campo semântico da probabilidade, tais como eventos prováveis, possíveis, impossíveis, pouco provável, entre outros emergentes durante as entrevistas ficou evidenciado que os alunos têm bastante compreensão, pois associam à situação do próprio cotidiano.

Considerações Finais

A associação das crianças com algumas situações-problema a fatos externos ao ambiente escolar revelam a forte relevância social desses conteúdos, cabendo à escola propiciar situações fecundas de aprendizagem respeitando a faixa etária e nível dos alunos.

Referências

- BATANERO, C. Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. Em: Penalva, C. Torregrosa, G. y Valls, J. (Eds.), Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales. Alicante (ES): Universidad de Alicante, 2002, pp. 95-120.
- COSTA, M., PRADO, M.E.B.B e SILVA, A.F.G. Ensino de Estatística na formação do Professor dos Anos Iniciais in Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana. Universidade de Pernambuco, Recife, 2016.
- FERNANDES, J. A., BATANERO, C., CONTRERAS, J. M. e DÍAZ, C. A. A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações. Quadrante, XVIII (1 y 2), 2009, 161-183.
- PIETROPAOLO, R. C., CAMPOS, T. M. M. e SILVA, A.F.G. Research about the knowledge required from teachers to teach Probability notions in final years of elementary school. Memorias Congreso Internacional Didáctica de la Matemática: Una mirada epistemológica y empírica. Universidad de La Sabana, Facultad de Educación, Santa Marta (Colombia), 2015.

ARITMÉTICA MODULAR NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM ESTUDO DE CASO

Di Pinto, Marco Antônio – marco.antonio@unimes.br
Oliveira, Elizabeth Magalhães - elizabeth.oliveira@unimes.br
Costa, Michel da - michel.costa@unimes.br
Universidade Metropolitana de Santos - Santos – S.P.

Núcleo temático: Ensino e Aprendizagem de matemática nos diferentes níveis e modalidades educacionais

Modalidad: Pôster (P)

Nível educativo: Médio ou Secundário (12 a 15 anos)

Palavras-chave: Aritmética modular, congruência, Educação Básica, OBMEP.

Resumo

Trata-se de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de uma formação proporcionada pelo Programa da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, onde por meio de relatos e entrevistas de um professor, pudemos identificar as fragilidades do ensino de alguns conteúdos matemáticos e percebermos a potencialidade de um grupo colaborativo na construção de novos saberes. O professor pesquisado utilizou um grupo heterogêneo de alunos de diferentes níveis escolares com a potencialidade de desenvolver nestes educandos as ideias acerca da Aritmética Modular desde os Anos Finais do Ensino Fundamental. À luz das ideias de Gérard Vergnaud(1987, 2001) acerca da Teoria dos Campos Conceituais, onde buscou-se uma boa sequência didática, considerando um contexto diversificado e que não estivesse restrito à matemática escolar, para ampliar o campo conceitual dos alunos participantes, proporcionando aos mesmos o desenvolvimento de habilidades que os permitam criar conjecturas para que se sintam confortáveis em suas argumentações.

Introdução

Este artigo trata-se de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de uma formação proporcionada pelo Programa da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, onde por meio de relatos e entrevistas de um professor, pudemos identificar as fragilidades do ensino de alguns conteúdos matemáticos e percebermos a potencialidade de um grupo colaborativo na construção de novos saberes.

Palavras chave: Aritmética modular, congruência, Educação Básica, OBMEP.

Metodologia e Instrumentos

Estudo de caso realizado por meio de uma pesquisa exploratória e interpretativa, utilizando como instrumentos os relatos do docente participante do programa da OBMEP, complementados por entrevistas semiestruturadas para complementar alguns dados necessários.

Pesquisa e Fundamentos Teóricos

O professor pesquisado utilizou um grupo heterogêneo de alunos de diferentes níveis escolares com a potencialidade de desenvolver nesses educandos as ideias acerca da Aritmética modular desde os anos finais do Ensino Fundamental. À luz das ideias de Gérard Vergnaud (1990, 1996) envolto das teorias dos Campos Conceituais, onde buscou-se uma sequência didática que atendesse ao objetivo a ser alcançado.

Considerações Finais

Considerando um contexto diversificado e que não estivesse restrito à matemática escolar, para ampliar o campo conceitual dos alunos participantes, proporcionando aos mesmos o desenvolvimento de habilidades que os permitam criar conjecturas para que se sintam confortáveis em suas argumentações.

Referências:

- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches em Didactique des Mathematiques, 10 (23). Pp 133-170.
- VERGNAUD, G. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. Revista do GEMPA. Porto Alegre. 04, pp.9-19.



VIII CIBEM

Madrid 2017

CONGRESO
IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

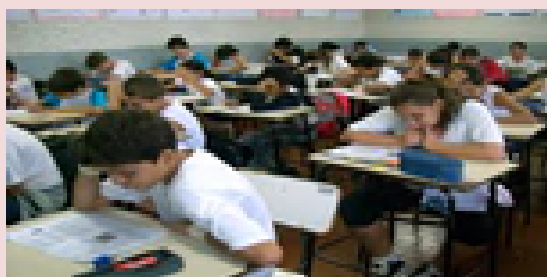
Aritmética Modular na Educação Básica: um estudo de caso

DI PINTO, Marco Antônio - marco.antonio@unimes.br

OLIVEIRA, Elizabeth Magalhães - elizabeth.oliveira@unimes.br

COSTA, Michel – michel.costa@unimes.br

Universidade Metropolitana de Santos – Santos - SP



Fonte da Imagem: Portal do Ministério da Educação

RESUMO:

Trata-se de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de uma formação proporcionada pelo Programa da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, onde por meio de relatos e entrevistas de um professor, pudemos identificar as fragilidades do ensino de alguns conteúdos matemáticos e percebermos a potencialidade de um grupo colaborativo na construção de novos saberes.

Palavras-Chave: Aritmética modular, congruência, Educação Básica, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

Metodologia e Instrumentos

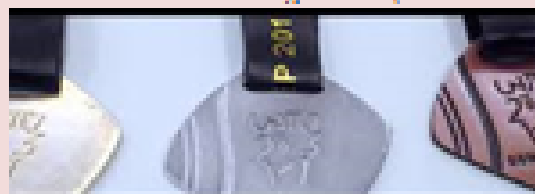
Estudo de Caso realizado por meio de uma pesquisa qualitativa de natureza exploratória e interpretativa, utilizando como instrumentos os relatos do docente participante do Programa OBMEP, complementados por entrevistas semiestruturadas para complementar alguns dados necessários.

Pesquisa e Fundamentos Teóricos

O professor pesquisado utilizou um grupo heterogêneo de alunos de diferentes níveis escolares com a potencialidade de desenvolver nesses educandos as ideias acerca da Aritmética Modular desde os Anos Finais do Ensino Fundamental. À luz das ideias de Gérard Vergnaud (1990, 1996) acerca da Teoria dos Campos Conceituais, onde buscou-se uma sequência didática que atendessem ao objetivo a ser alcançado.

Considerações Finais

Considerando um contexto diversificado e que não estivesse restrito à matemática escolar, para ampliar o campo conceitual dos alunos participantes, proporcionando aos mesmos o desenvolvimento de habilidades que os permitam criar conjecturas para que se sintam confortáveis em suas argumentações.



Fonte da Imagem: Portal do Ministério da Educação

Referências

- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23): 133-170.
- Vergnaud, G. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA, Porto Alegre*, Nº 4: 9-19.

LA INDETERMINADA $\infty-\infty$ EN ESPEJOS PARALELOS

Juan Antonio Prieto Sánchez - Catalina Fernández Escalona - Antonio Ángel Guerrero Bey -
Francisco Manuel Moreno Pino

juanantonio.prieto@uca.es - cfernandez@uma.es - antonio.bey@uca.es -
franciscomanuel.moreno@uca.es

Universidad de Cádiz (UCA), Universidad de Málaga (UMA), España

Núcleo temático: Investigación

Modalidad: P

Nivel educativo: Nivel Medio o Secundario (12 a 15 años)

Palabras clave: Indeterminada, Infinito, Espejos, Entrevistas

Resumen

Entre Bolzano y Cantor, hay diferencias esenciales en tanto a las teorías de conjuntos que exponen para llegar a definir el concepto del infinito. Es esto último lo que fijamos la atención. Mientras que la comparación y correspondencia que hace Cantor (uno –a-uno) es de exclusión (compara el conjunto de números naturales que es infinito numerable con otros conjuntos), la relación en Bolzano es de inclusión enfatizando la relación parte-todo, estableciendo una comparación dentro del propio conjunto.

Para ello hemos realizado un modelo físico experimental como tarea para examinar el razonamiento en la cardinalidad de conjuntos infinitos. El fenómeno físico elegido es la reflexión de imágenes infinitas que producen un número finito de objetos situados en espejos paralelos dispuestos en una plataforma para poder indagar en ellos el cardinal infinito mediante la misma posición de Bolzano; donde el foco de estudio era la comparación dentro del mismo conjunto y mediante una relación de inclusión.

Se ha corroborado con esa experiencia física en un grupo de estudiantes de secundaria, lo que Waldegg (2005 citado en Fuenlabrada, 2008) argumentan sobre el criterio de Bolzano: que es más “intuitivo” porque es más cercano a experiencias concretas (finitas) y además “menos paradójico”.

El objeto de nuestro estudio, es introducir el método de comparación con la relación de inclusión, con la ayuda de la experiencia física, como iniciación al aprendizaje del infinito.

Introducción

En un estudio epistemológico que realizamos (Prieto, 2015) centramos nuestra atención en la noción del infinito actual en el periodo crítico de la fundamentación de las matemáticas que se origina con los trabajos de Bolzano, precursor de la actualización del infinito, y a partir de éste, los trabajos de Cantor y posteriormente los de Russell.

Entre Bolzano y Cantor, hay diferencias esenciales en tanto a las teorías de conjuntos que exponen para llegar a definir el concepto del infinito. Es esto último lo que fijamos la atención. Mientras que la comparación y correspondencia que hace Cantor (uno –a-uno) es de exclusión (compara el conjunto de números naturales que es infinito numerable con otros conjuntos), la relación en Bolzano es de inclusión enfatizando la relación parte-todo, estableciendo una comparación dentro del propio conjunto.

Se realizaron entrevistas semiestructuradas con alumnos de Educación Secundaria con los dos métodos. Pero fue con el criterio de Bolzano, utilizando para ello una experiencia física, donde muchos alumnos les surgieron la duda de la indeterminada $\infty-\infty$ sin que ésta la tuviéramos en cuenta al comienzo del estudio.

Propósito inicial del estudio

Se pretendían alcanzar los siguientes objetivos de los enunciados:

- O1.** Delimitar el conocimiento del infinito actual dentro del marco general de las matemáticas.
- O2.** Delimitar el infinito actual dentro de todos los posibles contextos: comparación de conjuntos.
- O3.** Delimitar el infinito actual en la transmisión escolar.

Junto a éstos también se pretenden conseguir el objetivo complementario siguiente:

- C1.** Introducir el método de comparación con la relación de inclusión, con la ayuda de la experiencia física, como iniciación al aprendizaje del infinito.
- C2.** Comprobar la utilidad del análisis didáctico para fundamentar y contextualizar investigaciones en Educación Matemática

Para alcanzar los objetivos anteriores se ha de comprobar la bondad de la hipótesis H3:

- H1.** Es posible tomar un modelo físico experimental como tarea para examinar el razonamiento en la cardinalidad de conjuntos infinitos.

Marco Teórico: El infinito actual con la comparación de conjuntos en Bolzano

La forma de abordar el concepto de infinito en Bolzano, tal como lo hace también Cantor, es con la noción de conjunto. Diferencia los siguientes términos de *agregado*, *conjunto* y *multitud*, antes de definir conjuntos finitos. A partir de éstos, definirá el conjunto infinito para que, posteriormente, ver la posibilidad de recapacitar al infinito actual como calificativo y no como sustantivo de algunas colecciones.

Utiliza el método inductivo para la construcción de conjuntos infinitos. Establece una comparación biunívoca entre tal conjunto infinito y el conjunto de números enteros y de ahí demuestra que el conjunto así construido es infinito

Bolzano concluye que el conjunto de los números enteros es infinito y por tanto la existencia de éstos:

Considero suficiente la exposición y defensa que aquí se ha hecho de que existen los conjuntos infinitos; por lo menos los de objetos que no tienen realidad; en particular, el conjunto de todas las verdaderas absolutas es infinito. (...) podemos aceptar que el conjunto de *todos los números* (de los llamados naturales o enteros (...)) es también infinito. (Bolzano, 1851/1991, p.57)

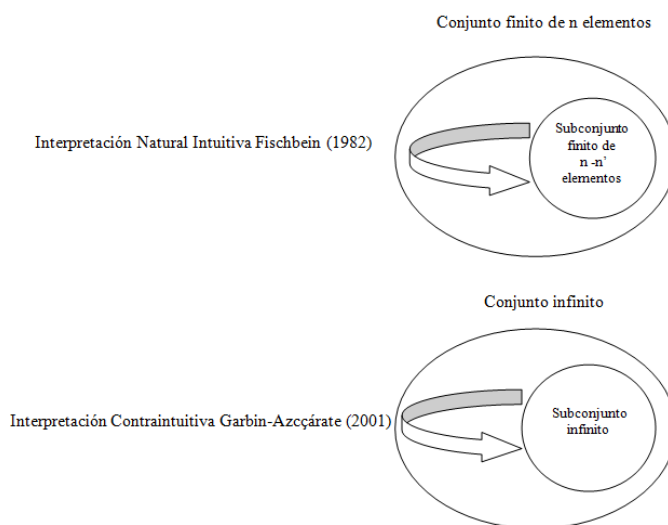


Figura1. Esquema comparación de conjuntos mediante el método de inclusión de Bolzano

Tareas

Realizamos entrevistas semiestructuradas y por ello fue necesario especificar en el diseño previo tanto el contenido como los procedimientos (Cohen, 1990 citado en Fernández, 2001). Por tanto exponemos a continuación el objetivo pretendido, el desarrollo de la entrevista, así como los aspectos a observar en el conjunto de la prueba.

Realizamos tareas asociadas tanto al cardinal finito como el infinito. Obviamente es en la segunda donde apareció la idea de la indeterminada en los alumnos entrevistados, tema objeto del presente trabajo.

Con los dos espejos ya enfrentados y paralelos, se le coloca un número determinado de bolas que se le pedirá que las cuente, éstas y las reflejadas en los dos espejos.

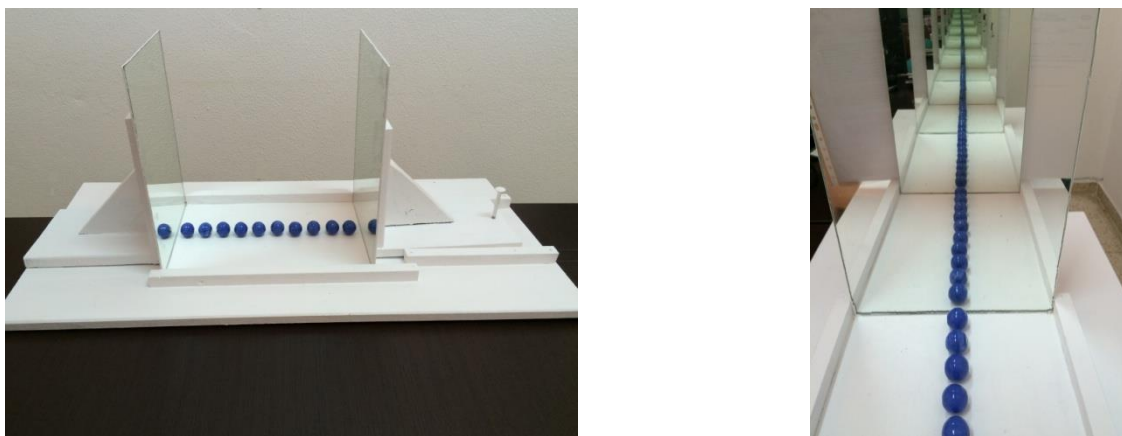


Figura 2. Cardinal Infinito

Se le pedirá que quite una bola y que las vuelva a contar. Finalmente se le hace la pregunta si tienen la misma cantidad de bolas antes y después de quitar esa bola.

Desarrollo de la entrevista

Para el caso de Ma.14,09(*Pp*):

Ma.14,09(*Pp*): “**A:** Porque al quitar una pelotita, quito infinitas pelotitas. **E:** ¿Quito infinitas pelotitas? **A:** Sí. **E:** ¿Por qué? **A:** Porque al quitar una pelotita sigue habiendo infinitas pero hay una menos **E:** ¿Las puedes contar? **A:** No las puedo contar, pero...sigue habiendo infinitas. **E:** Entonces, ¿hay más, menos ó son iguales? **A:** Son iguales.”

Para él, el haber quitado una bola significa que sustrae no una cantidad finita, sino una cantidad infinita ya que no sólo tiene en cuenta la bola sustraída sino todas las que se refleja esta misma en los espejos paralelos que serían infinitas. Frente a esa indeterminación de las infinitas bolas reflejadas por el conjunto de bolas reales menos las infinitas bolas reflejadas causada por la bola sustraída, la respuesta de ello es que son iguales.



Para la alumna Fa.15,03(Pp) da una respuesta correcta pero con condicionante:

Fa.15,03(Pp):”A: Antes había más. E: ¿Por qué? A: Porque estaba más pegado y se veía más cantidad. E: ¿Más cantidad? Si yo acerco un poco esto... (*Acerca el espejo móvil*)A: Ahora, está igual que antes. E: ¿Hay más cantidad antes, ahora ó son iguales? A: Así son iguales. E: Son iguales, ¿aún quitando uno? A: Sí, si quitamos uno hay menos. E: Entonces dime, ¿son iguales ó antes había más? A: Ahora está igual, antes al quitarle uno, estaba diferente y ahora lo que se ve en el reflejo está igual.”

Su razonamiento se basa en el hueco que crea tras la sustracción de la bola así como los huecos reflejados en los espejos. De esa forma afirma que no son las mismas cantidades. En cambio especifica que si se mueve el espejo para que no haya huecos, las cantidades son las mismas.



Conclusión

Dos fueron los propósitos del estudio, por un lado introducir el método de investigación de comparación con la relación de inclusión de Bolzano con la ayuda de una experiencia física y por otro lado, dar significado a los comportamientos generales encontrados, así como a los procedimientos, destrezas y estrategias en tanto reconocer las cardinalidades de esos conjuntos y finalmente la aceptación o no del infinito actual. No sólo pudimos categorizar a los alumnos entrevistados en diferentes estadios (finitistas elemental y complejo, in-finitistas, potencialistas y actualistas) sino que además hubo un grupo de alumnos recurriendo en su explicación a la idea de la indeterminada $\infty-\infty$ y que. Posteriormente, se declinaban a la aceptación o no del infinito actual.

Referencias bibliográficas

Bolzano, B. (1851). *Paradoxien Des Unendlichen*, Leipzig (publicación póstuma). Las paradojas del infinito (trad. L.F. Segura), 1991, México: Mathema.

Cantor, G. (1883). *Fundamentos de una teoría general de las multiplicidades: una investigación matemática filosófica en la teoría del infinito* (J. Bares y J. Climent, trad.). (1895). Recuperado de internet <http://www.uv.es/jkliment/Documentos/Cantor83.pc.pdf>.

Fishbein, E. (1982). Intuition and proof. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 9-19.

Fuenlabrada I., & Armella L. (2008). Homenaje a una trayectoria: Guillermina Waldegg. Departamento de investigaciones educativas. México.

Garbin, S., & Azcárate, C. (2001). El concepto de infinito actual. Una investigación acerca de las incoherencias que se evidencian en alumnos de bachillerato. *SUMA*, 38, 53-67.

Prieto, J.A. (2015). *Estudio del infinito actual como identidad cardinal en estudiantes de educación secundaria de 13 a 16 años*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Málaga. España.

Waldegg, G. (1996). Identificación de obstáculos didácticos en el estudio del infinito actual. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. 1(1)

SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON MATHEMATICA

Rubén Darío Santiago Acosta – Ma de Lourdes Quezada Batalla
ruben.dario@itesm.mx – lquezada@itesm.mx
Tecnológico de Monterrey, Campus Estado de México, México

Núcleo temático: V, Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: 5, Formación y actualización docente (formación universitaria)

Palabras clave: Ecuaciones Diferenciales, OpenEdX, Aprendizaje adaptativo

Resumen

En este póster se presenta una propuesta educativa para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales utilizando el paquete Mathematica. Se consideran ejemplos de sistemas mecánicos como péndulo simple y doble, movimiento de planetas, sistemas de masas y resortes, movimiento en la presencia de potenciales diversos, entre otros. Las ecuaciones de movimiento se obtienen a partir del hamiltoniano de cada sistema mecánico, y de las ecuaciones de Hamilton. Posteriormente se utiliza el método de Runge-Kutta RK4 para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales obtenido. Finalmente, se construyen interfaces gráficas interactivas para cada sistema propuesto, con ellas se analizan los fenómenos físicos estudiados. Como resultado, alumnos de ingeniería que usan y construyen interfaces gráficas han obtenido mejora en su comprensión de sistemas de ecuaciones diferenciales y su uso en mecánica clásica. Además, cambian sus ideas previas sobre el alcance de la física clásica y de las ecuaciones diferenciales, obtienen mayor confianza en sus conocimientos y pueden resolver problemas dinámicos mediante el uso de técnicas numéricas simples.

Introducción

El uso la modelación matemática en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales permite que los estudiantes desarrollen competencias de análisis, solución de problemas y uso de tecnología (Abudiab, 2001; Rodríguez, 2010; Rodríguez & Rivera, 2016). Santiago (2002) y Santiago & Quezada (2014) han propuesto utilizar tecnología móvil para construir laboratorios interactivos matemáticos que permitan el análisis de diferentes fenómenos físicos. Su propuesta radica en construir simuladores y que los estudiantes respondan preguntas sobre lo que observan y, a su vez, construyan sistemas o widgets similares.

En un curso de ecuaciones diferenciales, es común que se estudien sistemas mecánicos o físicos, como sistemas de dos masas interactuando mediante resortes, modelos de evolución dinámica de epidemias, o análisis de circuitos. Casi todos estos ejemplos se modelan mediante sistemas de

ecuaciones diferenciales lineales, lo que permite, en la mayoría de los casos, determinar soluciones analíticas. Sin embargo, el estudio de sistemas más complejos requiere el establecer una técnica que permita analizar diferentes posibilidades. Por ejemplo, un péndulo doble para oscilaciones no pequeñas se estudia con un sistema de dos ecuaciones diferenciales de segundo orden no lineal, o su equivalente, un sistema de cuatro ecuaciones de primer orden no lineales. En este trabajo se muestra un esquema simple para incorporar el estudio y análisis de sistemas mecánicos mediante el uso de un código RK4 simple para sistemas de ecuaciones diferenciales. El código fue escrito en el lenguaje Mathematica, lo que permite construir widgets genéricos de exploración computacional.

Sistemas de Ecuaciones en Mathematica

Para ilustrar la propuesta considere el sistema de dos masas m_1 y m_2 interactuando que se muestra en la figura 1. Las masas están ubicadas en x_1 , x_2 , sus velocidades están dadas por v_1 y v_2 . Lo que implica que sus cantidades de movimiento son $p_1 = m_1 v_1$ y $p_2 = m_2 v_2$.

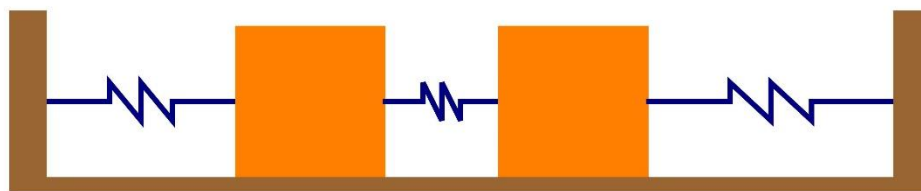


Figura 1. Sistema de dos masas interactuantes

Si los resortes tienen constantes k_1 , k_2 y k_3 entonces el hamiltoniano del sistema (energía) es

$$H = \frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} + \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2}k_3x_2^2$$

Las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento se determina mediante las ecuaciones de Hamilton (Goldstein, 1987), estas son:

$$\dot{x}_1 = \frac{\partial H}{\partial P_1}; \quad \dot{x}_2 = \frac{\partial H}{\partial P_2}; \quad \dot{P}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x_1}; \quad \dot{P}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_2}$$

La solución de estas ecuaciones se hace mediante el método de Runge Kutta RK4. La implementación en Mathematica requiere los programas rk4 y Hamilton (Espinosa et al, 2010). El primero resuelve numéricamente un sistema de ecuaciones diferenciales, ver tabla 1.

El segundo establece las ecuaciones de Hamilton y las resuelve numéricamente. Posteriormente, se construye un widget mediante el comando Manipulate del paquete Mathematica, en la figura 2 se muestra una imagen del widget. Allí se observa que el sistema se mueve de acuerdo a la solución de las ecuaciones diferenciales y es posible cambiar masas y constantes de resortes.

Tabla 1. El código para el método Runge Kutta y las ecuaciones de Hamilton

```

rk4s[func_,vars_,ci_,{n_,h_}]:=
Module[{m,vals,funciones,datos,regla,k,i,k1,k2,k3,k4},
  m=Length[vars];
  vals=ci;
  funciones=Prepend[func,1];
  datos=Table[
    regla=Table[vars[[k]]->vals[[k]},{k,1,m}];
    k1=h*funciones /.regla;
    regla=Table[vars[[k]]->vals[[k]]+k1[[k]]/2,{k,1,m}];
    k2=h*funciones/.regla;
    regla=Table[vars[[k]]->vals[[k]]+k2[[k]]/2,{k,1,m}];
    k3=h*funciones/.regla;
    regla=Table[vars[[k]]->vals[[k]]+k3[[k]},{k,1,m}];
    k4=h*funciones/.regla;
    vals=vals+(k1+2k2+2k3+k4)/6,{i,1,n}];
  datos=Prepend[datos,ci]]

hamiltonsol[ham_,{q_,p_},{q0_,p0_},{n_,h_}]:=Module[{qp,qa,pa,m,ec1,ec2},
  m=Length[q];
  ec1=Table[D[ham,p[[i]]],{i,1,m}];
  ec2=Table[-D[ham,q[[i]]],{i,1,m}];
  rk4s[Flatten[{ec1,ec2}],Flatten[{t,q,p}],Flatten[{0,q0,p0}],{n,h}]]

```

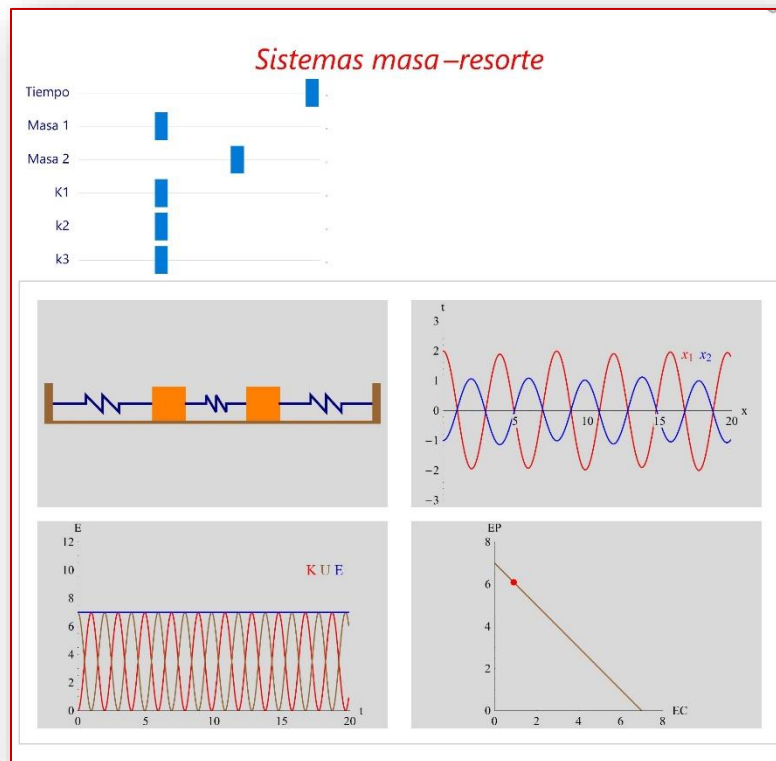


Figura 2. Widget para sistema de dos masas interactuantes

Propuesta en el aula

La actividad de construcción de widgets que modelan sistemas mecánicos se implementó en un curso de ecuaciones diferenciales donde los estudiantes recibieron como reto implementar algunos sistemas físicos como, por ejemplo: movimiento en la superficie de un cono, péndulo doble y triple o movimiento en un sistema solar binario. Participaron 28 estudiantes en el ciclo agosto-diciembre de 2016. Los resultados de los widgets se muestran en anexo A. La secuencia didáctica seguida fue:

- 1) Práctica de laboratorio sobre los métodos de Euler, Euler Modificado y Runge Kutta utilizando Mathematica.
- 2) Construcción de Widgets en Mathematica
- 3) Las ecuaciones de Hamilton de la mecánica y su solución
- 4) Sistema de dos masas interactuantes
- 5) Proyecto a desarrollar.
- 6) Presentación de proyectos

El trabajo se desarrolló en cuatro sesiones de hora y media. Al final los estudiantes evaluaron la actividad mediante una encuesta sobre tecnología. Los resultados de la encuesta indican mayor aprecio por el uso de Mathematica y de interfaces gráficas.

Conclusiones

La incorporación de herramientas tecnológicas en cursos de matemáticas permite a los estudiantes explorar conceptos y deducir conclusiones. Sin embargo, es necesario que los estudiantes profundicen sobre los conceptos mediante la creación de sus propias herramientas tecnológicas. En la propuesta de creación de interfaces o widgets interactivos sobre sistemas de ecuaciones diferenciales, los estudiantes logran comprender el potencial de las ecuaciones diferenciales y el papel que tienen en la mecánica actual. Los estudiantes cambian sus ideas previas sobre el alcance de la física clásica y de las ecuaciones diferenciales, obtienen mayor confianza en sus conocimientos y les permite resolver problemas dinámicos mediante el uso de técnicas numéricas simples.

Anexo A. Póster



SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON MATHEMATICA

Ma. de Lourdes Quezada Batalla, Rubén Darío Santiago Acosta.
Tecnológico de Monterrey, Campus Estado de México, México.
lquezaada@itesm.mx; ruben.dario@itesm.mx



Resumen

En este póster se presenta una propuesta educativa para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales utilizando el paquete Mathematica. Se consideran ejemplos de sistemas mecánicos. Se utiliza el paquete para construir el hamiltoniano de cada sistema y sus correspondientes ecuaciones diferenciales de Hamilton. Posteriormente, se usa el método de Runge Kutta RK4 para resolver numéricamente éstas últimas. Finalmente, se construyen interfaces gráficas interactivas para cada sistema propuesto, con ellas se analizan los fenómenos físicos estudiados. Como resultado, alumnos de ingeniería que usan y construyen interfaces gráficas han obtenido mejora en su comprensión de sistemas de ecuaciones diferenciales y su uso en mecánica.

```

rk4[func_vars_<math>n_h</math>][n_h_]:=
Module[{m,vals,funciones,datos,regla,k1,k2,k3,k4},
m=Length[vars];
vals=ci;
funciones=Prepend[func_1];
datos=Table[
regla=Table[vars[[k]]^vals[[k]],{k,1,m}];
k1=h*funciones/.regla;
regla=Table[vars[[k]]^vals[[k]]+k1[[k]]/2,{k,1,m}];
k2=h*funciones/.regla;
regla=Table[vars[[k]]^vals[[k]]+k2[[k]]/2,{k,1,m}];
k3=h*funciones/.regla;
regla=Table[vars[[k]]^vals[[k]]+k3[[k]],{k,1,m}];
k4=h*funciones/.regla;
vals=vals+{k1+2k2+2k3+k4}/6,{1,1,m}];
datos=Prepend[datos,d] ]

hamiltonian[ham_<math>q_p_1</math>][q0_p0_1][n_h_]:=
Module[{qp,qa,pa,pe1,ec2},
m=Length[q];
ec1=Table[D[ham,p][[[1]],{1,1,m}];
ec2=Table[D[ham,q][[[1]],{1,1,m}];
rk4[Flatten[{ec1,ec2}],Flatten[{t,q,p}],
Flatten[{0,q0,p0}],n,h] ]
    
```

Conclusiones

- ✓ El uso de interfaces gráficas interactivas permite analizar y comprender mejor los conceptos básicos relacionados con sistemas de ecuaciones diferenciales.
- ✓ Los estudiantes cambian sus ideas previas sobre el alcance de la física clásica y de las ecuaciones diferenciales, obtienen mayor confianza en sus conocimientos y les permite resolver problemas dinámicos mediante el uso de técnicas numéricas simples.

Referencias

- Abudab, M. (2001). The impact of technology on teaching an ordinary differential equations course. *Journal of Computing Sciences in Colleges*, 16(3), 7-18.
- Santiago, R. & Quezada, L. (2014). Laboratorio de Matemáticas. Recuperado de <http://laboratoriomatematicas.itesm.mx>.
- Goldstein, H. (1987). *Mecánica clásica*. Reverté.

Referencias

- Abudiab, M. (2001). The impact of technology on teaching an ordinary differential equations course. *Journal of Computing Sciences in Colleges*, 16(3), 7-18.
- Espinosa, E., Canals, I., Muñoz, I., Pérez, R., Prado, C., Santiago, R., & Ulín, C. (2010). *Ecuaciones diferenciales ordinarias introducción*
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13 (4-1), 191-210.
- Rodríguez, R. & Rivera, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19(1), 99-124.
- Santiago, R. (2002). Ecuaciones diferenciales bajo resolución de problemas con apoyo de Learning-Space y Mathematica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(2), 893-898.
- Santiago, R. & Quezada, L. (2014). *Laboratorio de Matemáticas*. <http://laboratoriomatematicas.weebly.com> Consultado 10/Mayo/2017
- Goldstein, H. (1987). *Mecánica clásica*. Reverté.

REDES DE EXPECTATIVAS LÓGICO MATEMÁTICAS, UNA HERRAMIENTA PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO

Marcos Bautista López Aznar
pensamosdistintorazonamosigual@gmail.com
Universidad de Huelva. España

Núcleo temático: V Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Modalidad: P

Nivel educativo: terciario o bachillerato (16 a 18 años).

Palabras clave: inteligencia lógica, competencia matemática, didáctica de la matemática, pensamiento crítico.

Resumen

Los diagramas de Venn, tal vez la herramienta gráfica más empleada en el aula para adiestrar en la inferencia lógico matemática, pueden resultar excesivamente abstractos y solo permiten resolver ejercicios con un máximo de tres variables dicotómicas. Se presentan como alternativa circuitos lógico bayesianos que integran razonamiento argumentativo y matemático en un modelo de mallas asociativas. Estos circuitos, o redes de expectativas Marlo, tienen flexibilidad para expresar visualmente y de forma intuitiva problemas con un número ilimitado de variables. Usados en el aula poseen la virtud de combinar en la inferencia códigos lingüísticos, numéricos y de colores que facilitan el razonamiento a la mayoría de los alumnos. Este trabajo pretende compartir con la comunidad docente una herramienta útil y eficaz en la didáctica de las bases lógicas que subyacen a la inferencia matemática y que es producto de años de investigación teórica y práctica con el apoyo del departamento de matemáticas de mi centro en grupos de trabajo. Se trata de difundir un método que resuelve silogismos, lógica de proposiciones, de predicados y distintos problemas matemáticos desde una perspectiva en la que inferir es captar las relaciones lógico-matemáticas que mantienen entre sí los nodos de conjuntos concebidos en redes bayesianas.

Redes que diferencian ser de estar

Un sistema cognitivo codifica la experiencia generando teorías que le permiten predecir y anticipar, con más o menos éxito, la presencia o ausencia de una parte de los objetos que componen su mundo a partir de la presencia o ausencia de otros. Para ello, los sistemas tejen redes de expectativas formadas por nodos lógicos agrupados en conjuntos. Los nodos sirven como antecedentes de los esquemas de acción y pueden ser activados por diversos tipos de estímulos. Además, las redes son permanentemente recodificadas mediante procesos de síntesis y análisis. La síntesis permite convertir en unidad una pluralidad de objetos gracias a la captación de sus semejanzas. El análisis permite la operación inversa atendiendo a sus diferencias. Así pues,

el conjunto es la estructura elemental de los sistemas y sirve como base de la inferencia. “Un conjunto se compone de nodos OR, nodos objeto y nodos AND”. López, M. (2016)

Un nodo OR sintetiza cualitativamente a todos los elementos del conjunto, siendo activado por cualquiera de ellos. Por ejemplo: Si divisas algún animal me avisas.

Por su parte, un nodo objeto designa una combinación única y distinta de cualidades que le permiten diferenciarse del resto y constituirse como unidad. Ejemplo: si ves a mi perro me avisas. Sin identidad el conocimiento sería imposible y nos enfrentaríamos a un incontrolable caos de estímulos. Cuando las diferencias entre objetos no son relevantes, el conjunto puede convertirse en el objeto en cuestión. En este artículo nos referiremos a objetos y conjuntos como moldes teóricos convencionales que usamos para construir nuestras representaciones del medio. Si cambiamos la escala, cambia el objeto.

Los nodos AND designan síntesis cuantitativas del conjunto que pueden ser teóricas o numéricas. Un ejemplo teórico sería: En Madrid hay toda clase de tiendas. Un ejemplo numérico: En Madrid viven todos mis hermanos. Que haya de todo no supone que esté todo, pero si está todo, entonces sí hay de todo lo que podía haber en teoría.

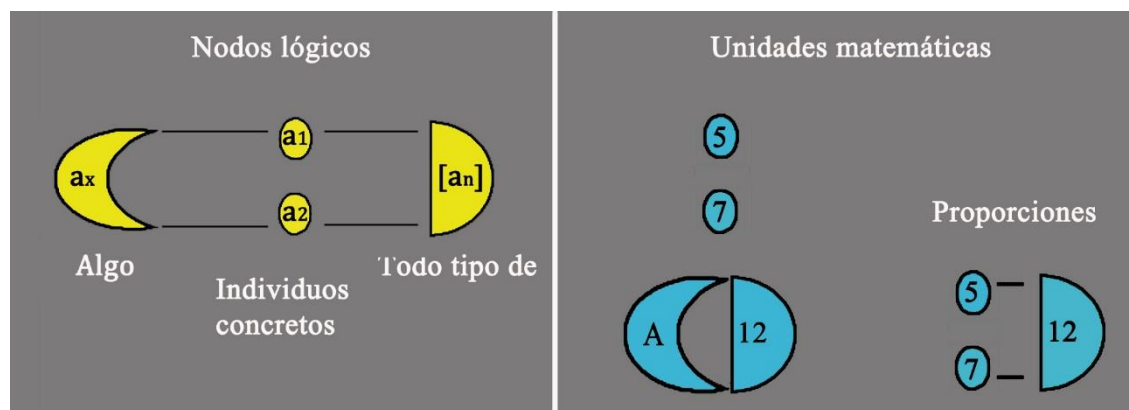


Fig. 1. El conjunto como unidad lógica elemental de los sistemas cognitivos

Una vez que comprendemos cómo se forman los conjuntos podemos observar en la figura número dos cómo se transmiten las certezas en todas las direcciones de un sistema teórico. Observemos que la propagación depende del nodo en el que se inicie la inferencia. Las inferencias son resultado de la mezcla de los tres colores tierra básicos, los cuales representan la certeza de que sí, de que no y la duda. La certeza de que sí y de que no siguen principios opuestos en su propagación. Por ejemplo, partiendo de un nodo verdadero el caso que menos incertidumbre nos deja es el caso tres. Si todo es cierto, es cierto cada uno y es cierto alguno. Sin embargo, partiendo de un nodo falso el más informativo es el caso cuatro: si ninguno, nada es cierto.

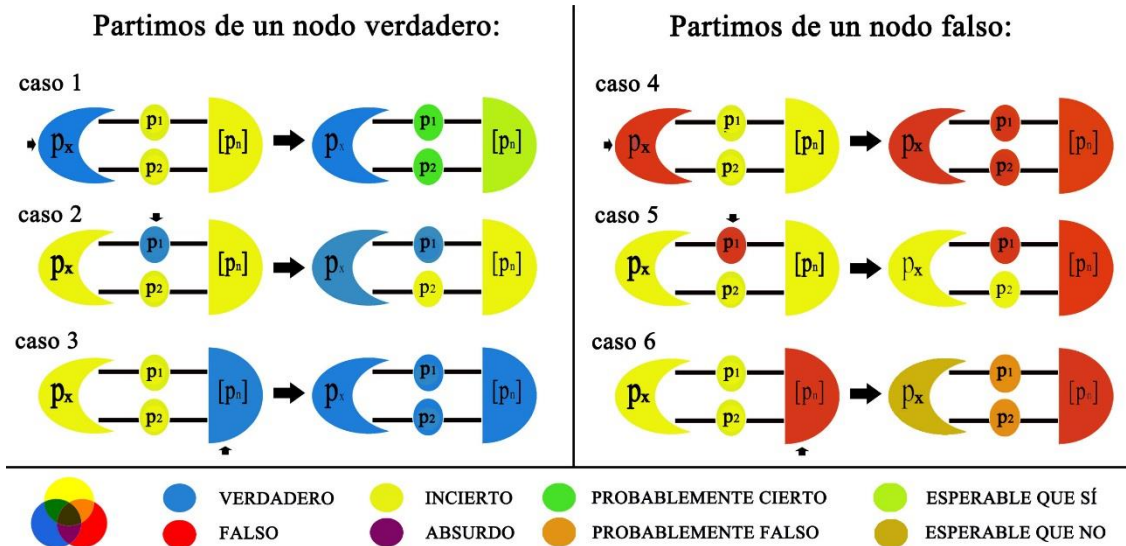


Fig. 2 Propagación de la certeza por los nodos de un conjunto.

A los sistemas cognitivos no les basta saber lo que las cosas son, necesitan saber con lo que cuentan, es decir, saber lo que está disponible y lo que no está disponible durante el curso de una acción en marcha. Por eso trabajamos en el aula un modelo de redes bayesianas que procesa las relaciones contrarias de presencia ausencia entre los nodos que surgen de combinar las variables. Las reglas se muestran en la figura 3.

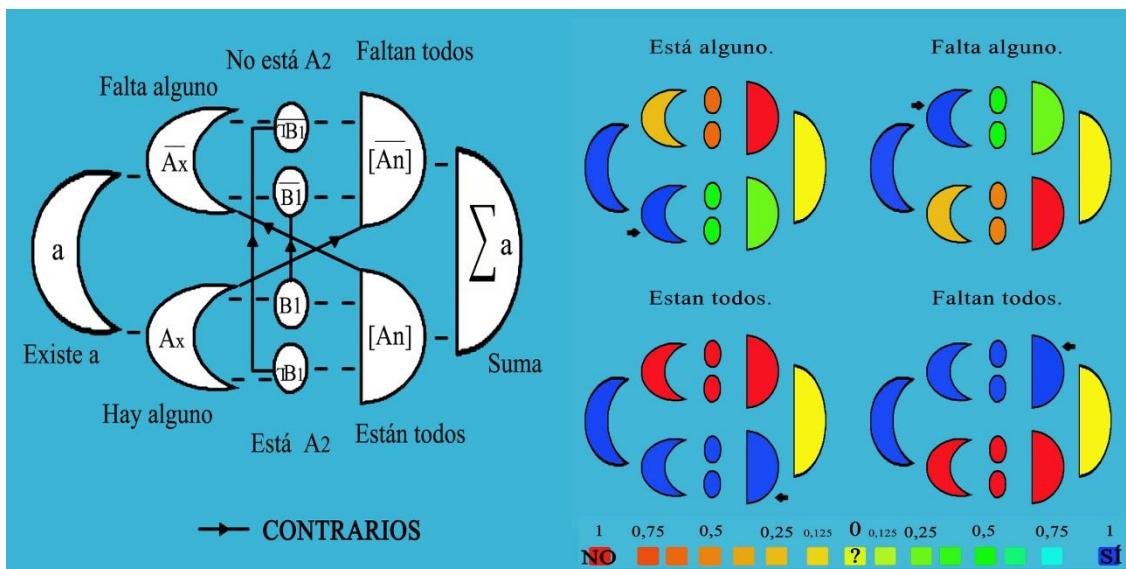


Fig. 3. Relaciones contrarias de propagación.

El supernodo OR de la izquierda de la figura 3 expresa que algo que se ajusta al criterio \underline{a} existe en teoría. Vemos que lo que existe puede estar presente o ausente para el sistema, siendo modos incompatibles. $A_x =$ algo que se ajusta al criterio \underline{a} está presente.

$\overline{A_x}$ = está ausente algo que se ajusta al criterio \underline{a} . $[A_n]$ = está presente la totalidad de tipos que conforman a. $[\overline{A_n}]$ = está ausente la totalidad de tipos que conforman a. A_1 = está presente el objeto ab y A_2 = está presente $a\neg b$. El nodo objeto A_2 se nombra como $\neg B1$, dado que el nodo $\neg B2$, que no aparece en la figura, será definido como $\neg a\neg b$.

Consideramos, pues, un sistema con dos criterios \underline{a} y \underline{b} tomados dicotómicamente. Por eso tenemos dos objetos centrales partiendo de a y tendríamos otros dos partiendo de $\neg a$ que quedan fuera de la figura. Es decir, que lo que se ajusta al criterio \underline{a} se combina con b y con $\neg b$ para formar los objetos ab y $a\neg b$. A su vez, ambos objetos pueden estar o no estar, siendo la presencia y la ausencia modos contrarios de existencia. Por ejemplo, si es cierto que está alguno que es alto, será falso que falten todos los que son altos. Las relaciones lógicas contrarias deben distinguirse de las relaciones numéricas complementarias. Cuantitativamente, los que no están complementan a los que están. Sin embargo, respecto a la cualidad lógica de la existencia, la certeza de que es verdad que está presente $A1$, debe ser equivalente a la certeza de que es falso que esté ausente.

En todo caso, la figura 3 solo analiza aspectos lógicos y no cuantitativos del sistema. Por eso el supernodo AND del sumatorio de lo que está y no está ha quedado indeterminado en amarillo: Sabemos cuántos tipos de objetos hay, pero no sabemos cuántos individuos, cuyas diferencias son ahora irrelevantes, hay de cada tipo.

Si reconocemos el uso cuantitativo de los nodos, comprenderemos bien la figura 4.

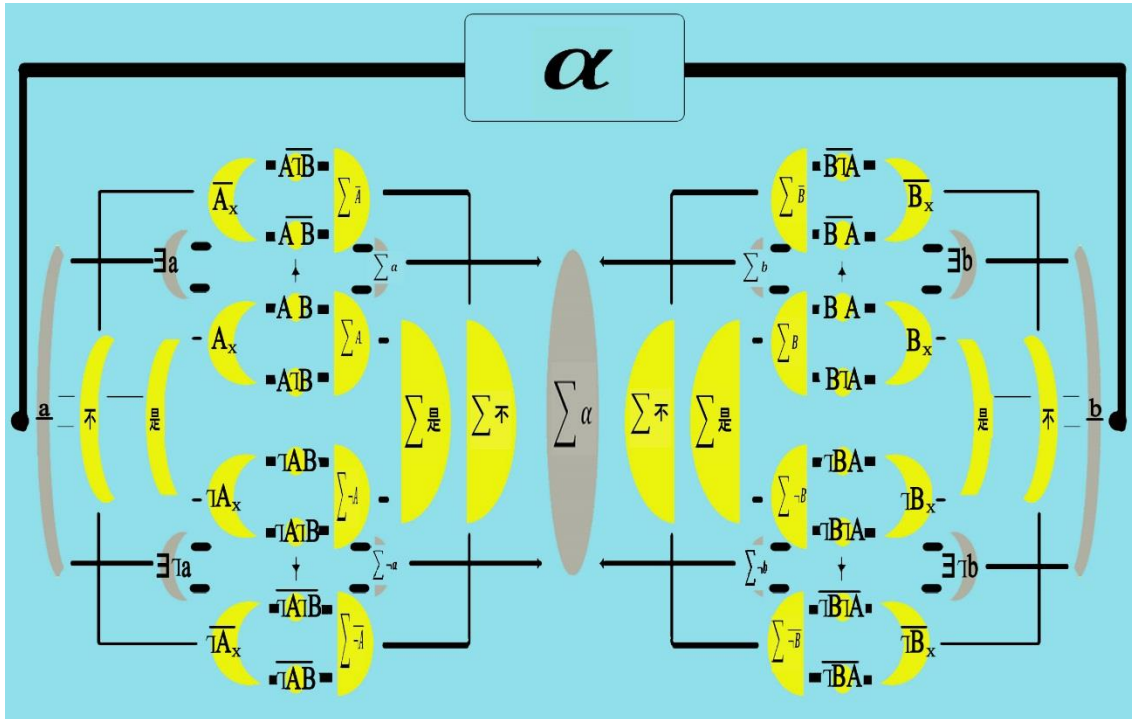


Fig. 4. Sistema alfa dicotómico respecto a los grados de ser y de existir.

En ella se describe un sistema α que combina los criterios \underline{a} y \underline{b} en escalas dicotómicas. Así ocurre respecto a los grados de ser: $a = \text{ser}$; $\neg a = \text{no ser}$. Así ocurre respecto a los grados de existencia: estar (是) y no estar (不). El sistema podría complicarse con infinitos grados de ser e infinitos grados de presencia, pero por economía se reducen a dos y dos. Lo que existe siendo a : $\exists a$, y lo que existe siendo $\neg a$: $\exists \neg a$. Debemos observar que la totalidad de objetos que puede haber desde la perspectiva de un criterio equivale a la totalidad de objetos que puede haber desde la perspectiva de cualquiera de los otros criterios. Luego da lo mismo considerar qué hay desde \underline{a} o desde \underline{b} .

Los circuitos lógico-bayesianos permiten resolver problemas desde la perspectiva cualitativa de tipos y categorías y desde una perspectiva cuantitativa.

Podemos estudiar en la figura 5 las relaciones lógicas olvidando los sumatorios de cantidades. Esto nos permite reflejar en el aula cuál sería el estado de certeza de las redes ante un número ilimitado de proposiciones. Apoyaremos las inferencias lógicas en códigos numéricos y de colores. El sistema α puede codificar y comunicar estados de creencias respecto a mundos reales o imaginarios, sin que sea cuestión de este artículo tratar de distinguirlos.

Hay algo, pero no sé que es

Ni son todos los que están,
ni están todos los que son.

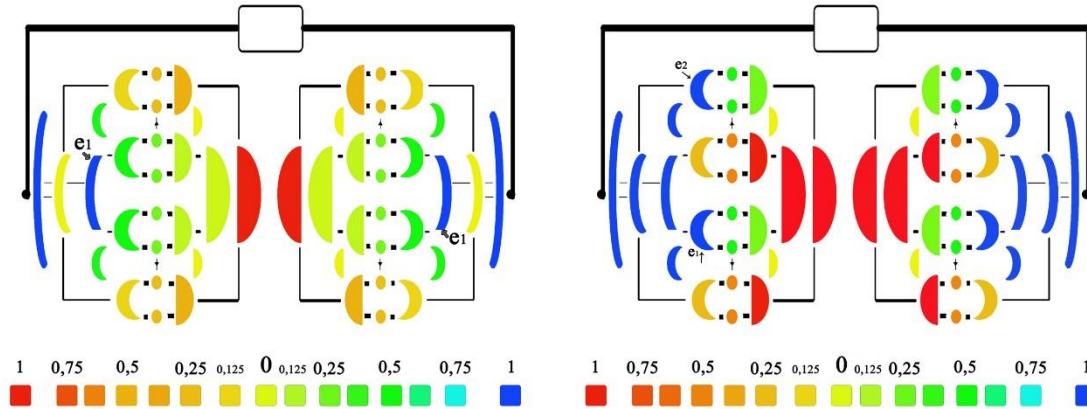


Fig. 5. Proposiciones en las redes de expectativas Marlo.

Aspectos cuantitativos

La tabla 1 recoge las leyes básicas que permiten al sistema α realizar operaciones aritméticas elementales.

Tabla 1. Principios cuantitativos del sistema

$\sum \alpha = \sum \text{est} + \sum \text{no est} = \sum a + \sum \neg a$	<p>Todo cuanto hay es igual a la suma de todo lo que está más todo lo que no está, y es igual así mismo a la suma de todo lo que es más la suma de todo lo que no es. Es decir, que lo que hay respecto a los grados de ser es igual a lo que hay respecto a los grados de existencia.</p>
$\sum \text{est} = \sum A + \sum \neg A$	<p>Todo lo que está es igual a la suma de todo lo que es A y está más todo lo que es $\neg A$ y está.</p>
$\sum \text{no est} = \sum \bar{A} + \sum \overline{\neg A}$	<p>Todo cuanto no está es igual a todo lo que es A y está ausente más todo lo que es $\neg A$ y está ausente.</p>
$\sum A = n AB + n A\neg B$	<p>Todo lo que está presente siendo A es igual a la suma del número de objetos presentes en cada una de las categorías de A.</p>
$n \exists a = \sum a = \sum A + \sum \bar{A}$	<p>El número de individuos que existe ajustado al criterio \underline{a} es igual a la suma de los que están y son A más lo que no están y son A.</p>
$n \exists \neg a = \sum \neg a = \sum \neg A + \sum \overline{\neg A}$	<p>El número de individuos que existe y no se ajusta al criterio \underline{a} es igual a la suma de los que están y son $\neg A$ más lo que no están y son $\neg A$.</p>

Veamos un problema resuelto con cantidades: Mi prima colgó en las redes sociales las condiciones para poder presentarse a un casting de actores para personajes muy concretos. Utilizaría como criterios la altura, la belleza y la calvicie de los candidatos. Cada criterio generaría una escala de juicio con tres variables: no ser nada (0), estar en la media (0.5) y ser totalmente (1). Estas fueron sus indicaciones: Primero: si no estás nada calvo, entonces es necesario para presentarte que no seas nada bello. Segundo: Los que estén medio calvos tienen que ser totalmente bellos. Tercero: Si eres totalmente alto, no puedes ser medio bello. Cuarto: No se permiten personas que sean a la vez totalmente calvas y totalmente altas. Quinto: Los que sean medio calvos y totalmente altos, no pueden ser totalmente bellos. Sexta: Los que sean medio altos, deben ser o totalmente bajos o medio bajos. Finalmente, el día del casting se presentaron un total de veintitrés personas. No se presentó nadie que fuera totalmente calvo, aunque sí se presentaron siete personas medio calvas. Personas totalmente bellas se contaron trece. Personas medio altas fueron dieciséis.

Cuestiones: ¿Cuántos aspirantes hubo que fueran medio altos, nada bellos y totalmente calvos? ¿Y cuántos hubo nada altos, nada bellos y totalmente calvos? Por otra parte, de las nueve categorías generales resultantes de aplicar un criterio: 0a, 0.5a, 1a, 0b, 0.5b, 1b, 0c, 0.5c, 1b, ¿cuáles había totalmente prohibidas? ¿cuál fue la única de estas categorías en la que afirmar que hubo de todo lo permitido sería cierto?

Al resolver el problema en los circuitos el color violeta significa imposible en teoría, prohibido por las condiciones; el azul significa nodo empíricamente verificado y el rojo nodo empíricamente falso.

Sin modificar las condiciones, los nodos azules y rojos podrían intercambiar sus colores en un segundo día de casting.

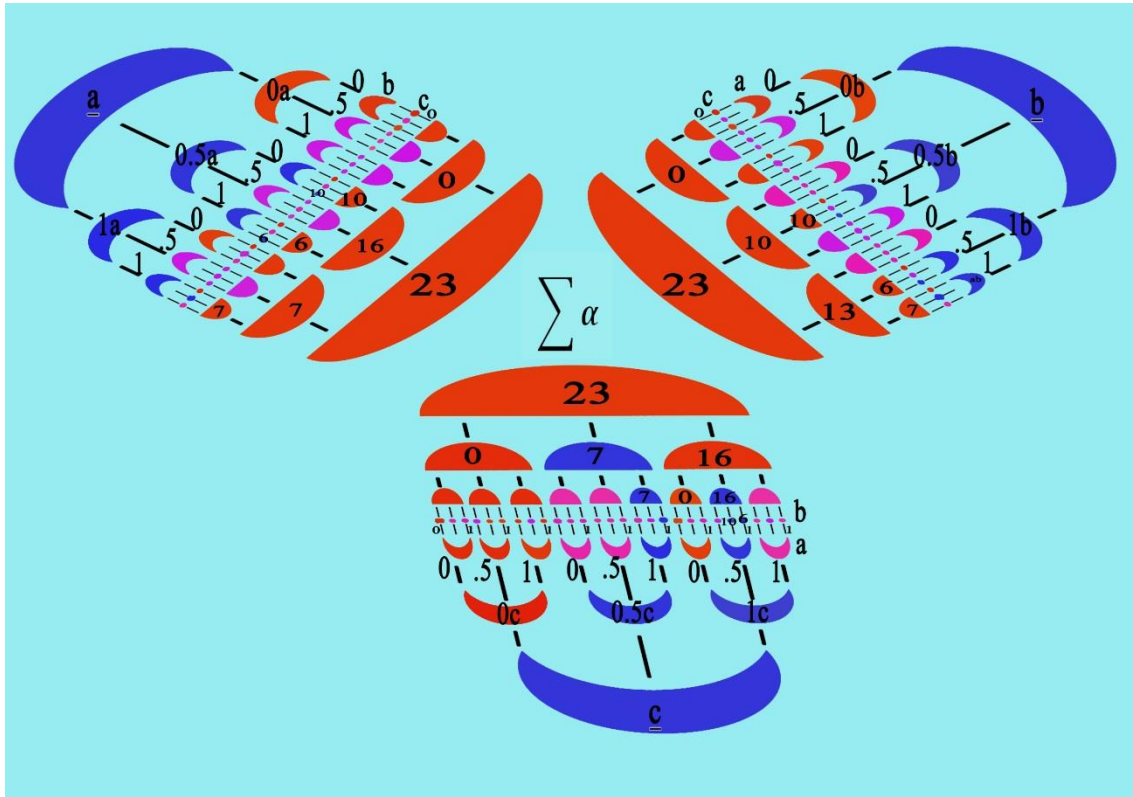


Fig. 6. Solución gráfica del ejercicio en los circuitos lógico-bayesianos.

Se hace evidente que no puede haber cálculo matemático sin una comprensión cabal de lo que es un objeto, ni sin flexibilidad mental para cambiar la perspectiva de los conjuntos o para convertir un conjunto en objeto. También es necesaria una interpretación del correcto significado de las proposiciones lógicas que componen el enunciado y del modo en que se propagan la verdad y la falsedad por los nodos de una red. Aspectos poco trabajados en el aula a juicio del autor.

INTRODUCCIÓN

Se presentan circuitos lógico bayesianos que integran razonamiento argumentativo y matemático en un modelo de redes asociativas. Su uso permite combinar en la inferencia códigos lingüísticos, numéricos y de colores que facilitan el razonamiento a la mayoría de los alumnos. Se trata de una herramienta capaz de resolver intuitivamente problemas con un número ilimitado de variables.

Palabras clave: inteligencia lógica, redes neuronales, cognición, lógica, razonamiento, modelo cognitivo.

EL CONJUNTO COMO BASE DE LA INFERENCIA

Un sistema cognitivo codifica la experiencia generando teorías que anticipan la presencia o ausencia de parte de los objetos que componen su mundo a partir de la presencia o ausencia de otros objetos. Para ello teje redes de expectativas con nodos lógicos agrupados en conjuntos que forman dominios de conocimiento. Cada conjunto se compone de nodos OR, nodos objeto y nodos AND.

Nodo OR: síntesis cualitativa de los elementos del conjunto activada por cualquiera de ellos.
Nodo objeto: combinación única y distinta de cualidades. Tipos concretos de individuos.
Nodos AND: síntesis cuantitativas del conjunto: toda clase de.



Fig. 1. Conjunto lógico y matemático.

La activación de cualquier nodo puede desencadenar un esquema de acción. Si hay amenazas corra, pero ¿hay amenazas? Los motivos para creer que sí y que no son independientes.

Cada nodo se activa con una frecuencia o tono de color que expresa la seguridad de que sí, de que no y la duda. Si lo mismo pasan los motivos del sí y del no se mantiene la duda.

Un nodo activo afecta a la frecuencia de sus asociados, aunque la seguridad de que sí y de que no sigan principios opuestos de propagación.

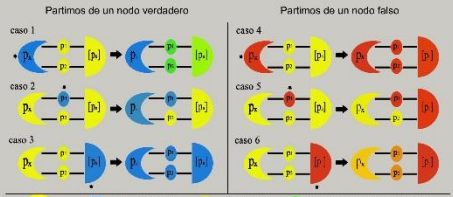


Fig. 2. Principios elementales de la inferencia.

NO ES LO MISMO SER QUE ESTAR: TABLA DE OPOSICIÓN DEL JUICIO

Los sistemas cognitivos necesitan saber que son los estímulos, pero también con que cuentan durante el curso de una acción en marcha. Por eso procesan relaciones contrarias de presencia/ausencia entre los nodos. Se habla de tipos. Los individuos se recogen en los nodos AND suma.

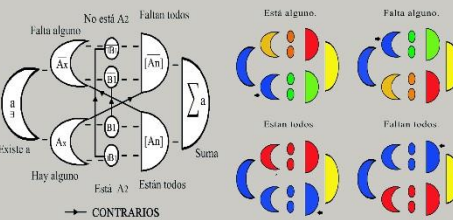


Fig. 3. Relaciones contrarias presencia-ausencia en un conjunto

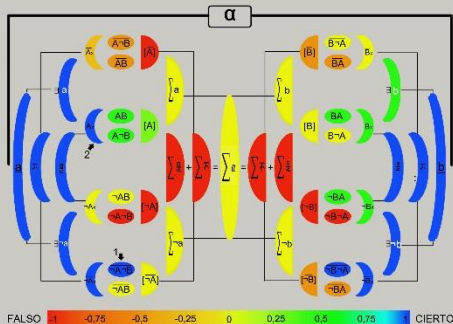


Fig. 4. Ejemplo de proposición en alfa: Faltan los que no son ni A ni B, pero hay algo que es A
3er criterio. $\exists a$ = existe algo que es o se ajusta al criterio \exists . $\exists \neg a$ = existe algo que no es o no se ajusta al criterio \exists . A_1 = hay presente algo del tipo A. AB = Hay presente algo tipo ab. $[A]b$ = hay presente todo tipo de A. $[\neg A]b$ = Están ausentes todos los tipos de $\neg a$. $\exists a$ = Hay algún objeto, de algún tipo, presente. Σa = suma de todos los que están. $\neg \Sigma a$ = Falta algún objeto de algún tipo. $\Sigma \neg a$ = suma de todos los ausentes. $\Sigma \alpha$ = Total de individuos de cualquier tipo, presentes o ausentes.

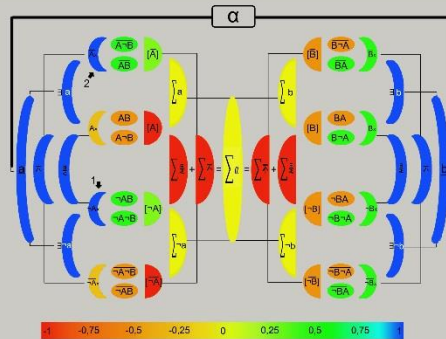


Fig. 5. Ni son (A) todos los que están, ni están todos los que son (A). Se habla de tipos.

Tabla 1. Principios cuantitativos del sistema

$\Sigma a = \Sigma a + \Sigma \neg a = \Sigma a + \Sigma \neg a$	Todo cuanto hay es igual a la suma de todo lo que está más todo lo que no está, y es igual a la suma de todo cuanto se ajusta en algún grado de ser a un criterio.
$\Sigma a = \Sigma a + \Sigma \neg a$	Lo que está es igual a la suma de todo lo que es A y está más todo lo que es $\neg A$ y está.
$\Sigma \neg a = \Sigma a + \Sigma \neg a$	Todo cuanto no está es igual a todo lo que es A y está ausente más todo lo que es $\neg A$ y está ausente.
$\Sigma A = \Sigma AB + \Sigma A \neg B$	Todo lo que está presente siendo A es igual a la suma de objetos presentes en las categorías de A.
$n \exists a = a = \Sigma a + \Sigma \neg a$	El número de individuos que existe ajustado al criterio a es igual a la suma de los que están y son A más lo que no están y son A.
$n \exists \neg a = \Sigma \neg a = \Sigma \neg a + \Sigma a$	El número de individuos que existe y no se ajusta al criterio a es igual a la suma de los que están y son $\neg A$ más lo que no están y son $\neg A$.

PROBLEMA IRRESOLUBLE CON LOS DIAGRAMAS DE VENN

Hicimos un taller con niveles bajo (0), medio (0,5) y alto (1) en tres materias a, b, c. Para apuntarse pusimos las siguientes condiciones: No puede venir nadie con nivel medio en a. Solo los 0,5c pueden ser 1a. Si eres 0a no puedes ser 0,5b y si eres 0c entonces no puedes ser 0a.

Hechos: Sabemos que se apuntaron diez personas que tenían el mismo tiempo nivel 1 en b y c y sabemos que había quince personas que tenían al mismo tiempo niveles 0 en b y 1 en c. Sabemos también que con nivel 0,5b fueron 7. No hubo nadie con niveles 0a y 0,5c al mismo tiempo, mientras que con nivel 1b eran 13 en total y con nivel 1a sumaban 18.

¿Cuántas personas asistieron? ¿Cuántos tipos de personas había considerando el nivel en las tres materias? ¿Cuántos del tipo 1a-0b-0,5c? ¿Cuál era la probabilidad condicionada de ser 1b siendo 0a?, etc.

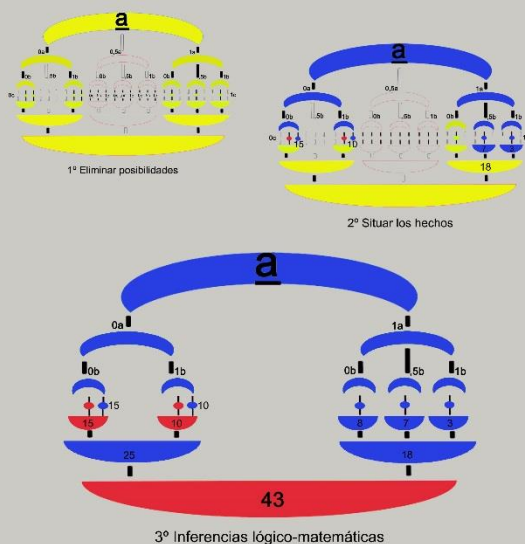


Fig. 6. Resolución problema lógico-matemático

Referencias bibliográficas

López, M. (2016). Innovación en didáctica de la lógica: el Diagrama de Marlo. En T. Mijangos (Coord.), Rutas didácticas y de investigación en lógica, argumentación y pensamiento crítico (105-154). México: Academia Mexicana de la Lógica. Libro electrónico.

**CÁLCULO DIFERENCIAL NO ENSINO MÉDIO:
Uma abordagem possível e interdisciplinar com auxílio da tecnologia**

Morgana Petry – Alice Francisca Keiber – Juliana Fassbinder – Prof. Orientador Dr. Rodrigo Orsini Braga
mor.petry@hotmail.com – alicekeiber_sl@yahoo.com.br – julianafassbinder@hotmail.com – rodrigo.orsini.braga@gmail.com
Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS – Brasil

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Modalidade: Pôster (P)

Nível educativo: Ensino Superior ou Ensino Médio

Palavras-chave: Cálculo Diferencial. Geogebra. Interdisciplinaridade.

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar a possibilidade de ensinar no Ensino Médio noções intuitivas de Cálculo Diferencial, mediante o estudo de taxa de variação de uma função, mais particularmente em seus intercruzamentos com a Física e por meio do software GeoGebra. A partir da aplicação de uma oficina realizada com 10 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Estância Velha (RS - Brasil), foram propostas atividades desenvolvidas por meio de quatro sequências didáticas e realizadas em quatro encontros presenciais. As três primeiras sequências didáticas embasaram os assuntos de função afim, função quadrática e limites de funções, respectivamente, e fundamentaram o estudo da derivada, foco central do último encontro e de análise deste trabalho. O estudo, de cunho qualitativo e motivado por uma experimentação com pesquisa documental, evidenciou que é possível inserir na Educação Básica noções de derivada, mas sem dar ênfase às nomenclaturas mais específicas e formais abordadas no Ensino Superior. Portanto, se interpretado de forma mais dinâmica, visual e experimental, como taxa de variação instantânea e como inclinação da reta tangente, o Cálculo Diferencial pode oportunizar aos alunos do Ensino Médio um contato significativo com conceitos que são tão importantes na Matemática.

1 Palavras Introdutórias

Falar em aprendizagem não é uma tarefa simples. Porém, “[...] o desafio maior da educação é articular, de forma interdisciplinar, os conteúdos das mais diversas disciplinas com o uso correto e pedagógico das tecnologias na sala de aula” (Sieben, 2015, p. 86).

Com base nessa perspectiva, propomos e buscamos, neste trabalho, analisar a possibilidade de inserir no Ensino Médio noções intuitivas de Cálculo Diferencial mediante atividades de visualização e experimentação, utilizando o *software* GeoGebra e acompanhadas, de forma interdisciplinar, por aplicações de Física.

2 O Cálculo Diferencial no Ensino Médio?

*“Eu prefiro ser essa
Metamorfose ambulante
Do que ter aquela velha opinião formada sobre tudo”.*
Raul Seixas

Quando falamos em Cálculo Diferencial, ele está muito relacionado ao Ensino Superior e dificilmente é atrelado ao Ensino Básico. Segundo Ávila (2006), apesar de alguns livros do Ensino Médio incluírem limites e derivadas entre os tópicos tratados, esses assuntos são pouco ensinados, muitas vezes, sob o pretexto de que são muito difíceis.

Ao considerar-se o ensino do Cálculo com toda a sua linguagem formal, simbólica, seus teoremas, definições, demonstrações e rigor, os estudantes nessa fase talvez não tenham conhecimentos específicos para esses conteúdos (Molon, 2013). Porém, se considerado a partir de um enfoque intuitivo, é algo que pode estar ao alcance dos alunos nesse nível de escolaridade. Talvez muitos não saibam, mas o Cálculo já fazia parte do programa da 3ª série do chamado curso científico. Porém, com o movimento denominado Matemática Moderna, o Cálculo, não foi incluído no novo sistema que criou o 2º grau. Isso porque os reformistas valorizavam mais outros tópicos e também porque não haveria espaço e tempo para tanta coisa a ser introduzida nos programas, devido ao rigor e estudo detalhado que o Cálculo exigia (Ávila, 1991).

Entretanto, parece ironia que os reformistas tenham descartado o Cálculo. Cometeram o “[...] erro de recusar a pedra angular, aquela que seria a mais importante na construção do edifício” (Ávila, 1991, p. 3). Ávila (2006) acrescenta que descartar o Cálculo “[...] no ensino é grave, porque deixa de lado uma componente significativa e certamente a mais relevante da Matemática para a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual [...]” (p. 3).

Dessa maneira, não se trata de encontrar espaço no currículo de Matemática do Ensino Médio; o que é necessário é reorganizar o tempo e a forma como alguns conceitos e assuntos são apresentados.

3 Cálculo Diferencial: Uma Possibilidade por meio do *software* GeoGebra e da Física

“[...] Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se pôs a caminhar [...]” (Freire, 1997, p. 79).

De acordo com a frase de Freire apresentada acima, cada indivíduo deve ter a oportunidade de “aprender a fazer o caminho caminhando”. Nesse sentido, a proposta de pesquisa deste trabalho

tem como objetivo oportunizar aos alunos do Ensino Médio noções de Cálculo Diferencial, voltando-se mais para a visualização e formalização de conjecturas e menos para o seu formalismo e rigor.

Ávila (2006) atrela seu estudo a aplicações e afirma que a introdução da derivada deve ser considerada sob esse ponto de vista, como a Cinemática, por exemplo, permitindo “[...] uma saudável interação com o estudo do movimento que se faz em Física. Portanto, é um modo de promover a interdisciplinaridade, tão desejada no ensino [...]” (p. 1).

Diante desses apontamentos, podemos considerar a ideia de abordar noções de Cálculo no Ensino Médio a partir de uma abordagem interdisciplinar com a Física e aliada a um recurso tecnológico, o que pode proporcionar que os alunos façam interpretações e conexões segundo os conceitos estudados, estabeleçam relações e façam conjecturas a partir das construções realizadas.

4 Metodologia

O tema central da ação investigativa foi explorado por meio de pesquisa qualitativa, fundamentada em uma experimentação com pesquisa documental, realizada a partir das percepções e registros de 10 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Estância Velha (RS - Brasil), diante do desenvolvimento de atividades exploratórias propostas em uma oficina.

A oficina abordou atividades envolvendo o estudo de função afim e função quadrática, ideias intuitivas de limites de uma função e taxa de variação média e instantânea de uma função, exploradas em seus intercruzamentos com a Física e por meio de um recurso computacional, o *software* GeoGebra.

Os alunos inscritos formaram uma turma experimental, que se reuniu durante quatro encontros presenciais, em junho de 2016, com duração de quatro horas cada.

As três primeiras sequências basearam-se em atividades envolvendo o estudo de função afim, função quadrática e limites de funções, respectivamente, e embasaram o estudo de noções intuitivas da derivada, foco central do quarto encontro e de análise deste trabalho.

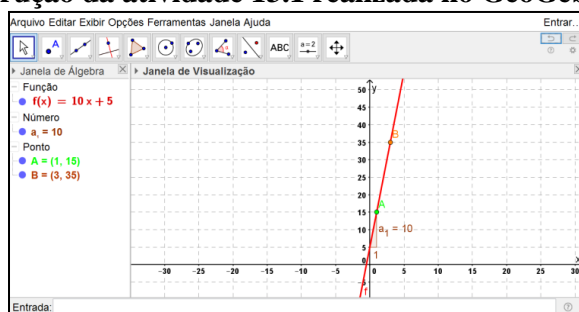
5 Análise e discussão dos resultados

Como a finalidade principal deste trabalho é analisar a possibilidade de inserir no Ensino Médio noções de Cálculo Diferencial, demos destaque ao encontro 4, fazendo referência a algumas

atividades e enfatizando o que se esperava delas, as considerações e as dificuldades apresentadas pelos alunos durante a aplicação da proposta.

Considerando a atividade 13.1, descrita pelo deslocamento de um ciclista em função do tempo gasto para percorrer certo trajeto, tendo-se por finalidade relacionar o conceito de velocidade média com a inclinação da reta secante que passa pelos extremos de um intervalo, ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que eles verificaram que a velocidade média, calculada a partir da fórmula $V_m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, corresponde ao coeficiente angular da reta secante no intervalo $[1,3]$, que pôde ser interpretada geometricamente a partir da representação gráfica da função $f(x) = 10x + 5$, realizada no *software* (Figura 1).

Figura 1 – Construção da atividade 13.1 realizada no GeoGebra pelo aluno A₁₀



Fonte: Elaborada no GeoGebra pelo aluno A₁₀.

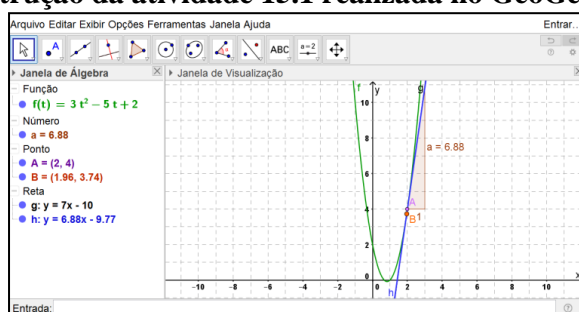
A atividade 14 tinha como finalidade aproximar o cálculo da velocidade instantânea por meio do cálculo de velocidades médias para intervalos cada vez menores. Para isso, o estudo iniciou com uma situação que tinha como propósito encontrar a velocidade média de um veículo popular ao fim de um teste de resistência em certos intervalos de tempo, cuja trajetória foi modelada pela função $f(t) = 3t^2 - 5t + 2$. Na atividade 14.1(a), os alunos conseguiram calcular corretamente a velocidade média do veículo no intervalo de tempo $[2,3]$, utilizando a fórmula $V_m = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ e aplicando o que já haviam estudado nas atividades anteriores. Na situação 14.1(b), eles precisaram determinar a velocidade média em intervalos de tempo cada vez menores, a fim de aproximar a velocidade média da velocidade instantânea do veículo em $t = 2$.

A partir dos resultados preenchidos na tabela presente na atividade, os estudantes perceberam que os valores da velocidade média V_m do veículo se aproximaram cada vez mais de 7 m/s , à medida que os intervalos de tempo apresentaram duração cada vez menor, ou seja, os valores de Δt tenderam a 0. Assim, compreenderam intuitivamente que, quanto menor o intervalo de tempo

considerado, mais próxima a velocidade média fica da velocidade instantânea. Dessa forma, a introdução da notação adequada e mais formal, ou seja, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = 7$, pôde ser apresentada aos alunos a partir de uma ideia intuitiva realizada por aproximações.

Após a interpretação da taxa de variação instantânea, o objetivo foi verificar que, à medida que o intervalo Δt diminui tendendo a zero, os pontos que definem a reta secante se aproximam cada vez mais um do outro, de forma que a reta tenda a tangenciar a representação gráfica da função $f(t)$. Para perceber isso, propomos, na atividade 15.1, uma construção no GeoGebra (Figura 2), tomando como base a situação-problema da atividade anterior.

Figura 2 – Construção da atividade 15.1 realizada no GeoGebra pelo aluno A₁



Fonte: Elaborada no GeoGebra pelo aluno A₁.

Nessa construção, a intenção estava voltada a movimentar o ponto B, aproximando-o do ponto A. Analisando as considerações da turma, verificamos que a maioria dos alunos percebeu que, quanto mais o ponto B se aproximava do ponto A, o intervalo de tempo Δt se aproximava cada vez mais de zero.

Além disso, o grupo percebeu também, ao ser questionado na situação 15.1(i), que aproximando o ponto B o máximo possível do ponto A, os valores do coeficiente angular a , se aproximaram cada vez mais de 7.

A partir da interpretação geométrica realizada no GeoGebra, os alunos perceberam também que, para uma função $f(x)$ qualquer, o valor da taxa de variação instantânea de $f(x)$ em relação a x em um ponto qualquer de seu domínio corresponde ao coeficiente angular da reta $y = ax + b$, tangente ao gráfico da função $f(x)$ nesse ponto.

Dessa forma, podemos concluir que o estudo da derivada pode ser apresentado aos alunos do Ensino Médio mediante uma interpretação mais intuitiva e visual, permitindo compreender seu significado como taxa de variação instantânea e como declividade da reta tangente.

Segundo os apontamentos dos alunos, as aprendizagens produzidas durante o último encontro possibilitaram um contato com uma Matemática em que a visualização e experimentação foram fundamentais para a elaboração de conjecturas.

Borba, Silva e Gadanidis (2015) afirmam que mídias como o GeoGebra, que exploram aspectos virtuais, “[...] participam de um coletivo que produz conhecimento, a partir das possibilidades de que experimentações sejam feitas com feedback visual quase instantâneo” (p. 54).

6 Considerações finais

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original” (Einstein apud Molon, 2013).

Quando problematizamos a possibilidade de ensinar noções de Cálculo Diferencial no Ensino Médio, direcionamos tal estudo com um enfoque intuitivo, visual e experimental, embasando-nos no uso do GeoGebra e de aplicações da Física, a fim de tornar esse estudo uma experiência significativa.

As situações apresentadas no último encontro favoreceram a compreensão do conceito intuitivo da derivada de uma função em um ponto mediante a interpretação de reta tangente ao gráfico de uma função e a análise da declividade ou coeficiente angular dessa reta. O entendimento do conceito de velocidade instantânea, interpretada a partir do cálculo de velocidades médias em intervalos cada vez menores, oportunizou os alunos compreender a derivada por meio de uma aplicação que é comumente estudada na disciplina de Física.

Diante dessas considerações e a partir dos registros e construções realizadas no GeoGebra, podemos concluir que é possível ensinar noções de Cálculo Diferencial no Ensino Médio, desde que contextualizadas de acordo com o nível de escolaridade dos alunos. Conforme a frase de Einstein apresentada no início deste capítulo, proporcionamos aos alunos abrir a mente a novas ideias e a novas concepções, o que é, para nós, educadores, um passo relevante para uma aprendizagem significativa.



CÁLCULO DIFERENCIAL NO ENSINO MÉDIO:

Uma abordagem possível e interdisciplinar com auxílio da tecnologia

Morgana Petry¹ – mor.petry@hotmail.com

Alice Francisca Keiber¹ – alickeiber_sl@yahoo.com.br

Juliana Fassbinder¹ – julianafassbinder@hotmail.com

Professor orientador: Rodrigo Orsini Braga² – rodrigob@unisinis.br

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Rio Grande do Sul – Brasil) e pós-graduada em nível de especialização em Educação Matemática pela mesma instituição.

² Doutor em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS (Rio Grande do Sul – Brasil).

INTRODUÇÃO

Propomos e buscamos, neste trabalho, analisar a possibilidade de inserir no Ensino Médio noções intuitivas de Cálculo Diferencial mediante atividades de visualização e experimentação, utilizando o *software* GeoGebra e acompanhadas, de forma interdisciplinar, por aplicações de Física.

O CÁLCULO DIFERENCIAL NO ENSINO MÉDIO?

“Eu prefiro ser essa Metamorfose ambulante Do que ter aquela velha opinião formada sobre tudo”. Raul Seixas

Quando falamos em Cálculo Diferencial, ele está muito relacionado ao Ensino Superior e dificilmente é atrelado ao Ensino Básico. Segundo Ávila (2006), apesar de alguns livros do Ensino Médio incluírem limites e derivadas entre os tópicos tratados, esses assuntos são pouco ensinados, muitas vezes, sob o pretexto de que são muito difíceis.

Ao considerar-se o ensino do Cálculo com toda a sua linguagem formal, simbólica, seus teoremas, definições, demonstrações e rigor, os estudantes nessa fase talvez não tenham conhecimentos específicos para esses conteúdos, repletos de detalhes e formalismo. (Molon, 2013). Porém, se considerado a partir de um enfoque intuitivo, é algo que pode estar ao alcance dos alunos nesse nível de escolaridade.

A ideia de abordar noções de Cálculo no Ensino Médio a partir de uma abordagem interdisciplinar com a Física e aliada a um recurso tecnológico, pode proporcionar que os alunos façam interpretações e conexões segundo os conceitos estudados, estabeleçam relações e façam conjecturas a partir das construções realizadas por meio de um recurso tecnológico.

METODOLOGIA

A pesquisa, de cunho qualitativo, fundamentada em uma experimentação com pesquisa documental, é o resultado de um estudo realizado por meio da aplicação de uma oficina com 10 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Estância Velha (RS - Brasil); as atividades foram desenvolvidas por meio de quatro sequências didáticas e realizadas em quatro encontros presenciais.

As três primeiras sequências basearam-se em atividades envolvendo o estudo de função afim, função quadrática e limites de funções, respectivamente, e embasaram o estudo de noções intuitivas da derivada, foco central do quarto encontro e de análise deste trabalho.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A partir da análise dos dados coletados na oficina, verificamos que o estudo da derivada pode ser apresentado aos alunos do Ensino Médio mediante uma interpretação mais intuitiva e visual, permitindo compreender seu significado como taxa de variação instantânea e como declividade da reta tangente.

Segundo os apontamentos dos alunos quanto às suas impressões da atividade experimental, podemos dar destaque às aprendizagens produzidas durante o último encontro, que possibilitou um contato com uma Matemática em que a visualização e experimentação foram fundamentais para a elaboração de conjecturas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original” (Einstein apud Molon, 2013).

Ao falar-se em Cálculo Diferencial, temos a impressão de que esse assunto não está ao alcance dos alunos do Ensino Médio, já que é abordado, geralmente, no Ensino Superior. No entanto, quando problematizamos a possibilidade de ensinar noções de Cálculo Diferencial no Ensino Médio, direcionamos tal estudo com um enfoque intuitivo, visual e experimental, na perspectiva de oportunizar aos alunos um contato com a derivada sem o formalismo e rigor apresentados no Ensino Superior, embasando-nos no uso do GeoGebra e de aplicações da Física, a fim de tornar esse estudo uma experiência significativa.

Diante dessas considerações e a partir dos registros dos alunos no material impresso e construções realizadas no GeoGebra, podemos concluir que é possível ensinar noções de Cálculo Diferencial no Ensino Médio, desde que contextualizadas de acordo com o nível de escolaridade dos alunos.

REFERÊNCIAS

- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2014). *Cálculo* (10ª ed., v. 1). (C. I. Doering, trad.). Porto Alegre: Bookman.
- Ávila, G. (1991). O Ensino do Cálculo no 2º Grau. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 18, 1-9.
- Ávila, G. (2006). Limites e Derivadas no Ensino Médio? *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 60, 30-38.
- Ávila, G. (2006). Derivadas e Cinemática. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 61, 1-9.
- Borba, M. C.; Silva, R. S. R., & Gadamidis, G. (2015). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Freire, P. (1997). *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido* (4ª ed.). São Paulo: Paz e Terra.
- Molon, J. (2013). *Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software GeoGebra*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, Brasil.
- Seixas, R. *Metamorfose Ambulante*. Disponível em <https://www.vagalume.com.br/raul-seixas/metamorfose-ambulante.html>. Acesso em 25 jul. 2016.
- Sieben, L. (2015). A educação, tecnologias e a mobilidade. In M. C. Melchior, L. Hoppe, A. Kroeff, L. Sieben. *Educação por competências: planejamento – ludicidade – tecnologia*, Capítulo 3, pp. 85-100. Porto Alegre: CirKula.
- Silva, E. R., & Silva, M. J. F. (2015). *Da taxa de variação média à taxa de variação instantânea: uma proposta no âmbito do Ensino Médio*. Trabalho apresentado na XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Chiapas, México. Disponível em http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/757/652. Acesso em 27 jul. 2016.
- Stewart, J. (2008). *Cálculo*. (5ª ed., v. 1). São Paulo: Thomson Learning.

Referências

- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2014). *Cálculo* (10ª ed., v. 1). (C. I. Doering, trad.). Porto Alegre: Bookman.
- Ávila, G. (1991). O Ensino do Cálculo no 2º Grau. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 18, 1-9.
- Ávila, G. (2006). Limites e Derivadas no Ensino Médio? *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 60, 30-38.
- Ávila, G. (2006). Derivadas e Cinemática. *Revista do Professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n. 61, 1-9.
- Borba, M. C., Silva, R. S. R., & Gadani, G. (2015). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Freire, P. (1997). *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido* (4ª ed.). São Paulo: Paz e Terra.
- Molon, J. (2013). *Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software GeoGebra*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS, Brasil.
- Seixas, R. *Metamorfose Ambulante*. Disponível em <https://www.vagalume.com.br/raul-seixas/metamorfose-ambulante.html>. Acesso em 25 jul. 2016.
- Sieben, L. (2015). A educação, tecnologias e a mobilidade. In M. C. Melchior, L. Hoppe, A. Kroeff, L. Sieben. *Educação por competências: planejamento – ludicidade – tecnologia*, Capítulo 3, pp. 85-100. Porto Alegre: CirKula.
- Silva, E. R., & Silva, M. J. F. (2015). *Da taxa de variação média à taxa de variação instantânea: uma proposta no âmbito do Ensino Médio*. Trabalho apresentado na XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Chiapas, México. Disponível em http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/757/652. Acesso em 27 jul. 2016.
- Stewart, J. (2008). *Cálculo*. (5ª ed., v. 1). São Paulo: Thomson Learning.

Anexo – Sequência Didática: Encontro 4

Aluno: _____

Data: ____/____/2016

Com as atividades propostas nesse encontro, o aluno será capaz de:

- Revisar o conceito de velocidade média em um intervalo de tempo;

- Aproximar o cálculo da velocidade instantânea por meio do cálculo de velocidades médias para intervalos cada vez menores;
- Compreender e interpretar o significado de taxa de variação média em um intervalo do domínio da função como a inclinação da reta secante que passa pelos extremos de cada intervalo considerado;
- Compreender e interpretar o significado de taxa de variação instantânea como a inclinação da reta tangente em um ponto específico (interpretação da derivada como taxa de variação e como inclinação da reta tangente);
- Determinar a equação da reta tangente ao gráfico de uma função em um ponto dado.

Nesse encontro trabalharemos com a ideia intuitiva de derivada a partir do estudo da taxa segundo a qual varia uma quantidade em relação a outra.

Nas atividades seguintes, iremos relembrar o conceito de velocidade média em um intervalo de tempo, relacionando-o com a inclinação da reta secante que passa pelos extremos de cada intervalo considerado.

Atividade 13 – Velocidade média e taxa de variação média

Pense inicialmente na situação apresentada abaixo.

- Um motociclista percorreu 90 km em 2 horas. Ele percorreu, em média, _____ em 1 hora, isto é, _____.

A ideia utilizada na situação acima leva em consideração a razão entre a distância percorrida (deslocamento) pelo motociclista e o tempo gasto por ele nesse deslocamento, o que denomina-se de **velocidade média**.

$$V_m = \frac{\text{variação da distância}}{\text{variação do tempo}} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Atividade 13.1 – Um ciclista não profissional percorre uma pista reta. Na primeira hora ele percorreu 15 km, e depois de três horas do início do trajeto ele se deslocou 35 km, conforme a função $f(x) = 10x + 5$, onde $f(x)$ representa a distância percorrida em quilômetros e x o tempo, em horas.

- Abra o GeoGebra e digite na “**Entrada de comandos**” a função $f(x) = 10x + 5$ e clique “**Enter**”.
- Marque os pontos indicados no problema, ou seja, $A = (1, f(1))$ e $B = (3, f(3))$. Para isso, digite os pontos na “**Entrada de comandos**”. Para melhor visualização, clique no “botão 12”, selecione “**Reduzir**” e clique sobre a **janela gráfica**.
- Analise o movimento do ciclista no intervalo de 1 a 3 quilômetros. Em seguida, calcule a velocidade média (V_m) do ciclista no intervalo de tempo [1,3].

Tabela 1.10 – Cálculo da velocidade média do ciclista segundo a função $f(x) = 10x + 5$, no intervalo de tempo [1,3]

$\Delta_x = x_2 - x_1$	$\Delta_y = f(x_2) - f(x_1)$	$V_m = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$

Fonte: Elaborada pelos autores.

- Agora, volte para o GeoGebra, clique sobre o “**botão 8**” na barra de ferramentas e selecione “**Inclinação**”. Clique sobre a reta definida pelos pontos **A** e **B**.
- O coeficiente angular (ou inclinação) da reta que representa o deslocamento do ciclista no intervalo de tempo [1,3] é _____.
- O que você pode concluir analisando o coeficiente angular da reta que representa o deslocamento do ciclista e sua velocidade média no intervalo de tempo [1,3]?

Salve a atividade realizada no GeoGebra: clique em “**Arquivo**”, selecione “**Gravar como**”, digite seu nome, encontro 4 e *material 15*, salvando esse material na pasta “**GeoGebra**”.

Atividade 13.2 – (Stewart, 2008 adaptado) Um objeto cai de uma altura de 20 m, e sua altura $f(t)$ no instante t é dada pela função posição $f(t) = -4,9t^2 + 20$, onde $f(t)$ é medido em metros e t em segundos.

- Abra uma nova janela do GeoGebra (clique em “**Arquivo**” e em “**Nova janela**”). Em seguida, digite na “**Entrada de comandos**” a função $f(t) = -4,9t^2 + 20$ e clique “**Enter**”.
- Considere o intervalo de tempo [1,2]. Calcule $f(1)$ e $f(2)$.

Tabela 1.11 – Altura do objeto no intervalo de tempo [1,2]

t	1	2
$f(t) = y$		

Fonte: Elaborada pelos autores.

c) Determine a velocidade média deste objeto no intervalo de tempo $[1,2]$.

Tabela 1.12 – Cálculo da velocidade média do objeto segundo a função $f(x) = -4,9t^2 + 20$, no intervalo de tempo $[1,2]$

$\Delta_t = t_2 - t_1$	$\Delta_y = f(t_2) - f(t_1)$	$V_m = \frac{\Delta_y}{\Delta_t}$

Fonte: Elaborada pelos autores.

- d) Porque a velocidade média calculada anteriormente é negativa?
- e) Em sequência, volte para o GeoGebra e digite na “**Entrada de comandos**” o ponto **A** = $(1, f(1))$ e clique “**Enter**”. Depois, faça o mesmo para o ponto **B** = $(2, f(2))$.
- f) Agora, clique no “**botão 3**” na barra de ferramentas, selecione a opção “**Reta**” e clique sobre os pontos **A** e **B**. Para melhor visualização da reta definida pelos pontos, clique no “**botão 12**”, selecione “**Reduzir**” e clique sobre a **janela gráfica**.
- g) Clique sobre o “**botão 8**” na barra de ferramentas, selecione “**Inclinação**” e clique sobre a reta definida pelos pontos **A** e **B**.
- h) A equação da reta definida pelos pontos A e B, que aparece na aba **Reta**, na **janela de álgebra** é _____.
- i) O coeficiente angular ou inclinação dessa reta é _____.
- j) O que você pode concluir analisando o coeficiente angular da reta definida pelos pontos A e B e a velocidade média do objeto no intervalo $[1,2]$?

Salve a atividade realizada no GeoGebra: clique em “**Arquivo**”, selecione “**Gravar como**”, digite seu nome, encontro 4 e *material 16*, salvando esse material na pasta “**GeoGebra**”.

Atividade 14 – Velocidade instantânea e taxa de variação instantânea

Nas atividades apresentadas a seguir, iremos aproximar o cálculo da velocidade instantânea por meio do cálculo de velocidades médias para intervalos cada vez menores e assim, relacionar esse estudo com a inclinação da reta tangente em um ponto específico.

Para isso, vamos iniciar o estudo a fim de determinar a velocidade de um objeto em movimento, em determinado instante de tempo, o que corresponde determinar a velocidade instantânea desse objeto.

Atividade 14.1 (Silva & Silva, 2015 adaptado) – Ao fim de um teste de resistência de um veículo popular, sua trajetória foi modelada de acordo com a função $f(t) = 3t^2 - 5t + 2$, onde $f(t)$ está em metros, t está em segundos.

a) Considere o intervalo de tempo $[2,3]$. Determine a velocidade média do veículo nesse intervalo de tempo.

Tabela 1.13 – Deslocamento do veículo no intervalo de tempo $[2,3]$

t	2	3
$f(t) = y$		

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 1.14 – Cálculo da velocidade média do veículo segundo a função $f(t) = 3t^2 - 5t + 2$, no intervalo de tempo $[2,3]$

$\Delta_t = t_2 - t_1$	$\Delta_y = f(t_2) - f(t_1)$	$V_m = \frac{\Delta_y}{\Delta_t}$

Fonte: Elaborada

pelos autores.

b) Determine, agora, a velocidade média do veículo em intervalos de tempo cada vez menores, a fim de aproximar a velocidade média da velocidade instantânea do veículo em $t = 2$ s. Para isso, preencha a tabela abaixo, utilizando 5 casas decimais.

Intervalo de tempo $[t_1, t_2]$	Intervalo de deslocamento $[y_1, y_2]$	$\Delta_t = t_2 - t_1$	$\Delta_y = y_2 - y_1$	$V_m = \frac{\Delta_y}{\Delta_t}$
------------------------------------	---	------------------------	------------------------	-----------------------------------

[2; 2, 1]				
[2; 2, 01]				
[2; 2, 001]				
[2; 2, 0001]				

Tabela 1.15 – Cálculo da velocidade média do veículo em intervalos de tempo cada vez menores a fim de aproximar a velocidade média da velocidade instantânea em $t = 2$ s

Fonte: Elaborada pelos autores.

- c) Observando a tabela, é possível verificar que os valores de Δ_t estão se aproximando de _____, à medida que os valores da velocidade média V_m se aproximam cada vez mais de _____.

CONCLUSÃO

Intuitivamente, pode-se dizer que **quanto menor o intervalo de tempo considerado, mais próxima a velocidade média fica da velocidade instantânea**. Dessa forma, a velocidade do veículo no instante $t = 2$ s é _____.

Sendo assim, nesse caso, podemos escrever que

$$\lim_{\Delta_t \rightarrow 0} V_m = \lim_{\Delta_t \rightarrow 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_t} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Atividade 15 – Reta tangente ao gráfico de uma função quadrática

As atividades seguintes propõem compreender e interpretar o significado da reta tangente ao gráfico de uma função quadrática.

Atividade 15.1 Interpretando o significado de reta tangente ao gráfico de uma função quadrática

Vimos anteriormente que a velocidade média de $f(t)$ em relação a t em um intervalo qualquer, corresponde ao coeficiente angular (ou inclinação) da reta secante definida por dois pontos da forma $(t, f(t))$, extremos desse intervalo. Verificamos também que à medida que o intervalo Δ_t se aproxima de zero, mais próxima a velocidade média fica da velocidade instantânea.

Agora, utilizando a mesma situação da atividade 15.1 vamos verificar que à medida que o intervalo Δ_t diminui tendendo a zero, os pontos que definem a reta secante aproximam-se cada vez mais um do outro, de forma que a reta tenda a tangenciar a representação gráfica da função $f(t)$. Para verificar isso, siga os passos a seguir:

- Abra uma nova janela do GeoGebra (clique em “Arquivo” e em “Nova janela”). Em seguida, digite na “Entrada de comandos” a função $f(t) = 3t^2 - 5t + 2$ e clique “Enter”.
- Digite na “Entrada de comandos” o ponto $A = (2, f(2))$.
- Clique no “botão 4” e selecione “Reta tangente”. Então, clique sobre o ponto A e sobre a função $f(t)$.
- Em seguida, marque um ponto B qualquer sobre o gráfico da função $f(t)$. Para isso, clique no “botão 2”, selecione “Ponto” e clique sobre a parábola, que é a representação gráfica da função $f(t)$.
- Clique no “botão 3” e selecione a opção “Reta”. Então, clique no ponto A e no ponto B , traçando assim, a reta definida por esses dois pontos. Clique com o botão direito do mouse sobre a reta, selecione “Propriedades” e altere a cor da reta para azul.
- Agora, clique no “botão 8”, selecione “Inclinação” e clique sobre a reta definida pelos pontos A e B .
- Clique no “botão 1” e selecione a opção “Mover”. Então, movimente o ponto B .
- À medida que o ponto B se aproxima do ponto A , o intervalo de tempo Δ_t se aproxima de _____.
- Aproximando o ponto B o máximo possível do ponto A , os valores do coeficiente angular a , que é possível observar tanto na janela de álgebra na aba número ou na equação da reta definida pelos pontos A e B , quanto no triângulo formado pela ferramenta “Inclinação”, se aproximam cada vez mais de _____.

Salve a atividade realizada no GeoGebra: clique em “Arquivo”, selecione “Gravar como”, digite seu nome, encontro 4 e *material 17*, salvando esse material na pasta “GeoGebra”.

CONCLUSÃO

Podemos concluir, geometricamente, que quando o intervalo de tempo tende a _____, ou seja, quando o ponto B se aproxima o máximo possível do ponto A , a velocidade média do veículo tende à sua velocidade instantânea, que é igual a _____, como já havíamos concluído na algebricamente na atividade anterior.

Podemos concluir também que, para uma função $f(x)$ qualquer, o valor da taxa de variação instantânea de $f(x)$ em relação a x em um ponto qualquer de seu domínio corresponde ao coeficiente angular da reta $y = ax + b$, tangente à representação gráfica da função $f(x)$ nesse ponto.

Atividade 15.2 – Equação da reta tangente

Na atividade anterior trabalhamos com a ideia da reta tangente ao gráfico de uma função. Agora, iremos escrever a equação dessa reta conhecendo seu coeficiente angular e o seu ponto de tangência.

- Abra uma nova janela no GeoGebra. Então digite na “**Entrada de comandos**” a função $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$ e aperte “**Enter**”.
- Digite na “**Entrada de comandos**” o ponto $A = (2, f(2))$ e clique “**Enter**”.
- Clique no “**botão 4**” na barra de ferramentas, selecione a opção “**Reta tangente**”, clique no ponto **A** e na **representação gráfica** da função.
- Clique no “**botão 2**” e selecione a opção “**Ponto**”. Agora marque um ponto **B** qualquer sobre a **reta tangente**.
- Complete a tabela abaixo para encontrar o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$ no ponto A.

Tabela 1.16 – Cálculo do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$ no ponto A
Fonte: Elaborada pelos autores.

Ponto A (x, y)	Ponto B (x, y)	$\Delta x = x_2 - x_1$	$\Delta y = y_2 - y_1$	Coeficiente angular da reta $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
(____, ____)	(____, ____)			

- Agora, clique sobre o “**botão 8**” na barra de ferramentas do GeoGebra e selecione “**Inclinação**”. Clique sobre a reta e verifique se o valor do coeficiente angular (ou inclinação) da reta tangente é o mesmo que você encontrou no item anterior.
- Use o valor do coeficiente angular que você calculou anteriormente e o ponto $A = (____, ____)$, onde $x = ____$ e $y = ____$, substitua esses valores na equação da reta tangente $y = ax + b$ e encontre o valor de b .
- A equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$ no ponto A é _____.
- Verifique na janela de álgebra do GeoGebra se a equação da reta tangente é a mesma que você encontrou.

Salve a atividade realizada no GeoGebra: clique em “**Arquivo**”, selecione “**Gravar como**”, digite seu nome, encontro 4 e *material 18*, salvando esse material na pasta “**GeoGebra**”.

Resolva a situação a seguir, baseando-se na atividade 15.2.

Atividade 15.3 (Anton, Bivens, & Davis, 2014 adaptado) – Suponha que $f(x) = -2x^2 + 5x + 1$ seja a função posição de uma partícula, onde $f(x)$ está em metros e x está em segundos. Encontre a velocidade instantânea da partícula no instante $x = 2$ s.

Para resolver essa situação você pode levar em consideração que, para uma função $f(x)$ qualquer, o valor da taxa de variação instantânea de $f(x)$ em relação a x em um ponto qualquer de seu domínio corresponde ao coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x)$ nesse ponto, e assim, é possível concluir que a velocidade instantânea da partícula no instante $x = 2$ s é _____.

CONCLUSÃO

A partir do estudo realizado, podemos concluir que o **coeficiente angular** da reta tangente no ponto P é a **taxa de variação** _____ neste ponto.

Responda detalhadamente o questionário a seguir:

- O que você aprendeu nesse encontro?
- Você teve dificuldade em realizar alguma atividade? O que você não entendeu?
- O que você mais gostou de fazer?
- O que você não gostou de fazer?
- Espaço para comentar

EDUCAR PARA A PESQUISA: PROJETO “OLIMPIADAS” COMO ENTRELACAMENTO DAS LINGUAGENS

Osmar Antônio Cerva Filho - Anna Cervo
prof.osmar@gmail.com - annaccervo@gmail.com
EMEB Dr. Liberato Salzano Vieira da Cunha / Brasil

Núcleo temático: VI Matemáticas y su integración con otras áreas

Modalidad: P

Nível educativo: 2. Primario (6 a 11 años)

Palabras clave: pesquisa; projetos; interdisciplinaridade

Resumo

A escola atua na formação do aluno; por isso, deve fazer com que procurem, investiguem, questionem e produzam conhecimento. Nesse sentido, acreditamos que um projeto de pesquisa é uma importante ferramenta para o aluno construir conhecimentos, tornando-o sujeito de sua aprendizagem. Este trabalho justifica-se pela necessidade de se ‘aprender a pesquisar’, aliando conceitos matemáticos e linguísticos. Definimos projeto, a partir de nossa experiência, como um recurso didático capaz de transformar o aprendizado, tornando-o significativo. Dessa forma, escolhemos o tema ‘Olimpiadas’, por gerar diversas possibilidades em sala de aula para o desenvolvimento cognitivo, motor e social. O objetivo deste trabalho é contextualizar o evento esportivo, proporcionando a pesquisa em sala de aula. Adotamos a metodologia de projetos para embasar nosso fazer docente, trabalhando interdisciplinarmente, uma vez que o processo metodológico de aprendizagem envolve níveis de inter-relacionamento de informações, conteúdos, conhecimentos e saberes. O planejamento do projeto pautou-se pela definição de conteúdos; sequencia ordenada de atividades; e, avaliação permanente. Como resultados, destacamos a autonomia desenvolvida nos estudantes e a compreensão inicial do que é/de como se faz pesquisa. Acreditamos que tal projeto didático estimulou a aprendizagem, subsidiou e instrumentalizou a produção de conhecimento discente, no sentido da ação, reflexão e discussão.

Introdução

É sabido que o tema ‘Olimpiadas’ gera diversas possibilidades em sala de aula, tanto pelo gosto dos educandos em relação à prática de Educação Física, quanto pelas oportunidades de desenvolvimento cognitivo, motor e social. A fim de unir essas possibilidades em um trabalho maior, o qual una os componentes curriculares do terceiro ano do segundo ciclo do Ensino Fundamental, e principalmente as diferentes linguagens, o projeto ‘Olimpiadas’ é idealizado.

Nosso trabalho foi realizado na Escola Municipal de Educação Básica Dr. Liberato Salzano Vieira da Cunha, localizada no município de Porto Alegre, RS, Brasil. Tal escola é

composta por aproximadamente 1600 alunos, desde a Educação Infantil (04 anos) ao ensino pós-médio, com os cursos Normal e Técnico em Administração.

A escola atua na formação do aluno; por isso, deve fazer com que procurem, investiguem, questionem e produzam conhecimento. Nesse sentido, acreditamos que um projeto de pesquisa é uma importante ferramenta para o aluno construir conhecimentos, tornando-o sujeito de sua aprendizagem. Através dessa visão, este projeto justifica-se pela necessidade de se ‘aprender a pesquisar’, aliando conceitos matemáticos e linguísticos com cidadania, motivação e hábitos saudáveis. A pesquisa é uma importante ferramenta para o aluno construir conhecimentos, para torná-lo sujeito de sua aprendizagem.

O objetivo geral do projeto é contextualizar o evento esportivo, proporcionando a pesquisa em sala de aula – localizando informações, interpretando-as, percebendo as diferentes manifestações da linguagem (verbal, não verbal, matemática e corporal).

Conhecer a história dos jogos olímpicos, desde a Grécia até os dias atuais, identificar as primeiras modalidades esportivas, refletir sobre a importância dos jogos olímpicos e, identificar o significado de símbolos olímpicos, tornaram-se especificidades da pesquisa. Além dessas, em concomitância ao estudo de matemática previsto para o projeto, espera-se que os alunos, ao concluí-lo, sejam capazes de: reconhecer grandezas como comprimento, massa, capacidade superfície e volume; identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medir diferentes grandezas, fazendo uso de terminologia própria; usar o agrupamento de dados em um gráfico de barras para melhor organizá-los, sintetizá-los e apresentá-los; manejar e utilizar corretamente instrumentos de medida; representar um ponto como uma localização no plano / espaço; estabelecer conversões entre algumas unidades de medida mais usuais na resolução de situações-problema; valorizar o trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e em sua validação; usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos; desenvolver a criticidade na análise de dados contidos em tabelas e gráficos; desenvolver a capacidade de investigação; desenvolver a própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, aliando a autoestima e a perseverança na busca de soluções; validar estratégias e resultados e desenvolver formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia e estimativa; compreender o sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam, e a extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números decimais; reconhecer que um mesmo número pode ser expresso na forma de fração e

decimal, estabelecendo relações entre essas representações; reconhecer de frações em diferentes contextos e exploração de situações-problema que indiquem relação parte-todo, medida, quociente ou razão; e, compreender o conceito de ângulo, associado às ideias de giro, abertura, inclinação e região.

Outra especificidade é o entrelaçamento das diferentes linguagens, ou como abordamos no projeto, das diferentes disciplinas. Nesse sentido, também emerge do projeto, como objetivo específico, incentivar processos de leitura, que favoreçam a interpretação e compreensão do mundo; exercitar, através dos gêneros textuais texto científico e fanzine, a produção escrita; construir o conceito de paráfrase, por meio de exemplos e exercícios práticos; compreender a definição das classes gramaticais (substantivo, adjetivo, artigo e numeral) e seus usos.

Ao finalizar o trabalho, almeja-se que os alunos construam uma apresentação final, impressa e digital.

A construção do projeto Olimpíadas

A estrutura clássica da escola, com disciplinas apresentadas desvinculadas umas às outras não atende mais às demandas sociais estabelecidas. O processo de ensino/aprendizagem está mais dinâmico, condizendo com as características dos alunos. Dessa forma, apresentar um plano de ensino que vá de encontro a essas características pode resultar em insucesso escolar.

Acreditando que a escola deve formar alunos pesquisadores – que procuram, investigam, questionam e produzem conhecimento –, optamos em adotar uma metodologia de ensino que incluísse a pesquisa como instrumento de aprendizagem. Adotamos a metodologia de projetos, trabalhando interdisciplinarmente, uma vez que o processo metodológico de aprendizagem envolve níveis de inter-relacionamento de informações, conteúdos, conhecimentos e saberes.

Para promover o processo de aprendizagem, dentro da metodologia de projetos, é preciso (INSTITUTO VERITAS, 2011):

1. Fazer uma boa pergunta:

O professor deve anunciar um tema e formular uma pergunta, uma pesquisa deve estar alicerçada numa situação-problema, em um mal-estar que instigue o aluno a pesquisar, sendo que esta pergunta não deve ser abrangente a ponto de produzir respostas genéricas ou apenas optativas, contudo, não pode ser muito específica, exigindo do aluno conhecimentos específicos e técnicos do assunto.

Formular perguntas que instigue o aluno a pesquisar, que coloque as respostas em conflito com outras possibilidades de interpretação e fontes é o desafio do professor na pesquisa. Bem como, não basta apenas apresentar uma “resposta”, é preciso, ou ainda,

central na pesquisa, que o aluno selecione livros e leituras que ajude ele a justificar a sua “resposta”.

2. Indicar fontes seguras:

Um elemento importante da pesquisa é a fonte de pesquisa do aluno, e para tanto é necessário que o aluno tenha a habilidade de perceber que muitas informações não possuem a devida confiabilidade, não são informações seguras, então, nesta segunda etapa da pesquisa, o professor deve atentar as fontes de pesquisa do aluno, e caso necessário, alertá-lo da inconsistência de certas informações.

3. Ensinar a interpretar:

Neste momento faz-se necessário que o aluno se acostume a fazer anotações e resumos dos materiais e fontes dos quais lança mão da pesquisa, essas anotações e resumos vão auxiliá-lo na hora de fazer interpretação.

Para interpretação, o aluno tem que estar ciente de que seu problema permite algumas variáveis interpretativas, e dependendo da fonte, até contrárias. Neste ponto, o que está em jogo não é tanto o resultado final da pesquisa, mas sim, os próprios meios, ou seja, não é se para a resolução da pesquisa o aluno faz a opção de “A” ou “B”, mas o que levou ele a fazer esta opção, quais foram os pontos determinantes que levou ele a fazer opção por “A” e não por “B”.

Cabe aqui também uma nota para o professor, ele deve perceber se o aluno está preparando para abordar determinados problemas, haja visto que se este não tiver conhecimento prévio do assunto, pode encontrar muitas dificuldades no desenvolvimento da pesquisa, podendo inclusive interrompê-la.

4. Orientar a produção escrita:

Para estudar, faz-se necessário não apenas leituras e pesquisas, mas também a escrita, na medida mesmo em que é neste momento que o aluno lança mão das categorias que aprendeu nas leituras para analisar e se desafiar a responder o problema, a pergunta proposta pelo professor.

Neste sentido, voltamos a frisar a importância das anotações e resumos dos materiais e fontes utilizadas pelo aluno, já que neste momento, elas poderão ser muito úteis no desenvolvimento do artigo final da pesquisa, deixando claro, que não se trata aqui de uma cópia do texto, a cópia neste caso é indesejável, na medida mesmo em que demonstra que o aluno não possui habilidade suficiente para desenvolver e se articular no problema.

5. Socializar os trabalhos:

Na socialização é possível algumas variáveis, no caso de a turma estudar um tema que possibilita algumas variáveis, é possível agora criar um grande debate na sala de aula, onde as diferentes leituras e interpretações possam ser confrontadas.

O ideal aqui é desafiar os alunos a produzirem seminários e debates, onde os alunos são chamados a defender suas respostas, a justificar suas opções.

Tomamos como “projeto” a ideia de “atividade estruturada que busca resolver um problema” (PORTAL EDUCAÇÃO, p. 30). O aluno torna-se protagonista de sua própria aprendizagem quando instigado a participar, a buscar; envolve-se no desenvolvimento das atividades. É uma forma singular de repensar o aluno na escola.

O trabalho com projeto tem dois grandes objetivos: i) didático, o qual envolve as competências e habilidades a serem desenvolvidas; e ii) social, o qual se trabalha com a construção de um produto final (PORTAL EDUCAÇÃO, p. 31).

Tomando tais considerações para elaboração de nosso plano de ensino, planejamos nosso projeto da seguinte forma. Em primeiro lugar, buscamos a lacuna das turmas de sexto ano do ensino fundamental, o que eles sabiam e o que julgávamos necessário que soubessem: sabiam utilizar o computador como forma de lazer (redes sociais, sites de vídeos, sites de jogos), entretanto não conheciam os mecanismos de busca, pesquisa, nem de escrita. Assim, estabelecemos nosso objetivo primeiro: ensiná-los a pesquisar.

A partir disso, o tema do projeto foi definido em conjunto com o grupo de alunos: Olimpíadas. Aliamos o interesse dos alunos pelos esportes e a culminância do evento esportivo em nosso país.

O sexto ano da escola era formado por três turmas de 28 alunos, totalizando 84 alunos. Os alunos foram subdivididos em 21 grupos, com quatro integrantes por grupo. Cada grupo foi responsável por dez nações participantes do evento esportivo e três modalidades esportivas.

Em segundo lugar, propusemos o itinerário formativo, ou seja, o caminho a ser percorrido. Estabelecemos duas tarefas iniciais, cujo objetivo era extrair informações explícitas da web, desde que referenciadas. Nesse momento do trabalho, pudemos dar vistas a ideia de plágio (ctrl + c, ctrl + v) e as consequências disso. O intuito era “eliminarmos o distanciamento entre vida e a escola, além de propiciarmos a integração do educando à própria vida” (MENEGOLLA, p. 105).

Em terceiro lugar, os grupos de alunos foram instigados a criarem um texto apresentando todas as informações buscadas na web. Pretendemos, com isso, o desenvolvimento crítico e reflexivo da sua pesquisa.

Infelizmente, o término do ano escolar não permitiu que o restante das ações fosse colocado em prática. No entanto, além de todo o conhecimento matemático, linguístico e socioeconômico, o trabalho permitiu perceber os papéis do processo de ensino/aprendizagem: **professor** como incentivador, problematizador, orientador e mediador; **aluno** como agente da sua própria aprendizagem.

Resultados Parciais

Todo projeto busca um produto final. Buscávamos dois: produto físico e produto abstrato. Tencionávamos uma produção bibliográfica – um livro escrito e produzido pelos alunos – e a aprendizagem de conteúdos matemáticos e linguísticos, principalmente.

Conforme já dito anteriormente, o ano escolar teve fim antes de concluirmos o trabalho. Entretanto, para além da aprendizagem acadêmica dos conteúdos definidos no nosso planejamento, destacamos a autonomia estabelecida pelos alunos frente à pesquisa – buscam elementos, parafraseiam, constroem texto; utilizam os recursos da web como ferramenta de pesquisa e armazenamento de informações (e-mail, drive); utilizam formas de comunicação oficial, como o e-mail; estabelecem relações entre os conceitos matemáticos estudados; trocam experiências; trabalham em grupo.

Acreditamos que tal projeto didático estimulou a aprendizagem, subsidiou e instrumentalizou a produção de conhecimento discente, no sentido da ação, reflexão e discussão.

Ações futuras

Nas etapas seguintes, não necessariamente no decorrer do ano letivo de 2017, pretendemos desenvolver especificamente a produção e a interpretação de gráficos e tabelas com os dados coletados; a produção de fanzines; o aperfeiçoamento do material escrito – científico e cultural; a apresentação da pesquisa para a comunidade escolar, em formato seminário; e, a publicação da pesquisa em material impresso.

Referências bibliográficas

Bagno, M. (2007). *Pesquisa na Escola o que é como se faz*. São Paulo: Loyola. 21 ed.

Elaboração de projetos educacionais/Portal Educação. (2012). Campo Grande: Portal Educação.

Fronteiras do Pensamento. (2015). *Diálogos com a Geração Z: a evolução e o conhecimento científico*. Porto Alegre: Fronteiras da Educação. Ano 6, #01.

Fronteiras do Pensamento. (2015). *Diálogos com a Geração Z: educação e democratização do conhecimento na web*. Porto Alegre: Fronteiras da Educação. Ano 6, #03.

Gandin, D. (1983). *Planejamento como prática educativa*. São Paulo: Edições Loyola.

Instituto Veritas. *Ensinando as crianças a pesquisar*.
<http://institutoveritas2010.blogspot.com.br/2011/03/ensinando-as-criancas-pesquisar.html>.
Consultado 29/07/2016

Leonardo, F. M. (2010). *Matemática: Projeto Araribá*. São Paulo: Moderna.

Martinez, M.J. e Lahore, C. O. (1977). *Planejamento Escolar*. Saraiva: São Palo.

Martins, A. R. e Moço, A. Como ensinar por meio da pesquisa (2010). <http://novaescola.org.br/formacao/como-ensinar-meio-pesquisa-607943.shtml>. Consultado 29/07/2016.

Menegolla, M. e Sant'anna, I. M. (1991). Por que planejar? Como Planejar? Currículo – Área – Aula. Petrópolis/RJ: Vozes.

Yamai, F. *O que é fanzine?* <https://fanzineexpo.wordpress.com/o-que-e-fanzine/> Consultado 06/08/2016.

Zabala, A. (1998). *A prática Educativa: como ensinar*. Porto Alegre: ArtMed.

AFECTIVIDAD HACIA LAS MATEMÁTICAS EN UN EVEA

Jiménez-Gestal, Clara - Jorge-Pozo, Daniel - Murillo Ramón, Jesús.
clara.jimenez@unirioja.es; dajorgp@unirioja.es; jesus.murillo@unirioja.es;
Universidad de La Rioja (España), C.P.C. Escuelas Pías (España), Universidad de La Rioja
(España).

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: P

Nivel educativo: Educación Secundaria

Palabras clave: EVEA, afectividad, matemáticas, Scratch

Resumen

Presentamos un estudio de casos sobre la mejora de la afectividad por parte de los alumnos de secundaria hacia la asignatura de matemáticas utilizando un EVEA (Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje) cuya estructura básica la constituyen Scratch, Edmodo, PowToon y actividades específicas correspondientes al currículo de Matemáticas de E.S.O.

Comenzamos con una breve descripción de los elementos del EVEA y las principales características de las actividades específicas diseñadas, todas ellas enmarcadas en el bloque 1 de Aritmética de la asignatura de matemáticas de primero de la E.S.O. según el Decreto 19/2015, de 12 de junio, de la Comunidad Autónoma de La Rioja.

A continuación describimos el análisis de resultados obtenidos por tres alumnos, seleccionados en función de sus resultados académicos anteriores y la información aportada por un test sobre la afectividad creado al efecto.

Como conclusión podemos decir que en al menos dos de los tres casos la afectividad hacia las matemáticas ha aumentado considerablemente, en el otro caso no ha aumentado al mismo nivel que los otros dos. Respecto a los resultados académicos, estos han mejorado, pero no han llegado a suponer un aumento tan considerable como puede llegar a ser en la afectividad.



AFFECTIVIDAD HACIA LAS MATEMÁTICAS EN UN EVEA

Jiménez Gestal, Clara, Jorge Pozo, Daniel, Murillo Ramón, Jesús. Departamento de Matemáticas y Computación. Universidad de La Rioja, Logroño.

RESUMEN

Presentamos un estudio de casos sobre la mejora de la afectividad por parte de los alumnos de secundaria hacia la asignatura de matemáticas utilizando un EVEA (Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje) cuya estructura básica la constituyen Scratch, Edmodo, PowToon y actividades relativas al currículo de Matemáticas de E.S.O.

Comenzamos con una breve descripción de los elementos del EVEA y las principales características de las actividades específicas diseñadas, todas ellas enmarcadas en el bloque 1 de Aritmética de la asignatura de matemáticas de primero de la E.S.O. según el Decreto 19/2015, de 12 de junio, de la Comunidad Autónoma de La Rioja. A continuación describimos el análisis de resultados obtenidos por tres alumnos, seleccionados en función de sus resultados académicos anteriores y la información aportada por un test sobre la afectividad creado al efecto.

Como conclusión podemos decir que en dos de los tres casos la afectividad hacia las matemáticas ha aumentado considerablemente, en el otro caso no ha aumentado al mismo nivel. Respecto a los resultados académicos, estos han mejorado, pero no han llegado a suponer un aumento tan considerable como puede llegar a ser en la afectividad.

OBJETIVOS

El principal objetivo de la investigación es comprobar como puede mejorar la afectividad de los alumnos de secundaria hacia la asignatura de matemáticas, utilizando un EVEA basado en la programación. Además hemos trabajado una serie de sub-objetivos:

- Comprobar si, como dice Martínez (2003), las creencias y todo el entorno socio-cultural que rodea al alumno afecta de forma significativa a la afectividad hacia las matemáticas.
• Relacionar afectividad hacia la asignatura con resultados académicos (Gómez, 2000).
• Comprobar si nuestro EVEA desarrolla las competencias en matemáticas y aumenta la motivación en los alumnos según Marcos (2008).
• Introducir el pensamiento computacional en el currículo de secundaria (Valverde, Fernández y Garrido, 2015) a través del uso de la programación informática en las aulas de la asignatura de matemáticas.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada ha consistido en:

- Aplicar un pre-test para conocer la afectividad hacia las matemáticas.
• Analizar una serie de características de los alumnos para determinar los perfiles a estudiar mediante grupo de contraste.
• Usar y aplicar las herramientas que se muestran a continuación.
• Realizar las diferentes actividades propuestas para resolver con las herramientas, centrándonos en la programación para la evaluación.
• Aplicar el post-test, que es el mismo test que al principio para poder comparar la evolución de la afectividad en el grupo de alumnos seleccionado.

HERRAMIENTAS

- Pre/post-test
• Powtoon: aplicación free-software
• Scratch: aplicación free-software
• Edmodo: aplicación free-software, plataforma online para comunicaciones
• Actividades
• Prueba de evaluación



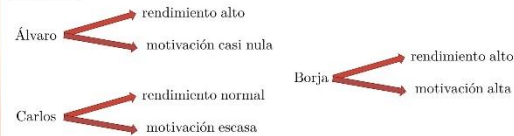
CONTEXTO / AULA

El aula dónde hemos aplicado la metodología de trabajo, corresponde al curso de 1º de E.S.O., concretamente en el grupo de refuerzo curricular. Es un aula compuesta por 17 alumnos, de diferentes nacionalidades y con edades comprendidas entre los 12 y los 15 años.

Entre los alumnos se han seleccionado tres de perfiles diferentes, Álvaro, Borja y Carlos

Cada uno de ellos tiene una situación socio-cultural muy diferente a la de sus compañeros. Todos ellos tienen algún tipo de carencia en lo académico o en lo social. Los tres alumnos han repetido al menos una vez un curso tanto en primaria como en secundaria.

Para la selección de los alumnos, se ha tenido en cuenta, por un lado su rendimiento académico previo y por otro la componente motivacional de la afectividad.



RESULTADOS / CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos fueron muy dispares en lo académico y en lo motivacional.

Álvaro presentó unos resultados académicos muy parecidos antes y después de utilizar esta metodología. Cabe comentar que se negó a realizar la prueba final por problemas personales. En cambio en el aspecto motivacional, como muestran los resultados del post-test, el alumno ha aumentado su afectividad hacia las matemáticas.

Borja presentó unos resultados académicos buenos tanto antes de utilizar la metodología como después. En cuanto a la afectividad hacia las matemáticas, en este caso ha aumentado, no tan considerablemente como Álvaro pero sí en varios aspectos.

Carlos presentó resultados académicos, tras utilizar la metodología, ligeramente mejores que antes de utilizarla, pero en cuanto a la afectividad, este alumno no la ha aumentado. La diferencia que nos muestra el post-test en relación al pre-test es mínima.

Se ha comprobado una evolución positiva de la afectividad utilizando un EVEA, que corrobora lo que dice Marcos (2008). Asimismo se comprueba la tesis de Valverde, Fernández y Garrido (2015) respecto a la utilización del pensamiento computacional en el currículo de secundaria.

Con nuestros resultados no podemos asegurar que el incremento motivacional suponga un mayor rendimiento académico, como afirma Gómez(2000).

REFERENCIAS

List of references including Martínez Padrión (2003), Gómez Clacón (2000), Marcos (2008), and Valverde, Fernández y Garrido (2015).

Referencias bibliográficas

- Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Marcos, G. (2008). *Modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. (Tesis doctoral). Universidad de La Rioja, Logroño.
- Martínez Padrón, O. (2003). *El dominio afectivo en la educación matemática: Aspectos teórico-referenciales a la luz de los encuentros educativos*. Trabajo de Ascenso no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero, (2003).
- Valverde, J., Fernández, M^a R. y Garrido, M^a del C. (2015). *El pensamiento computacional y las nuevas ecologías del aprendizaje*. RED, 46 (3). doi: 10.6018/red/46/3.

AS INTERAÇÕES DOS ALUNOS NO TRABALHO DE GRUPO: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 9.º ANO

Maria Júlia Alves – Maria Helena Martinho
mariara362@gmail.com – mhm@ie.uminho.pt
CIEd- UMinho, Portugal

Núcleo temático: Aspectos socioculturais da educação matemática

Modalidade: Poster

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Palavras chave: Trabalho de grupo, Padrões de interação, interações.

Resumo

O presente estudo reveste-se de uma natureza qualitativa e tem por base dados recolhidos, relativos aos comportamentos naturais dos alunos. Este estudo resultou de uma intervenção pedagógica supervisionada, realizada no ano letivo de 2012/2013 numa escola no norte de Portugal, em torno de quatro questões de investigação: (1) Quais os padrões de interação entre os alunos ao longo da realização do trabalho de grupo? (2) De que forma é que a tipologia de tarefa influencia os padrões de interação no trabalho de grupo? (3) Quais as perceções dos alunos sobre a importância do grupo para a aprendizagem da Geometria? (4) Qual a relação entre as perceções dos alunos sobre o trabalho de grupo e a sua aprendizagem em Geometria? Neste poster, apresentam-se os padrões de interação entre os alunos de três grupos ao longo da realização de diferentes tarefas em Geometria, assim como algumas das suas perceções sobre as tarefas recolhidas, através de uma entrevista realizada aos grupos. Em termos de resultados obtidos, verificou-se que os padrões de interação dos grupos foram diferentes de acordo com as diferentes tarefas, e que diferentes tarefas propiciam diferentes tipos de colaboração entre os alunos em grupo.

Introdução

Sendo o trabalho de grupo uma das formas de organização dos alunos em sala de aula que potencia a interação entre alunos, afigura-se importante conhecer melhor como essas interações se estabelecem. As interações no grupo podem ocorrer tanto na presença como na ausência do professor. Neste trabalho, estudam-se as interações que ocorrem ao longo do trabalho de grupo na aula, e de forma particular, nos momentos autónomos. Pretende-se contribuir para um conhecimento mais aprofundado sobre as interações e como é que se ouvem mutuamente e tomam as decisões necessárias.–Colocar simplesmente os alunos em grupo, permitindo que interajam ao longo da elaboração da(s) tarefa(s) proposta(s), pode não significar a maximização das suas oportunidades de aprendizagem (Johnson & Johnson, 1994). Do mesmo modo que os alunos podem ser encarados como um veículo facilitador para a aprendizagem uns dos outros,

podem também dificultá-la ou até mesmo impedi-la (Johnson & Johnson, 1994). Saber como interagem os alunos em grupo é importante para que o professor esteja consciente do que pode acontecer no decurso de um trabalho e para evitar fortes discrepâncias em relação aos resultados expectáveis. Mais ainda, esse conhecimento contribui para que o professor possa atuar de modo a maximizar as aprendizagens dos alunos.

Metodologia

O presente estudo é baseado numa abordagem qualitativa e interpretativa, adequando-se à exploração e interpretação de interações. A recolha de dados contou com a observação de contextos e entrevistas, recorrendo também a gravações audiovisuais.

A observação dos contextos, escola e turma, iniciou-se na segunda semana de aulas do ano letivo de 2012/2013, numa escola da zona Norte de Portugal. A turma onde foi desenvolvido este estudo é composta por 23 alunos, com uma média de idades de 14 anos, organizados em grupos de quatro elementos. A recolha das gravações audiovisuais para este estudo decorreu no mês de janeiro de 2013, tendo sido filmadas aulas de 90 minutos, com a colocação de câmaras de filmar em cada um dos grupos. Realizaram-se entrevistas com o objetivo de esclarecer aspetos relativos à resolução das tarefas, que não eram perceptíveis nas transcrições das aulas.

Interações

Podemos interpretar uma interação educativa como sendo a relação dinâmica que se mantém entre o professor e um grupo de alunos, ou entre os alunos. A interação pode ocorrer através da comunicação verbal (*interação verbal*) ou não verbal (por exemplo, observando a resolução da tarefa de um colega). Este artigo centra-se nas interações entre alunos, mais especificamente as decorridas entre alunos do mesmo grupo, sem a intervenção do professor.

O referencial teórico para o estudo das interações teve por base os seguintes autores: Artzt e Armour-Thomas (1992), Webb (1982, 1991) e Cobb (1995). Webb (1982, 1991) foca as interações individuais dos alunos, enquanto que os restantes autores, Cobb(1995) e Artzt e Armour Thomas (1992) focam as interações dos alunos em grupo.

Para Artzt e Armour-Thomas (1992), numa sala de aula, grupos diferentes interagem de maneira diferente, bem como, diferentes cenários podem surgir ao longo da realização dos trabalhos num mesmo grupo. Para esquematizar cada cenário, as autoras utilizam circunferências para representar cada aluno do grupo, e setas para representar as interações entre eles.

Para Artzt e Armour-Thomas (1992), numa sala de aula grupos diferentes interagem de maneira diferentes e diferentes cenários podem surgir ao longo da realização dos trabalhos. Para

esquematizar cada cenário, as autoras utilizam circunferências para representar cada aluno e setas para representar as interações entre eles (figuras 1 e 2).

Cobb (1995) fala de diferentes padrões de interação entre pares. Para este autor, há dois níveis de análise de interação entre os alunos do mesmo grupo: (1) ao nível do *processo* e (2) ao nível do *resultado*. Ao nível do processo, este autor distingue a *colaboração direta* e a *indireta*. Neste trabalho, surgiu a necessidade de usar dois outros padrões de interação, *colaboração-semidireta* (adaptado de “um aluno mostra como se faz”, Artz & Armour-Thomas (1992)) e *interação oculta* (adaptado - Webb). Ao nível do *resultado*, Cobb (1995) considera que este pode ser *univocal* ou *multivocal*.

Resultados

Nesta secção, apresentam-se os diferentes padrões evidenciados em duas tarefas. A primeira comporta duas fases, a saber: a fase exploratória e a fase da justificação escrita e a segunda é um exercício com recurso ao transferidor (anexo).

Tarefa 1- Fase exploratória

Nesta fase da tarefa evidenciaram-se os padrões de colaboração semi-direta, indireta e interação oculta.

A *colaboração semi-direta* é um tipo de situação que se verifica quando um aluno faz a maior parte do trabalho, estando os restantes elementos do grupo com a sua atenção direcionada para ele, observando-o e ouvindo-o (A. Artzt, comunicação pessoal, 2013, junho 27). Esse aluno pode ser o líder explícito do grupo. No diagrama visual que representa este tipo de colaboração, as setas estão assim direcionadas para o aluno cujas interações verbais evidenciam que é ele que emite comportamentos. Nas figuras 1 e 2, evidenciam-se dois cenários em que está presente o padrão de colaboração semidirecta.

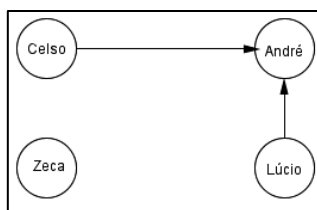
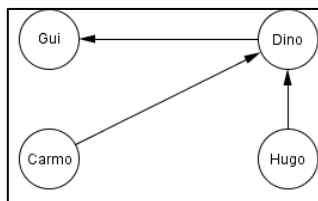


Figura 1. Colaboração semi-direta e Interação oculta.

No caso retratado na fig. 1, André faz a maior parte do trabalho, estando Celso e Lúcio a observar e a registar o que André escrevia na sua tarefa. Na fig. 2, também se evidencia o padrão de *colaboração semi-direta*, mas entre todos os alunos do grupo. Nesta situação existem dois alunos

a observarem e a registarem aquilo que Dino escreve, e este por sua vez, observa e regista aquilo que Gui escreve. Pelo contrário, na fig. 1 evidencia-se um outro padrão de interação: *interação*



oculta.

Figura 2. Colaboração semi-direta.

Interação oculta. Este é um tipo de situação que ocorre quando os alunos do mesmo grupo trabalham aparentemente sozinhos. Diz-se que trabalham em *interação oculta*, uma vez que estando todos a trabalhar na mesma tarefa, ocorrem influências em determinados momentos do processo de resolução. Zeca, apesar dos seus colegas colaborarem na resolução da tarefa, trabalha em interação oculta.

Na *colaboração indireta*, os alunos verbalizam seus pensamentos enquanto aparentemente resolvem a tarefa individualmente, não necessitando de se ouvir mutuamente. Aqui, as oportunidades de aprendizagem podem surgir quando na verbalização dos raciocínios, estes possam ser úteis para o que o colega está a fazer.

No episódio 1, dois alunos trabalham aparentemente sozinhos, enquanto André verbalizava o seu pensamento, tendo-lhe sido útil a resposta de Lúcio.

Episódio 1

André: 360, 540, agora 720, e agora mil duzentos e tal... não por acaso tenho a certeza.

Lúcio: 900.

André: Sim 900.

Importa sublinhar que André *confirmou a resposta* do colega. Nesse sentido podemos afirmar que existiu colaboração indireta.

Não foi possível observar a evidencia do padrão *colaboração direta* em que os alunos constroem a solução em conjunto, partilhando as suas interpretações e as suas atividades matemáticas.

O *resultado é univocal* quando são apenas as ideias de um dos alunos que dominam, e que por norma, representa no grupo uma autoridade científica tomando por vezes contornos sociais. O episódio 2 retrata uma situação em que Zeca apresentou a resposta correta à tarefa, contudo, diferente da do líder explícito do grupo, André.

Episódio 2

Zeca: O n refere-se aos [número de] lados do polígono. Se 3 lados é um triângulo, 4 lados tens dois triângulos, 5 lados tens 3 triângulos, 5 lados tens 3 triângulos. Tens sempre mais dois lados [do] que [o número de] triângulos.

Celso: Acho que sim.

Zeca: André deixa ver a tua.

(Pausa)

André, eu acho que é $(n-2)$ vezes 180. (Pausa) Repara que dentro de um polígono há sempre mais dois lados que um triângulo. Precisas de três lados para ter um triângulo e precisas de 4 lados para ter dois triângulos (...)

André: Mas é o que nós fizemos. n triângulos porque são os triângulos de dentro, vezes 180.

Apesar de André achar que Zeca estava correto, considerou que a sua resposta era igualmente válida, tendo-se verificado que todos os alunos do grupo escreveram a resposta de André. Em entrevista tentou-se perceber o porquê da situação. Veja-se a resposta no episódio 3.

Episódio 3

Professora: Todos escreveram a resposta do André porquê? Porque é que todos escreveram a resposta do André apesar da resposta do Zeca ser a correta?

Zeca: Porque o André tem um historial a matemática muito superior ao resto dos alunos do grupo e como é o André está sempre certo.

André: Não, não é sempre às vezes também te digo...

Zeca: (Interrompendo o André) Um bocado sim...é mais ou menos a nossa mentalidade.

No episódio 3, torna-se claro que André representa uma autoridade matemática no grupo. Esta autoridade é-lhe reconhecida pelos seus colegas de grupo e pode ser explicada por ele ser considerado o melhor aluno da turma, para além de ter tido sempre um bom desempenho a Matemática. É importante referir que a existência de autoridade matemática se revela pelas interações estabelecidas. Independentemente do que o próprio aluno acredita, ele só é uma autoridade matemática do grupo se os seus colegas aceitarem as suas soluções como válidas (Cobb, 1995), é o que acontece com André.

O resultado é *multivocal* quando os alunos do grupo exprimem as suas opiniões, tentando gerar um consenso entre as diferentes opiniões (Cobb, 1995). No episódio 4, Tadeu e Ricardo, alunos com o mesmo nível de desempenho à disciplina de matemática, tentam chegar à solução expondo os seus pontos de vista.

Episódio 4

Tadeu: Aqui tem de ser n .

Luca: Vai ficar 180 n .

Ricardo: (Dirigindo-se a Carlos) Porque se reparares é sempre o número de lados menos...

Carlos: Menos dois.

Ricardo: n menos dois vezes cento e oitenta.

Luca e Tadeu: (Observaram e registaram)

O episódio 4 mostra que a resposta foi construída pelos dois alunos, Ricardo e Tadeu, sendo o padrão ao nível do *resultado*, *multivocal*. Nesta situação, em que as interações de Carlos e Ricardo evidenciaram ao nível do *resultado* um padrão *multivocal*, os dois partilhavam da mesma interpretação da variável n , caso contrário, Carlos não teria completado de uma forma tão natural o raciocínio de Ricardo.

Tarefa 1- Fase da justificação

Quando é pedida a elaboração de uma justificação escrita, o padrão que se verificou em todos os grupos foi o de *colaboração semi-direta*, havendo sempre um aluno a ditar a resposta aos outros. O padrão é assim ao nível do resultado, *univocal*.

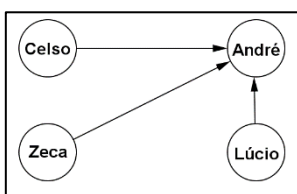


Figura 3. Colaboração semi-direta.

Tarefa 2 – Exercício com recurso ao transferidor

Nesta tarefa, evidenciaram-se os padrões de *colaboração semi-direta*, *colaboração direta* e *interação oculta*. Na fig. 4, evidenciam-se os padrões de colaboração direta, entre Lúcio e André, e semi-direta entre Celso e André. Celso observava e registava aquilo que via na tarefa de André, enquanto Lúcio e André colaboravam diretamente.

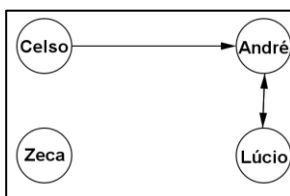


Figura 4. Colaboração direta e Colaboração semi-direta.

Zeca trabalhava em *interação oculta*. No episódio 5, evidencia-se a colaboração direta entre Lúcio e André.

Episódio 5

André: O primeiro deve ser 60.

Lúcio: (Efetuando medições com recurso ao transferidor) 60. 70.

André: Onde é que é 70? É aqui o 70? (Pausa) Agora é fácil, 60 mais 70 é igual a

Lúcio: 50.

No episódio 5, pode-se reparar que André tentou adivinhar qual a medida da amplitude de um dos ângulos internos do triângulo. Lúcio, recorrendo ao transferidor, mediu a amplitude dos três

ângulos do triângulo dado. André esperou que ele efetuasse as medições e utilizou-as para determinar a medida do terceiro. Para determinar a medida da amplitude do terceiro ângulo, André efetuou os devidos cálculos. Nota-se uma articulação entre eles de modo a utilizarem os cálculos que cada um já efetuou, para usarem na sua própria resolução. Nesse sentido, afirma-se que neste momento de realização da tarefa, estes alunos *colaboraram diretamente*.

A fig. 5 retrata o trabalho de um grupo, aparentemente individual, em *interação oculta*. Nesta forma de trabalho, não se sabe até que ponto o que cada um fez influenciou ou não o(s) outro(s). Ao nível do *resultado*, as respostas são *aparentemente individuais*.

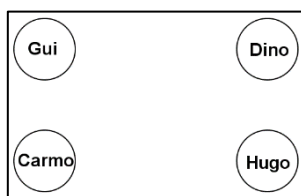


Figura 5. Interação oculta.

Conclusão

Diferentes tarefas propiciaram diferentes padrões de interação entre os grupos. Na primeira tarefa, foi na fase exploratória da tarefa que se evidenciou uma maior diversidade de padrões de interação em cada grupo. Foi também esta fase da tarefa que propiciou a evidência do padrão ao nível do resultado, *multivocal*. Segundo Cobb (1995), este tipo de padrão emerge quando os alunos partilham da mesma interpretação da tarefa, tornando-se possível a construção conjunta da solução. A fase da *justificação escrita* correspondeu a uma fase da tarefa onde três alunos dos grupos copiavam aquilo que um outro escrevia, evidenciando-se o padrão de *colaboração semi-direta* tendo a resposta sido *univocal*. Segundo Cobb (1995), situações que envolvem um padrão *univocal*, podem representar casos em que existe um aluno do grupo que detém a autoridade matemática.

No exercício com recurso a transferidor, os alunos resolviam a tarefa de forma aparentemente individual, em *interação oculta*, ou em *colaboração semi-direta* ou em *colaboração direta*. De salientar, que foi a tarefa com menor nível de exigência que propiciou a emergência do padrão de *colaboração direta*. Contudo, apesar de não ser possível constatar neste trabalho, por fazer parte de um estudo mais amplo, verificou-se nesta tarefa um número menor de interações do que na primeira tarefa, na *fase exploratória*.

Seria interessante realizar um estudo sobre interações que pudesse incidir sobre diferentes temas da matemática e com diferentes tipos de tarefas englobando um conjunto mais alargado de alunos.

Referências bibliográficas

- Artzt, A., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of MATHematical Problem Solving in Small Groups. *Cognition and instruction*, pp. 137-175.
- Cobb, P. (1995). Mathematics learning and small group interaction: Four case studies. In P. Cobb, & H. Bauersfeld, *The emergence of Mathematical meaning: Iteration in classrooms cultures* (pp. 25-129). Hillsdale: N.J.:Erlbaum.
- Johnson, D. & Johnson, R. (1994). *Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning*. Boston: Allyn & Bacon.
- Webb, N. (1982). Student Interaction and Learning in Small Groups. *Review Of Educational Research*, pp. 421-443.
- Webb, N. (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, pp. 366-389.

HACIA UNA EDUCACIÓN MATEMÁTICA ESPECIALMENTE INCLUSIVA

Angélica María Martínez – Fredy González
angelicmar5@gmail.com – fredygonzalez1950@gmail.com
Instituto Pedagógico de Maracay “Rafael Alberto Escobar Lara” Venezuela

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: Formación y Actualización Docente

Palabras clave: Educación Matemática, Educación Especial, Educación Inclusiva

Resumo

En el marco de la Educación Inclusiva es donde cobra mayor sentido la Educación Especial y, precisamente la Educación Matemática como actividad social, debe estar presta a los cambios y retos que esto plantea, particularmente en la capacitación matemática de las personas con necesidades educativas especiales (NEE) con alguna discapacidad o sin ellas. En este trabajo se concibe a la Educación Matemática Especialmente Inclusiva (EMEI) como un campo disciplinar de convergencia sinérgica entre Educación Inclusiva (EI), Educación Especial (EE) y Educación Matemática (EM), en cuyo contexto los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática han de ser gestionados por un docente que posea una formación específica que incluya cuestiones generales de la Educación Inclusiva y la Educación Especial, así como las vinculadas con los ámbitos de saberes del profesor que enseña Matemática. Así, este trabajo trata de una investigación de carácter doctoral relacionada con la formación docente, la cual tiene un enfoque cualitativista y contempla el estudio de casos, colectivos e individuales, desde la perspectiva fenomenológica e interpretativa; además, hace referencia al contexto donde se llevará a cabo el estudio así como también al repertorio de coordenadas teóricas y conceptuales que le sirven de fundamentación.

Contextualización de la situación en estudio

Aunque la educación es considerada hoy en día un derecho universal, los aspectos evolutivos de la escolaridad han marcado diferencias en el modo cómo los individuos pueden o no participar en ella. Particularmente, para el ingreso escolar de educandos con necesidades educativas especiales (NEE), con o sin discapacidad, históricamente se tiene un recorrido penoso y aletargado, aunque en los recientes años esto ha cambiado notoriamente, bajo ciertas tendencias o concepciones, respaldadas por tratados y convenios que se han dado a nivel internacional. Brevemente, puede referenciarse que en Francia, durante el siglo XVIII, surgen las primeras instituciones para su atención educativa. Luego, a principios del siglo XX, se conforman las escuelas especiales que ofrecían una educación especializada la cual rompía con los esquemas de tendencia terapéutica. Más adelante, en el informe de Warnock (1978), se hablará de una

“normalización” en la educación, donde el educando con NEE debía ser aceptado tal cual fueran sus necesidades, enfocando el trabajo en sus potencialidades, surgiendo la educación integrada. Sin embargo, se sigue avanzando, trascendiendo a la denominada educación inclusiva (UNESCO, 2009), con la visión de conformar una educación de calidad, donde se propicie la igualdad de oportunidades, sin importar las características individuales de cada quien.

Muchos países se han acogido a reformar sus políticas educativas y abrir espacios para acoplarse a estas nuevas tendencias; de modo similar Venezuela, país donde centramos la presente investigación, asienta la conformación de la Educación Especial (EE), garantizando desde la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2009), en su artículo 6 “El acceso al Sistema Educativo a personas con necesidades educativas o con discapacidad, mediante la creación de condiciones y oportunidades” (p. 1), coordinando planes de “actualización permanente del currículo nacional, los textos escolares y recursos didácticos de obligatoria aplicación y uso en todo el subsistema de educación básica...” (p. 2), de tal modo que estos educandos puedan tener una continuidad con sus estudios, y en concordancia con los objetivos de la Educación Especial, se les propicie una educación integral, que les permita ser ciudadanos útiles, críticos, constructores y promotores de su entorno sociocultural.

Pero para lograr esto, las entidades educativas tienen el difícil reto de responder equitativamente ante su ingreso y posterior culminación de la escolaridad; les corresponde unir esfuerzos entre educadores, padres, comunidad en general, y frente a este reto recae gran responsabilidad en la actuación del profesor, quien debe prepararse y estar formado para cumplir con estas demandas. Como experiencia directa, se tiene la formación de docentes en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Maracay (UPEL Maracay); entre ellos, futuros docentes de Matemática, quienes adquieren una sólida formación matemática pero prácticamente ninguna en Educación Especial, y por otra, quienes se preparan para desempeñarse en la Educación Especial pero carecen de competencias para enseñar matemática. El contacto y vivencias dadas durante diez años en el desarrollo académico de estos futuros docentes me han motivado a indagar sobre las características en su formación profesional para gestionar el componente matemático y conformar una educación matemática acorde con las características propias de los educandos que tienen NEE o que se ubican en el rubro de Personas con Discapacidad (PcD).

Tal inquietud está siendo desarrollada a través de un estudio de carácter doctoral, cuya evolución puede sintetizarse como una visión integradora entre tres componentes: la formación docente (ya sea porque se gradúa como profesor de matemática o porque es profesor de Educación Especial),

el requerimiento de un contenido matemático adaptado, y la especificidad de unos procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática (cónsonos con las necesidades de sus educandos en aulas inclusivas). Estos tres componentes nutren la investigación, y son fuente generadora de una teoría propia, donde se esboza una Educación Matemática Especialmente Inclusiva (EMEI), que será el punto central de este informe, en miras de proponer su conceptualización.

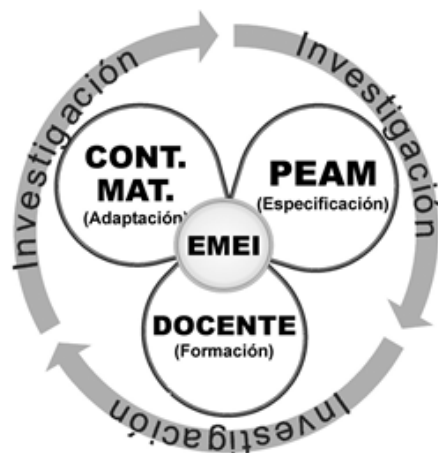


Gráfico 1. Visión Integrada del Estudio

Aspectos metodológicos del estudio

Esta investigación por ser de índole socio-educativa, se direcciona bajo una perspectiva cualitativa, tal como viene siendo la tendencia de su aplicación en disciplinas afines al campo educativo, y aún en la Educación Matemática (Belisario, 2015; González, 2013). Pero además, la investigación cualitativa por sus características comprensivas y naturalísticas da un gran valor a la subjetividad y se considera al investigador como instrumento primordial, porque de su pericia, de su sensibilidad y conciencia se garantizará la robustez de la información recabada (González, 2013); unido al símil dado por Mayan (2001), quien considera este tipo de investigación como un rompecabezas donde se requiere saber corresponder las piezas, algunas servirán de guía (constituidas por las vivencias, las suposiciones, lo leído), mientras que otras emergerán de la data, obtenida al mirar con tiempo, con minuciosidad, al fenómeno en estudio. Acorde a lo descrito, y debido a la naturaleza del asunto de interés indagatorio, el enfoque a seguir será el fenomenológico, asociada con las representaciones que los actores tienen del asunto en estudio. En tanto, el diseño de esta investigación se corresponde con el estudio de diversos casos, conformado por el análisis de un grupo de casos únicos en diferentes contextos y gira en torno a tres dimensiones (ver gráfico 2). La primera dimensión, de carácter empírico, toma como punto de partida la reflexión de quien investiga; es decir, se toma como referente mi propio

quehacer, mi práctica y experiencia docente, la cual constituye el hilo conductor del estudio y evidencia el Lugar Epistemológico del investigador, definido por González (2013), como: “la posición desde la cual produce conocimientos y saberes; la misma está asociada con su historia de vida, su formación personal y profesional, así como también con las huellas que hayan dejado en él sus vivencias...” (p. 115); para ello ha sido necesario escribir una autobiografía, en un documento donde se plasma la cronogénesis retrospectiva del desarrollo de mis experiencias personales como el crecimiento profesional en ese formar y formarme como educador de matemática para PcD. Vale también aclarar, que en esta dimensión entrarán las voces de otros participantes, personas de quienes se puede obtener información valiosa por su cercanía a la situación de interés.

La segunda dimensión se refiere a lo conceptual, correspondiente a lo obtenido en la revisión documental entre lo teórico y la información previa, recabada en artículos, tesis, libros, y afines. Mientras que la tercera dimensión, referida a lo propositivo, se conforma por las proposiciones teóricas y prácticas construidas desde la investigación.

Para dar alcance a estas dimensiones, se tendrá como escenario principal la UPEL Maracay por tratarse de una universidad donde se forman educadores, por la disposición de informantes y por facilitar desenvolverme en este medio (donde laboro actualmente); sin embargo, se contará con otros espacios educativos como escuelas a nivel regional y universidades con programas de Educación Especial. En cuanto a los informantes clave, serán en primera instancia la investigadora autora de este documento, junto con estudiantes inscritos en la universidad referida (unos por ser PcD, otros por cursar la asignatura de Matemática para Educación Especial y aquellos de la especialidad de Matemática interesados en la Educación Especial), algunos profesionales relacionados con la atención a PcD o con NEE, así como también de sus familiares cercanos.

Entre las técnicas e instrumentos, se desarrollará el relato narrativo autobiográfico de la autora investigadora, explicado con anterioridad. Se tendrán también, las narrativas de los estudiantes descritas en diarios de clase, con la intención de complementar las interpretaciones surgidas de la observación participante y las notas de clase realizadas por la investigadora quien a su vez es facilitadora de las actividades en las aulas donde ellos interactúan; se realizarán entrevistas semi-estructuradas a familiares, profesionales y estudiantes, con el apoyo de un guion de preguntas y el registro de la información será a través de audio o videograbación, para realizar luego su transcripción por escrito. Otra técnica a implementar, será la realización de talleres tanto a

estudiantes como a docentes en ejercicio sobre la elaboración de materiales didácticos para la enseñanza de la Matemática a estudiantes con discapacidad, dejándoles un cuestionario de preguntas abiertas, para que plasmen libremente su opinión o expectativas antes y después de las actividades realizadas. Por último, se hará el análisis documental como modo de interacción entre el lector y los autores de los diversos documentos referidos, para la comprensión de lo que ellos manifiestan en sus escritos, usando como instrumento cuadros de registro que contemplan en síntesis aspectos como: tema, participantes, fundamentos teóricos, propuesta, conclusiones y aportes.

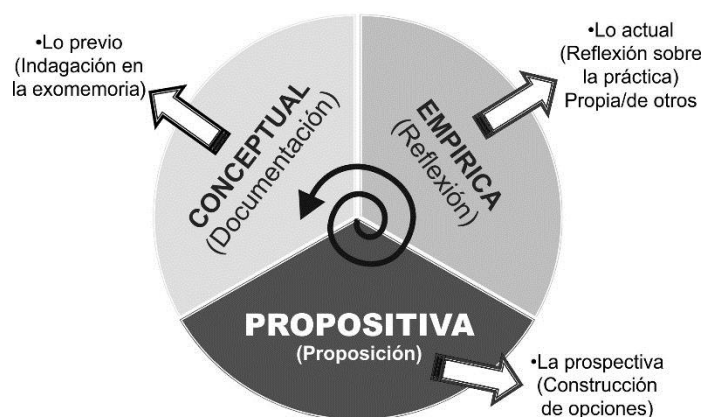


Gráfico 2. Dinámica Epistémica del Estudio

Componentes Teórico-Conceptuales de Referencia

La formación del docente resulta fundamental a la hora de concretarse el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues es imposible que un profesor pueda transmitir algo de lo que no sabe, de lo que desconoce y por ende un estudiante en sus manos no alcanzará las potencialidades que a futuro requerirá para continuar con los subsiguientes grados escolares o peor aún, para desempeñarse en la vida diario o en el campo laboral. A modo de entender la visión con la cual se asumimos la formación docente dentro de la Educación Matemática (EM), la Educación Especial (EE) y la Educación Inclusiva (EI), se mencionará en forma sucinta, la conceptualización y caracterización con la cual basamos cada una de estas disciplinas, y el modo como ellas hablan de dicha formación.

Comenzando con la EM, se le atribuyen otras formas expresivas (tal como Didáctica de la Matemática o Matemática Educativa) siendo una de sus acepciones la disciplinar, al verse como un campo de estudio con sus propios métodos, conceptos, teorías (Belisario, 2015); o como asevera Serres (2004) su “objeto de estudio atiende a los procesos de aprendizaje y de enseñanza de la ciencia matemática, tanto en el contexto escolar como en la sociedad” (p. 81),

posibilitándose su desarrollo a través de los trabajos que se hacen gracias a las investigaciones, a su publicación y difusión en eventos u otras actividades. Esto mismo, permite que en Venezuela se le considere campo disciplinario, aunque aún “se percibe un progresivo avance hacia su consolidación, manifestado con fuerza desde los años 60 del siglo XX hasta la actualidad” (Belisario, 2015, p. 1).

Sobre la formación docente, representantes de esta disciplina como León (2013); González (2010); Planchart, Garbin, y Gómez-Chacón (2005); destacan la importancia de que un docente en matemática debe poseer una formación robusta en lo referente al conocimiento matemático, acorde a las exigencias académicas donde se desenvuelve y vinculada a la sociedad. Siendo necesario reconocer tener bases “en conocimiento de las teorías sobre el aprendizaje y en la capacidad de conectar teoría y práctica, en situaciones contextualizadas de aprendizaje” (Planchart, Garbin, y Gómez-Chacón, 2005, p. 48), para lo cual se requiere ser un docente reflexivo de su práctica profesional.

En tanto, la EE promueve el progreso académico y el desarrollo personal y social de educandos con alguna discapacidad o con NEE, fundamentada a su vez en disciplinas como la neuropsicología, la pedagogía, entre otras (Farrell, 2009). Dentro del sistema educativo venezolano, la EE tiene carácter de modalidad como variante educativa “para la atención de las personas que por sus características y condiciones específicas de su desarrollo integral, cultural, étnico, lingüístico y otras, requieren adaptaciones curriculares de forma permanente o temporal” (LOE, 2009; p. 4), a fin de superar o cumplir con las exigencias de los diversos grados escolares. Desde la EE la formación docente juega un papel muy importante y se fortifica en función de los aspectos pedagógicos que desarrolla el docente, ya sea el manejo de material didáctico, de cómo presenta la información, de cómo permite la interacción social entre los estudiantes y muchos otros aspectos según el área a tratar; por ejemplo, como propone Farrell (2009) para la enseñanza de la matemática será recomendable el uso de objetos concretos y la visualización de elementos que puedan ser comparables entre sí, como en el caso de usar dinero real cuando se hable de compras o tratar la altura entre personas para determinar el orden entre ellas. Unido esto a lo planteado por Gross (2004) quien menciona la necesidad de un docente participativo en los procesos educativos para identificar, atender y evaluar a los educandos con NEE, de tal modo que precise “dónde no ha conseguido el niño obtener los conceptos básicos esenciales (el enfoque de los pequeños pasos), y de cualesquiera razones subyacentes de las dificultades matemáticas”

(p. 271), que pueden ser entre otras por el manejo de la abstracción, del control de la información lingüística o espacial.

Por último, para comprender la EI, se debe tener claro la diferencia entre los conceptos de integración e inclusión, destacando que una EI trata verdaderamente la inclusión cuando conlleva la preparación de toda la comunidad escolar, la adaptación sistemas, infraestructura y medios necesarios para que ningún estudiante quede por fuera de la vida escolar, ni física, ni educativa, ni socialmente (Gross, 2004); de lo cual, autores como Parra (2010) connotan la Educación Inclusiva como “un enfoque educativo basado en la valoración de la diversidad como elemento enriquecedor del proceso de enseñanza y aprendizaje y, en consecuencia, favorecedor del desarrollo humano” (p. 77). Sin embargo, vale especificar que en Venezuela, el proceso educativo aún se encuentra en fase de integración aspirando lograr la inclusión.

De lo anterior, entra en juego una adecuada formación docente, que bajo la visión de la EI, el docente debe ser un agente comprometido, participativo, reflexivo y dispuesto a trabajar en equipo; de esto hacen eco varios autores, entre ellos Ainscow (2010) insta en un “perfeccionamiento de los maestros”, entendido como “una serie de procesos y actividades para ayudar a los maestros a mejorar su práctica, y promover la capacitación mutua con esa misma finalidad” (p. 34), enfatizando la necesidad de valorar la reflexión de su propia práctica como herramienta para aprender de la experiencia y “experimentar con nuevos métodos de trabajo, junto con sus alumnos y colegas” (p. 38); lo cual reunirá en dos estrategias: indagación reflexiva y colaboración, apoyadas en cinco procedimientos: aprendizaje activo; negociación de objetivos; demostración, práctica y retroalimentación; evaluación continua; y apoyo. Siendo aplicable para cualquier docente, en particular para quien enseña contenidos matemáticos dentro de la EI.

Reflexión final

Este trabajo, como bien se comentó al inicio, hace parte de un trabajo doctoral que aún no ha concluido, pero como también pudo notarse se enfoca en la formación docente de quien enseña matemática en el contexto de una Educación Matemática Especialmente Inclusiva, la cual denotamos con las siglas EMEI y que bajo los aspectos teóricos descritos anteriormente podemos ya verla emerger dentro de una conjunción o intersección de la EM, EE y EI (ver gráfico 3), porque entre estas disciplinas se da una relación común, para nada estática, más bien complementaria y dinámica, de donde esbozamos concebirla como un campo disciplinar de convergencia sinérgica entre Educación Matemática (EM), Educación Especial (EE) y Educación Inclusiva (EI) en cuyo contexto los procesos de enseñanza y aprendizaje de la

Matemática han de ser gestionados por un docente que posea una formación específica, que incluya cuestiones generales de la Educación Inclusiva y la Educación Especial, así como las vinculadas con los saberes propios de la Matemática.

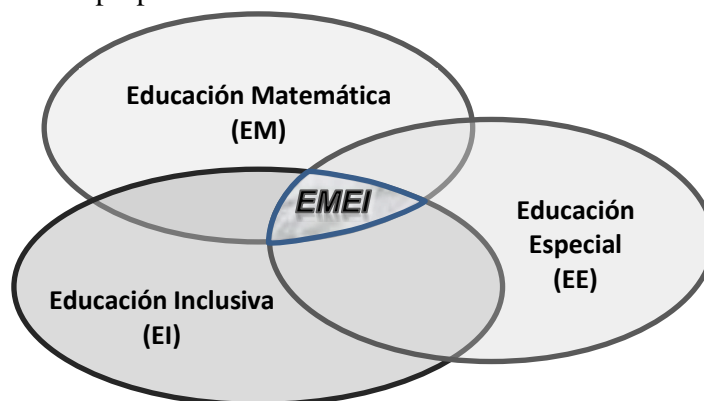


Gráfico 3. EMEI: Espacio de convergencia sinérgica entre EI, EE y EM

Referencias bibliográficas

- Ainscow, M. (2010). *Necesidades Especiales en el aula. Guía de formación del profesorado*. Madrid: Narcea
- Belisario, A. (2015). Presencia de la Educación Matemática en la prensa escrita venezolana: Caso Tetraedro. Tesis doctoral no publicada. Venezuela: UPEL
- Farrell M. (2009). *Foundations of Special Education: An Introduction*. Chicester: Wiley-Blackwell
- González, F. (2010). Un modelo didáctico para la formación inicial de profesores de matemática. *SAPIENS*, 11, 47-59
- González, F. (2003). Cognición matemática ¿Modelo de Inteligencia o para el desarrollo de la inteligencia?. *Revista Ensino de Ciências e Matemática*, 5, 7-33
- Gross, J. (2004). *Necesidades educativas especiales en educación primaria*. Madrid: Morata
- León, N. (2013). Qué enseñar sobre un tema de matemática y cómo enseñarlo: elementos clave en la formación docente. <http://goo.gl/h6HWV0/> Consultado 22/04/2014
- Ley Orgánica de Educación. (2009). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela, 5.929. (Extraordinario).
- Mayan, M. J. (2001). Una introducción a los métodos cualitativos: Módulo de Entrenamiento para Estudiantes y Profesionales. <http://www.ualberta.ca/~iiqm//pdfs/introduccion/pdf/> Consultado: 10/10/2014
- Parra Dussan, C. (2010). Educación inclusiva: Un modelo de educación para todos. *ISEES*, 8, 73-84
- Planchart, E., Garbin, S. y Gómez-Chacón, I. M. (2005). La Enseñanza de la Matemática en Venezuela, programa de Didáctica de la Matemática para Educación Media. En I. M. Gómez-Chacón y E. Planchart (Eds.), *Educación Matemática y Formación de Profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica*, Capítulo 2, pp. 33-50. Bilbao: Universidad de Deusto
- Serres, Y. (2004). Una visión de la comunidad venezolana de educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7, 79-108.

UNESCO (2009). Directrices sobre políticas de inclusión en la educación. [http://unesdoc.unesco.org/images/0017/001778/177849s.pdf./](http://unesdoc.unesco.org/images/0017/001778/177849s.pdf/) Consultado: 08/05/2015.

Warnock, M. (1978). Special Educational Needs. Report of the Committee of Inquiry into the Education of Handicapped Children and Young People. <http://www.educationengland.org.uk/documents/warnock/> Consultado: 16/08/2015

ACTITUDES, CREENCIAS Y EMOCIONES HACIA LA TEORÍA DE GRAFOS

Claudia Vargas Díaz – Victoria Núñez Henríquez

Claudia.vargas@usach.cl – vnunezh@sip.cl

Universidad de Santiago de Chile – Liceo Bicentenario Italia (Chile)

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: P

Nivel educativo: Secundario

Palabras clave: Actitudes, creencias, emociones, Teoría de Grafos.

Resumen

El presente estudio está motivado por la relación que existe entre el dominio afectivo (actitudes, creencias y emociones) y la educación matemática (Gil, Blanco & Guerrero, 2005). En la búsqueda de herramientas para ayudar a dejar atrás el rechazo hacia la matemática por parte de estudiantes de educación media (Chile) aparece como posible vía el trabajo con la teoría de grafos pues investigaciones revelan que es factible desarrollarlo en la sala de clases brindando beneficios en variados aspectos (Braicovich, 2013).

Se pretende responder a la pregunta ¿Cómo influye el trabajo con Teoría de Grafos en las actitudes y creencias de estudiantes de enseñanza media? Para ello se implementó un taller extra programático en el Liceo Bicentenario Italia (LBI) ubicado en la comuna de Santiago de Chile donde se abordaron problemas de matemática ligados al surgimiento de la Teoría de Grafos. Se adaptó un instrumento para obtener información relativa al dominio afectivo, en dos etapas: pre y post-test. Es decir, antes y después de la ejecución del taller. En este trabajo se describirá la experiencia y resultados.

Dominio afectivo y educación matemática

La influencia del dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje es aceptada por los diversos actores en educación. El problema radica en la dificultad para trabajarlo en las clases de matemática a pesar de estar considerado en los lineamientos de las bases curriculares actuales (Mineduc, 2013). Es un problema encontrar una definición clara de este dominio (Gómez-Chacón, 2000), de ahí se desprende la complicación tanto para medir este ámbito como para comprender cómo afecta en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

En esta línea han aumentado las investigaciones que tienen como finalidad explicar el fracaso en la asignatura de matemática, el rechazo al aprendizaje matemático y comprender el comportamiento de estudiantes y profesores frente a la matemática. Han aumentado también los

estudios que buscan estrategias para lograr el éxito en la asignatura atendiendo al ámbito afectivo interviniendo el aula, con un módulo que busca fomentar la resolución de problemas de forma cooperativa obteniendo efectos positivos en las actitudes hacia la matemática (Gil, Blanco & Guerrero, 2005).

Es importante aclarar que no existe seguridad en que todas las respuestas emocionales positivas vayan en pro del aprendizaje, esto depende de su intensidad y la interpretación subjetiva de ella (Sarabia & Iriarte, 2011).

Creencias, actitudes y emociones

Siguiendo la tendencia de las últimas décadas y a McLeod (Gil, Blanco & Guerrero, 2005) consideraremos las creencias, actitudes y emociones como descriptores básicos del dominio afectivo en el estudio hacia el aprendizaje matemático. En este trabajo usaremos las siguientes definiciones:

- Creencias: son una de las componentes del conocimiento subjetivo implícito del individuo sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje (Gil, Blanco & Guerrero, 2005).
- Actitudes: son predisposiciones del individuo para responder de manera favorable o desfavorable ante las matemáticas (Alemany & Lara, 2010).
- Emociones: son un fenómeno que incluye componentes fisiológicas, cognitivas, motivacionales y el sistema de experiencias (Gil, Blanco & Guerrero, 2005).

Existe una relación cíclica entre los afectos y el aprendizaje, es decir, las creencias del estudiante tienen una consecuencia directa en su comportamiento de aprendizaje y en consecuencia en su capacidad para aprender, en el sentido contrario, al aprender matemáticas se generan experiencias en el estudiante las que influyen en la formación de creencias provocando reacciones emocionales que pueden ser automatizadas solidificándose en actitudes, (Gómez-Chacón, 2000).

En este estudio fue muy importante, reconocer cómo una matemática más aplicada como la Teoría de Grafos puede afectar las creencias, actitudes y las emociones hacia la matemática de los estudiantes en secundaria.

La teoría de grafos en enseñanza secundaria

La teoría de grafos está teniendo gran relevancia dentro de la misma matemática y cada vez mayor aplicabilidad. Investigaciones recientes detallan y le atribuyen la accesibilidad, la

atracción y la adecuación como características propias que llevan a pensar en la pertinencia de su estudio en distintos niveles educativos (Braicovich & Cognigni, 2011). Siguiendo esta misma idea, los grafos: “Representan un recurso didáctico potente para enfocar la enseñanza en el desarrollo significativo de los conceptos matemáticos al tiempo que brinda la oportunidad de que los estudiantes mismos “reinventen” los objetos de la matemática” (Henaó & Vanegas, 2013).

A pesar de las características de los grafos, las investigaciones que concluyen que sería positivo incluir esta teoría en educación matemática y la posible contribución a la propuesta de las bases curriculares actuales, el estudio de grafos no se encuentra presente en los lineamientos de educación secundaria en Chile. Sin embargo, existen experiencias educativas exitosas, como por ejemplo a nivel de la educación secundaria obligatoria en Cataluña donde se propuso una unidad didáctica basada en teoría de grafos y topología, apoyándose sólo en la intuición de los alumnos sin necesitar contenidos previos avanzados (Armentera & Rey, 1996).

Metodología de investigación

Se partió diseñando un conjunto de actividades dentro de una Unidad Didáctica para introducir Teoría de Grafos en un taller extra programático para estudiantes de Enseñanza Secundaria. El taller “*Grafos una herramienta matemática*” se realizó semanalmente en el Liceo Bicentenario Italia de la comuna de Santiago durante trece sesiones de 60 minutos cada una. Basándonos en la bibliografía estudiada, los problemas a trabajar están ligados con la motivación histórica y surgimiento de la Teoría de Grafos y los problemas históricos que permitió resolver. Estos son los nombres, metas pedagógicas de las sesiones realizadas y la fuente de los problemas propuestos:

- *Jugando al dominó*: Analizar la posibilidad de cerrar el juego del dominó dado un conjunto de fichas, (Oller & Muñoz, 2006).
- *Euler y el dominó*: Conjeturar y aplicar los resultados clásicos de los caminos Eulerianos, (Oller & Muñoz, 2006).
- *Coloreando la geografía*: Describir estrategias para colorear un mapa y relacionarlo con grafos, (Braicovich & Cognigni, 2011).
- *Del plano a la banda de Möebius*: Caracterizar los grafos planos, (Armentera, & Rey, 1996)

- *El juego de Hamilton*: Responder al juego de Hamilton relacionándolo con grafos planos, (Braicovich, 2013).
- *El vendedor viajero*: Describir estrategias para resolver el problema del vendedor viajero relacionándolo con grafos, (Armentera & Rey, 1996).
- *El metro de Santiago*: Reconocer en el plano del metro de Santiago de Chile la aplicabilidad de la Teoría de Grafos (Braicovich, 2013).
- *¿Cuántos amigos puedo tener?*: Reconocer la aplicación de la Teoría de Grafos en situaciones comunes (Sarmiento, 2008).
- *Es posible hacer el recorrido*: Reconocer la aplicación de la Teoría de Grafos en situaciones comunes (Henaó & Vanegas, 2013).

Participaron trece estudiantes del LBI, colegio particular subvencionado adscrito a la gratuidad que es parte de la red de colegios SIP. Estos estudiantes se interesaron e inscribieron voluntariamente en el taller después de una convocatoria a través de diarios murales, la reunión de apoderados, además de la conversación directa. En la siguiente tabla se detalla los niveles a los que pertenecen los estudiantes:

Nivel	Nº. alumnos	Nº. alumnas	
Primero medio	2	0	
Segundo medio	3	1	
Tercero medio	3	1	
Cuarto medio	3	0	n=13

Tabla 1: Niveles y sexo de los integrantes del taller.

Instrumento

Uno de los instrumentos de recogida de datos utilizado es el cuestionario de (Sarabia & Iriarte, 2011), adaptado al lenguaje utilizado en el país. El cuestionario titulado “*Cuestionario de autoevaluación de las actitudes y las creencias hacia las matemáticas*”, compuesto por 38 ítems con cinco alternativas de respuesta (escala de Lickert) “Totalmente en desacuerdo”, “En desacuerdo”, “Ni en acuerdo ni en desacuerdo”, “En acuerdo” y “En total acuerdo”. Agrupados en cinco categorías: *Actitudes hacia la matemática*, *Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas*, *Creencias sobre la resolución de problemas*, *Creencias sobre el papel del esfuerzo*

y *Creencias sobre la utilidad de las matemáticas*. Este cuestionario se aplicó en la primera y última sesión del taller con la intención de estudiar los cambios en el dominio afectivo luego del trabajo con grafos en el taller.

Para intentar explicar las variaciones entre los cuestionarios se crea, valida y aplican una entrevista grupal y luego dos entrevistas individuales a los estudiantes con mayor variación promedio entre los cuestionarios.

Cada sesión del taller se registró a través de una bitácora que relata el desarrollo del encuentro recogiendo además los avances matemáticos de los estudiantes en carpetas diferenciadas con distintivo escogido por ellos preservando la identidad de cada uno. Además se contó con el asentimiento informado del menor y de sus apoderados que corresponden a los lineamientos éticos de la Universidad de Santiago de Chile.

PRIMEROS RESULTADOS

Con el objetivo de analizar la información se asignó a cada alternativa una puntuación (desde 1 indicando una actitud negativa o creencia equivocada hasta 5 si indicaba una actitud positiva o creencia acertada). Cada uno de los estudiantes tuvo en promedio una variación positiva en el cuestionario. Además en las cinco categorías del cuestionario también se observan variaciones positivas, sobresaliendo las creencias sobre la resolución de problemas y el papel del esfuerzo, asignándoles un rol fundamental al momento de aprender matemática.

La tabla de a continuación muestra la puntuación promedio por cada categoría en el cuestionario previo y posterior al desarrollo del taller, con sus variaciones porcentuales

Categorías del cuestionario	Promedio pre test	Promedio post test	% de variación
Actitudes hacia la matemática	3,69	4,01	8,69%
Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas	3,95	4,12	4,22%
Creencias sobre la resolución de problemas	3,81	4,41	15,56%
Creencias sobre el papel del esfuerzo	4,14	4,74	14,55%
Creencias sobre la utilidad de las matemáticas	4,23	4,36	3,03%

Tabla 2: Promedio de puntuaciones por categoría en pre y post a la aplicación del taller

El siguiente grafico muestra las preguntas con mayor variación entre las aplicaciones del cuestionario previo y posterior al desarrollo del taller



Figura 1: Gráfico de resultados pre y post a la aplicación del taller en preguntas con mayor variación porcentual

Conclusiones

- Los estudiantes a pesar de creer que las matemáticas son útiles tanto en educación como en múltiples áreas y reconocer que el esfuerzo juega un papel importante en el aprendizaje matemático presentan actitudes que no responden a esto. Interpretamos que no se sienten capaces de desarrollarla verdaderamente debido a las experiencias previas en su vida escolar.
- Los estudiantes le dieron un giro a su rechazo por la matemática. Sus respuestas indican que el trabajo con grafos tiene una influencia positiva en el dominio afectivo del alumno. Queda por investigar el motivo de este interesante cambio, que podría estar justificado en el tipo de contenido trabajado, planteamiento del taller, u otro. Para esto se está trabajando en la transcripción y análisis de las entrevistas realizadas.
- En las cinco categorías del cuestionario se observan variaciones positivas, sobresaliendo las creencias sobre la resolución de problemas y el papel del esfuerzo. Quedando de manifiesto que el trabajo con grafos ayuda a la valoración de la resolución de problemas por parte de los alumnos.



ACTITUDES CREENCIAS Y EMOCIONES HACIA LA TEORÍA DE GRAFOS

Victoria Núñez Henríquez, Claudia Vargas Díaz
Liceo Bicentenario Italia, Universidad de Santiago de Chile

En un grupo de facebook compuesto por 5 personas. ¿Es posible que cada uno de ellos tenga exactamente 3 amigos del grupo?



¿Usando todas las fichas de un dominó es posible construir una jugada cerrada?

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVO

Este estudio está motivado por la relación cíclica que existe entre dominio afectivo (actitudes, creencias y emociones) y educación matemática (Gil, Blanco & Guerrero, 2005). En la búsqueda de herramientas para ayudar a dejar atrás el rechazo hacia la matemática por parte de estudiantes de enseñanza media surge como propuesta el trabajo con la teoría de grafos, pues investigaciones revelan que es factible desarrollarlo en la sala de clases brindando beneficios en variados aspectos (Braicovich, 2013).

Se pretende responder a la pregunta ¿qué influencia tiene en el dominio afectivo de estudiantes de enseñanza media el trabajo con teoría de grafos?

METODOLOGÍA

Se implementó un taller (Figura 1) de once sesiones en el Liceo Bicentenario Italia (Figura 4). Participaron trece estudiantes trabajando problemas ligados a la motivación histórica del surgimiento de la teoría de grafos y los problemas que permitió resolver (Figura 3). En la primera y última sesión se aplicó una adaptación del cuestionario de (Sarabia & Iriarte, 2011), compuesto por 38 afirmaciones que buscaban conocer las actitudes y las creencias hacia las matemáticas (Figura 2).



CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN DE LAS ACTITUDES Y LAS CREENCIAS HACIA LAS MATEMÁTICAS

Curso: _____ Sexo: Masculino Femenino

Edad: _____ Sexo: Mujer Hombre

INSTRUCCIONES

El siguiente cuestionario consta de 38 afirmaciones que buscan conocer las actitudes y las creencias hacia el proceso de enseñanza y aprendizaje matemático que tienen los jóvenes de su edad. Tus respuestas no constituyen una nota, no hay respuestas correctas o incorrectas y si contestas con sinceridad estarás aportando realmente a esta investigación.

Lee cada una de las siguientes afirmaciones y usando lápiz gráfico marca con un círculo, según tu grado de acuerdo o desacuerdo con esta, una de los siguientes observaciones.

	1	2	3	4	5
T.D. Totalmente en desacuerdo					
D. En desacuerdo					
N. Ni en acuerdo ni en desacuerdo					
A. En acuerdo					
T.A. En total acuerdo					

Actitudes hacia la matemática

	T.D	D	N	A	T.A
1. Sentir que la matemática es una materia muy necesaria en mis estudios.					

Figura 2: Instrucciones del cuestionario aplicado pre y post al taller.

Figura 1: Afiche difusión del taller. Llamado a inscribirse voluntariamente.

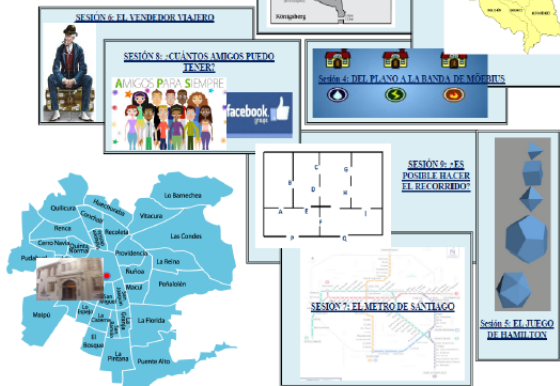


Figura 4: Ubicación del Liceo Bicentenario Italia (particular subvencionado I.V. 59,2%).

Figura 3: Títulos de algunas sesiones del taller, haciendo referencia a los problemas más tradicionales en teoría de grafos.

RESULTADOS

Tabla 1: Resultados promedio por cada categoría del cuestionario previo y posterior a desarrollar el taller, con sus variaciones porcentuales (desde 1 indicando actitud negativa o creencia equivocada hasta 5 indicando una actitud positiva o creencia adecuada)

Categorías medidas en el cuestionario	Promedio pre test	Promedio post test	% de variación
Actitudes hacia la matemática	3,69	4,01	8,69%
Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas	3,95	4,12	4,22%
Creencias sobre la resolución de problemas	3,81	4,41	15,56%
Creencias sobre el papel del esfuerzo	4,14	4,74	14,55%
Creencias sobre la utilidad de las matemáticas	4,23	4,36	3,03%

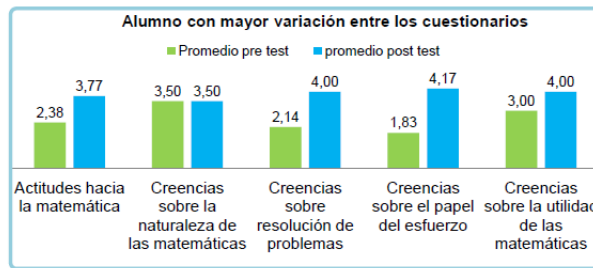


Figura 5: Gráfico de resultados del alumno con mayor variación promedio entre cuestionarios pre y post al taller.

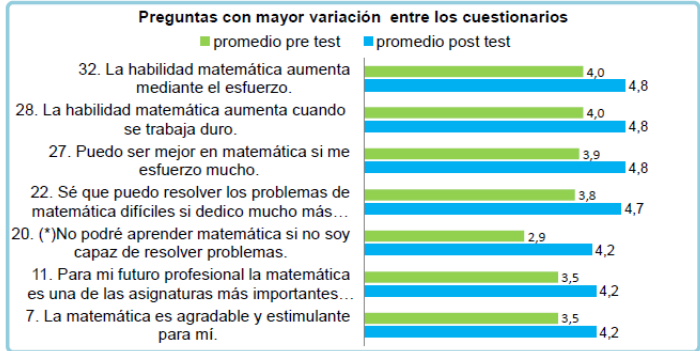


Figura 6: Gráfico de resultados pre y post a la aplicación del taller en preguntas con mayor variación porcentual.

CONCLUSIONES

• Los estudiantes a pesar de creer que las matemáticas son útiles presentan actitudes que no responden a esto (tabla 1) (Figura 5). Interpretamos que no se sienten capaces de desarrollarla verdaderamente debido a las experiencias previas en su vida escolar.

• Los estudiantes le dieron un giro a su rechazo por la matemática. Sus respuestas (tabla 1) (Figura 6) indican que el trabajo con grafos tiene una influencia positiva en el dominio afectivo del alumno. Queda por investigar el motivo de este interesante cambio, que podría estar justificado en el tipo de contenido trabajado, planteamiento del taller, u otro.

• En las cinco categorías del cuestionario se observan variaciones positivas, sobresaliendo las creencias sobre la resolución de problemas y el papel del esfuerzo (tabla 1) (Figura 6). Quedando de manifiesto que el trabajo con grafos ayuda a la valoración de la resolución de problemas por parte de los alumnos.

REFERENCIAS

Braicovich, T. (2013). Grafos: Una misma situación para la construcción de distintos modelos extra matemáticos. Actas del VII CIBEM (803-809). Montevideo: FISEM.
Gil, N., Blanco, L., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. Revista iberoamericana de educación matemática, 2, 15-32.
Sarabia, A., & Iriarte, C. (2011). El aprendizaje de las matemáticas ¿qué actitudes, creencias y emociones despierta esta materia en los alumnos? Pánpola: Eunsa

Referencias bibliograficas

- Alemaný, I., & Lara, A. (2010). Las actitudes hacia las matemáticas en el alumnado de ESO: Un instrumento para su medición. *Publicaciones*,40, 49-71.
- Armentera, A., & Rey, J. (1996). L'ALTRA GEOMETRIA. Exemple d'unitat didàctica: Grafs i aspectes topològics. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Servei d'Ordenació Curricular setembre de 1996. Revisado el 20 de enero de 2016 en <http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/10376/cd87b3e6-f46a-4c08-a0d6-e6127b99576b/geomud.pdf>
- Braicovich, T. (2013). Grafos: Una misma situación para la construcción de distintos modelos extra matemáticos. *Actas del VII CIBEM* (803-809). Montevideo: FISEM.
- Braicovich, T., & Cognigni, R. (2011). Coloreando la geografía desde el plano al toroide. *Números*, 76, 135-148.
- Gil, N., Blanco, L., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 2, 15-32.
- Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Henao, S., & Vanegas, J. (2013). La teoría de grafos en la modelación matemática de problemas en contexto. *Actas del VII CIBEM* (2941-2947). Montevideo: FISEM.
- Mineduc. (2013). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio matemática*. Santiago de Chile, MINEDUC.
- Oller, A., & Muñoz, J. (2006). Euler jugando al dominó. *Suma*, 53, 39-49.
- Sarabia, A., & Iriarte, C. (2011). *El aprendizaje de las matemáticas ¿qué actitudes, creencias y emociones despierta esta materia en los alumnos?* Panplona: Eunsa.
- Sarmento (2008). *Grafos no Ensino Médio: uma inserção possível*. Porto Alegre: PPGEM da UFRGS